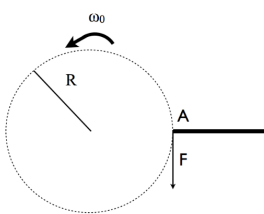




Prova di esame del 6 giugno 2025 - TESTO PROVA DI ESAME
I APPELLO – a.a. 2024-25

Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. Un paracadutista si getta in caduta libera per 52 m. Poi apre il paracadute e da quel momento rallenta con un'accelerazione costante di valore assoluto di 2.2 m/s^2 , toccando il suolo alla velocità di 2.9 m/s . Considerando il paracadutista assimilabile ad un punto materiale privo di resistenza viscosa e la totale assenza di vento che rende la traiettoria verticale, si calcoli: **a)** per quanto tempo il paracadutista rimane in aria; **b)** l'altezza di lancio del paracadutista.
2. Una ruota circolare di raggio $R = 50 \text{ cm}$ e massa $M = 4 \text{ kg}$ sta ruotando intorno al suo asse a velocità angolare costante $\omega_0 = 10 \text{ rad/s}$. Ad un certo istante $t = 0$ un freno strisciando sulla ruota esercita una forza di attrito nel punto A pari a $F = 2 \text{ N}$. Calcolare l'istante t^* in cui la ruota si ferma.

3. Un recipiente contiene acqua e olio (densità dell'olio $\rho_{olio} = 0.7 \text{ g/cm}^3$). Un corpo, di densità $\rho_{corpo} = 0.8 \text{ g/cm}^3$ e di altezza minore sia dello spessore dello strato di acqua che di quello dell'olio, viene lasciato cadere nel recipiente. Determinare, quando si è raggiunto l'equilibrio, la frazione di volume immerso nell'acqua rispetto al volume totale del corpo.
4. Una mole di gas ideale monoatomico compie un ciclo reversibile formato da una trasformazione isoterma AB, da una trasformazione isobara BC e da una trasformazione adiabatica CA. Calcolare il rendimento del ciclo, sapendo che $T_A = 500 \text{ K}$, $V_A = 10^{-3} \text{ m}^3$ e $V_C = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.
5. Si considerino due macchine termiche che funzionano con le stesse due sorgenti di calore alle temperature $T_1 = 250 \text{ K}$ e $T_2 = 500 \text{ K}$. La prima macchina opera secondo un ciclo di Carnot assorbendo una quantità di calore $Q_2 = 1400 \text{ J}$ dalla sorgente a temperatura T_2 . La seconda macchina descrive invece un ciclo irreversibile il cui rendimento è $\eta' = 0.35$. Il lavoro prodotto dalle due macchine è il medesimo. Determinare il lavoro prodotto in un ciclo e la variazione d'entropia che accompagna ogni ciclo della macchina irreversibile

Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Ricavare la seconda equazione della dinamica dei sistemi di punti materiali nell'ipotesi che il polo O, rispetto al quale vengono calcolati i momenti delle forze, sia in movimento.
- T2. Dimostrare l'equivalenza dei due enunciati del secondo principio della termodinamica secondo Clausius e secondo Kelvin.



E1. Nella prima parte il moto è rettilineo uniformemente accelerato, mentre nella seconda parte è uniformemente decelerato.

Per la prima parte avremo:
$$\Delta t_0 = \sqrt{\frac{2\Delta y_0}{g}} = 3.26 \text{ s}$$
$$v_1 = g\Delta t_0 = 31.94 \text{ m/s}$$

Per la seconda parte avremo:
$$\Delta t_1 = \frac{|v_2 - v_1|}{a} = 13.20 \text{ s}$$
$$\Delta y_1 = v_1\Delta t_1 - \frac{1}{2}a(\Delta t_1)^2 = 229.96 \text{ m}$$

Da cui si ottiene: **a)** $\Delta t_{\text{tot}} = 16.46 \text{ s}$
b) $\Delta y_{\text{tot}} = 281.96 \text{ m}$

E2. Il moto della ruota è un moto uniformemente decelerato in cui α si può calcolare dall'equazione dei momenti: $M = I\alpha$. Il momento frenante è pari a $-FR$. Si ottiene $\alpha = -FR/I$ con $I = 1/2 MR^2$. La velocità angolare si annullerà dopo un tempo t^* pari a $-\alpha t^* = \omega_0$. Sostituendo si ricava $t^* = \omega_0 MR/2F = 5 \text{ s}$.

E3. Nel recipiente, all'equilibrio si formano due strati, essendo l'olio in quello superiore e l'acqua in quello inferiore. Il corpo ha densità maggiore di quella dell'olio quindi, una volta lasciato cadere nel recipiente raggiunge l'interfaccia tra acqua e olio dove si ferma,

essendo la sua densità minore di quella dell'acqua. All'equilibrio per Archimede:

$$\rho_{corpo} V_{corpo} = \rho_{acqua} V_{acqua} + \rho_{olio} V_{olio} = \rho_{acqua} V_{acqua} + (V_{corpo} - V_{acqua}) \rho_{olio}$$

dove V_{corpo} , V_{acqua} , V_{olio} sono rispettivamente il volume totale del corpo, il volume immerso in acqua e il volume immerso in olio.

$$\text{Risolvendo si ottiene: } V_{acqua}/V_{corpo} = (\rho_{corpo} - \rho_{olio})/(\rho_{acqua} - \rho_{olio}) = 1/3 = 33\%$$

E4. $T_A V_A^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$ da cui $T_C = 315 \text{ K} \Rightarrow T_B/T_C = V_B/V_C$ e quindi $V_B = 3.17 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Il lavoro nelle tre trasformazioni è dato da: $L_{AB} = Q_{AB} = nRT_A \ln(V_B/V_C) = 4796 \text{ J}$

$$L_{BC} = nR(T_C - T_B) = -1538 \text{ J}$$

$$L_{CA} = nc_V(T_C - T_A) = -2307 \text{ J}$$

Da cui il lavoro nel ciclo è $L = 951 \text{ J}$

Il rendimento è quindi $\eta = L/Q_{AB} = 0.198$

E5. Il rendimento della macchina di Carnot è: $\eta = 1 - T_2/T_1 = 0.5$. Il lavoro della macchina termica, si calcola come: $L = \eta Q_2 = 700 \text{ J}$. La variazione di entropia che accompagna ogni ciclo della macchina reversibile è pari a $\Delta S_{s1} + \Delta S_{s2}$ calcolabile con i calori Q'_1 e Q'_2 scambiati alle temperature T_1 e T_2 dalle sorgenti. $Q'_2 = \eta' L = 2 \text{ kJ}$. Usando $Q'_1 + Q'_2 = L$, si ottiene $Q'_1 = -1.3 \text{ kJ}$. $\Delta S = -Q'_2/T_2 + |Q'_1|/T_1 = 1.2 \text{ J/K}$.