Prova scritta: Fisica I; 03/07/2018

Prof. Massimo Petrarca

Svolgere esplicitamente in modo analitico i conti e riportarli in bella. Esplicitare il risultato numerico nel Sistema Internazionale (S.I.). Sarà corretta solo scrittura leggibile e eseguita a penna.

PROBLEMA 1

Un Boeing 747 di massa m = 440 tonnellate, decolla in un intervallo di tempo pari a t1 = 2 minuti su una pista lunga L = 5 km. Al momento del decollo viaggia alla velocità v1 = 300 km/h.

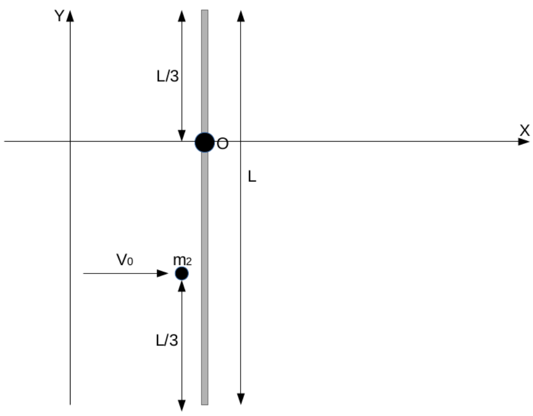
a) Quanto vale l'accelerazione, supposta costante, lungo tutta la pista?

b) Dopo il viaggio si trova a dover atterrare d'emergenza su una pista di fortuna lunga 8 km. Supponendo nulli gli attriti, e sapendo che al momento di toccare terra l'aereo viaggia ad una velocità di 450 km/h e che può decelerare con un'accelerazione costante massima di -0,75 m/s^2, determinare

a) se riesce a frenare completamente entro i limiti della pista
b) con che velocità arriva alla fine della pista?

PROBLEMA 2

Una sbarretta sottile di metallo di massa m1 = 4kg, densità uniforme e lunghezza L = 90 cm è fissata ad un perno orizzontale posto ad una distanza L/3 da uno degli estremi e può ruotare liberamente attorno ad esso in un piano verticale . La sbarretta, inizialmente ferma, viene colpita ad una distanza L/3 dall'altro estremo da un proiettile di massa m2 = 0,4 kg con velocità v0. Supponendo l'urto completamente anelastico e che non vi siano attriti, determinare la velocità minima v0 che deve possedere il proiettile per far compiere alla sbarra una rotazione di almeno 180 gradi.



PROBLEMA 3

Due corpi solidi dello stesso materiale e aventi stessa massa hanno temperature T1 e T2 rispettivamente. Vengono posti in contatto termico fino al raggiungimento dell'equilibrio termodinamico. I corpi sono rinchiusi in un contenitore adiabatico. Calcolare analiticamente la temperatura T_f dei due corpi all'equilibrio e la variazione di entropia del sistema in funzione di T1 e T2. Il processo è reversibile (giustificare la risposta)?

NO 3

l'energia interna : $U = mcT$

Sfruttando l'additività dell'energia, nello stato iniziale il sistema ha energia

$$U_i = m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2 + cost$$

essendo i corpi uguali $c_1 = c_2 = c$ ed avendo uguale massa $m_1 = m_2 = m$

$$U_i = mc\,(T_1 + T_2) + cost$$

Nello stato finale

$$U_f = 2mc\,T_f + cost$$ infatti ho un corpo unico!!

Poiché il sistema è isolato $\Delta U = 0 \Rightarrow U_f = U_i$

quindi $T_f = \frac{T_1 + T_2}{2}$ con T_f: temperatura di equilibrio. (T_{eq})

$dU = mc\,dT$

$\delta L = 0$ cioè si trascura il lavoro dovuto alla dilatazione termica.

