SAPIENZA Università di Roma
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

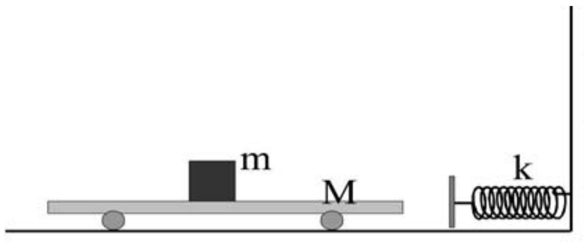
Corso di Fisica I
Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

Prova di esame dell' 8 marzo 2024 - TESTO PROVA DI ESAME
I APPELLO Straordinario – a.a. 2023-24

Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. Il moto circolare di un punto materiale viene descritto dall'ascissa curvilinea $s(t) = k_1\, t + k_2\, t^2$ (k_1 = 2m/s; k_2 = 1 m/s^2). Sapendo che il punto all'istante iniziale è fermo e che all'istante t^* = 2s il modulo dell'accelerazione del punto vale a^* = 2,5 m/s^2, determinare il raggio della circonferenza.

2. Si abbia un punto materiale di massa m=10 kg posto sul pavimento scabro di un carrello di massa M=100 kg. Il carrello si muova con velocità costante su un piano orizzontale liscio fino ad incontrare un respingente (assimilabile ad una molla ideale di costante elastica k=10^4 N/m) rimanendovi vincolato. Sapendo che il punto materiale comincia a muoversi rispetto alla piattaforma in corrispondenza della massima compressione della molla Δx_{max}= 5 cm, calcolare il coefficiente di attrito statico tra il carrello e la massa.



3. Una barca di massa M con sopra un masso di roccia di massa m galleggia sull'acqua di uno stagno chiuso (si assuma che l'acqua non può né uscire né entrare). Successivamente il masso viene gettato nello stagno, dove rapidamente affonda fino al fondo dello stagno stesso. Determinare se il livello dello stagno aumenta, diminuisce o rimane uguale rispetto a quello misurato quando il masso si trovava sopra alla barca.

4. Un recipiente adiabatico cilindrico lungo 14 cm, disposto orizzontalmente, è internamento diviso da una parete perfettamente diatermica mobile di massa trascurabile in due volumi inizialmente uguali: da un lato vengono immesse 3 moli di He a 400 K, dall'altro 2 moli di H_2 a 300 K. Si lascia evolvere reversibilmente il sistema. Determinare la temperatura di equilibrio finale e di quanto si è spostata la parete dalla situazione iniziale.

5. Un bicchiere di vetro di massa m_B=200 g (calore specifico del vetro c_v=0.2 cal/g°C) contiene m_a= 50 g di acqua. Il sistema è a temperatura ambiente T_{amb} = 20°C. Il bicchiere viene poi messo in frigorifero (T_F= 4°C) per un tempo sufficientemente lungo da raggiungere l'equilibrio, per poi essere tirato fuori dal frigo e lasciato a temperatura ambiente fino al raggiungimento del nuovo equilibrio. Determinare la variazione di entropia del sistema bicchiere con acqua, delle sorgenti e dell'universo.

Sezione TEORIA

Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Ricavare il periodo di oscillazione di un pendolo semplice, nell'ipotesi di piccole oscillazioni.

T2. Spiegare perché l'energia interna di un gas perfetto è funzione della sola temperatura.

SAPIENZA Università di Roma
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Corso di Fisica I
Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

SOLUZIONI della prova di esame dell'8 marzo 2024
I APPELLO straordinario – a.a. 2023-24

E1. $a(t^*) = a_T(t^*) + a_N(t^*)$. $a(t^*)^2 = 4k_2^2 + (k_1 + 2k_2t^*)^4/R^2$

Si ottiene $R^2 = (k_1 + 2k_2t^*)^4/ (a(t^*)^2 - 4k_2^2)$ da cui **R = 24 m**.

E2. L'accelerazione del sistema carrello+massa è pari a $|a_t| = \dfrac{k}{M+m}\Delta x$

Prendendo un sistema di riferimento (non inerziale) solidale con il carrello, in cui la massa è inizialmente ferma (ovvero l'attrito statico tiene ferma la massa) si ha che

$$A_S = ma_t = \frac{m\,k}{M+m}\Delta x \le \mu_S mg$$

La condizione di primo distacco è data da $A_{S,\max} = \mu_S mg$

da cui si ricava che l'attrito statico è $\mu_S = \dfrac{k}{(M+m)g}\Delta x_{\max} = 0,46$

E3. Il livello dell'acqua si abbassa quando il masso viene tolto dalla barca e gettato nello stagno. Indicando con V_{B0} il volume immerso della barca quando la roccia si trova sopra di essa, che sarà uguale al volume di acqua spostato V_{S0}, per il principio di Archimede si ha che:

$$(M+m)g = \rho V_{B0} g \quad \Longrightarrow V_{B0} = V_{S0} = \frac{M}{\rho} + \frac{\rho_m}{\rho}V_m$$

Quando la roccia viene gettata nello stagno e affonda ($\rho_m > \rho$), dopo le iniziali oscillazioni della barca, all'equilibrio si ha che:

$$Mg = \rho V_{B1} g \quad \Longrightarrow \quad V_{S1} = V_{B1} + V_m = \frac{M}{\rho} + V_m < V_{S0}$$

e diventando il volume di acqua spostato più piccolo, risulta necessariamente che il livello dello stagno si abbassa quando il masso viene gettato dalla barca.

E4. La trasformazione è adiabatica ($\Delta Q_1 + \Delta Q_2 = 0$) ed il lavoro totale è nullo (il volume totale è costante $\rightarrow L_1 + L_2 = 0$). Ne segue $\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$ da cui $\boldsymbol{T_{eq}}$ **=** $(n_{He}\, c_V(He)\, T_{He} + n_{H2}\, c_V(H_2)\, T_{H2}) / (n_{He}\, c_V(He) + n_{H2}\, c_V(H_2)$**= 347 K**

Avendo stessa temperatura (T_{eq}) e stessa pressione (equilibrio meccanico), il rapporto tra i volumi dei due gas è inversamente proporzionale al rapporto delle moli: $n_{He}/V_{He} = N_{H2}/V_{H2}$

Se ne ricava: $V_{TOT} = V_{He}\,(1 + N_{H2}/N_{He})$ da cui $h_{TOT} = h_{He}\,(1 + N_{H2}/N_{He})$. Il volume in cui è contenuto l'elio avrà quindi una lunghezza pari a 8.4 cm, e la **parete si è dunque spostata** riducendo il volume occupato dall'H_2 **di 1.4 cm**.

E5. Gli stati iniziale e finale del sistema bicchiere+acqua coincidono, quindi per il sistema è $\Delta S = 0$. Per il raffreddamento e il successivo riscaldamento viene scambiata la stessa quantità di calore $Q = (m_B c_v + m_a c_a)(T_{amb} - T_F) = 1440\ cal.$

La variazione di entropia delle sorgenti è $\Delta S_{sorg} = Q(1/T_F - 1/T_{amb}) = 0.28\ cal/K$

che coincide con la variazione di entropia dell'Universo $\Delta S_{univ} = \Delta S_{sorg}$