Assumendo anche la capacità termica costante vs T:

$$\Delta S_{sist} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \int_{T_1}^{T_{eq}} \frac{c\,dT}{T} + \int_{T_2}^{T_{eq}} c\frac{dT}{T} = c \ln\left[\frac{T_{eq}^2}{T_1 T_2}\right]$$

$$= c \ln\left[\frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1 \cdot T_2}\right]$$ dove T_1 e T_2 sono positivi o nulli.

assumendo $T_2 > T_1$: $\Delta S_{sist} > 0 \Rightarrow$ trasf. IRREV

Più in generale, dimostrando che

$$B = \frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1T_2} \geq 1 \quad \text{è vera}$$

allora $\Delta S_{SIST} \geq 0$ infatti $\Delta S_{SIST} = c \ln[B]$

dove $B \geq 1$

$B \geq 1$??

$$\frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1T_2} \geq 1 \Rightarrow (T_1+T_2)^2 \geq 4T_1T_2 \quad \text{ovvero:}$$

$$T_1^2+T_2^2-2T_1T_2 \geq 0 \quad \text{ovvero}$$

$$(T_1-T_2)^2 \geq 0$$

sempre vera essendo il termine a sinistra un quadrato di un binomio

quindi $B \geq 1$ con $B = 1$ quando $T_1 = T_2$ ovvero quando lo stato iniziale e finale coincidono $(T_1 = T_2)$

Scanned by CamScanner

N° 2

Durante l'urto possiamo usare la conservazione del momento angolare rispetto al perno O
Non possiamo usare la conservazione dell'energia essendo l'urto completamente anelastico.

$$L_i = L_f \Rightarrow m_2 v_0 \frac{L}{3} = \left(I_o + m_2 \frac{L^2}{9}\right)\omega$$

$$I_o = m_1 \frac{L^2}{12} + m_1 \frac{L^2}{36} = m_1 \frac{L^2}{9}$$

momento inerzia della sbarretta rispetto al perno O.
il secondo termine è dovuto al teorema di

quindi $L_i = L_f \Rightarrow m_2 v_0 \frac{L}{3} = (m_1 + m_2)\frac{L^2}{9}\omega$

da cui $v_0 = \left(\frac{m_1 + m_2}{3 m_2}\right) L\omega$

Subito dopo l'urto posso utilizzare la conservazione dell'energia essendo in presenza di sole forze conservative (forza peso)

$U_0 + K_0 = U_f$ — U_f : energia potenziale finale ovvero dopo mezzo giro (180°)

K_0: energia cinetica iniziale

U_0: energia potenziale iniziale

Utilizzando il sistema di riferimento proposto nel testo

$$\begin{cases} U_f = m_1 g \frac{L}{6} + m_2 g \frac{L}{3} \\ U_0 = -m_1 g \frac{L}{6} - m_2 g \frac{L}{3} \\ K_0 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\frac{L^2}{9}\omega^2 \end{cases}$$

quindi da: $U_0 + K_0 = U_f$ ~~xxxx~~ ottengo:

$$\omega^2 = \frac{6g}{(m_1+m_2)L}(m_1 + 2m_2)$$ da cui $\omega = 8.45$ rad/s

Scanned by CamScanner

e quindi dalla conservazione del momento angolare:

$$V_0 = \frac{m_1+m_2}{3m_2} L\omega = 27.87 \ m/s$$

che è la velocità minima richiesta.

Note:

Il problema poteva anche essere risolto calcolando l'energia potenziale finale del sistema:

asta + proiettile (m_1) (m_2) ma facendo attenzione ad utilizzare il centro di massa del sistema totale

$$U = m_{tot}\, g\, z \rightarrow U = (m_1+m_2)\, g\, r_{CM}$$

Scanned by CamScanner

No 1

a) $L = 5\,km$

$V_1 = 300\,km/h = 83.\bar{3}\,m/s \qquad V(t=0)=0$

$v(t_1) = \underset{\overset{\parallel}{0}}{v(t=0)} + a t_1 \Rightarrow \qquad a = \frac{V(t_1)}{t_1} = \frac{V_1}{t_1} = 0.69\,\frac{m}{s^2}$

oppure essendo:

$L = \underset{\overset{\parallel}{0}}{x_0} + \underset{\overset{\parallel}{0}}{v(t=0)t_1} + \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} a t_1^2 \qquad a = \frac{2L}{t_1^2}$

b) $L = 8\,km$

$V_2 = 450\,km/h = 125\,m/s$

$a_n = -0.75\,m/s^2$

tempo impiegato per fermarsi ($V_f = 0$)

$V_f = 0 = V_2 + a_n t_f \Rightarrow t_f = \left|\frac{V_2}{a_n}\right| = 166.67\,s$

$x_f = \underset{\overset{\parallel}{0}}{x_0} + V_2 t_f + \frac{1}{2} a_n t_f^2 \cong 10417{,}08\,m \cong 10.4\,km$

spazio necessario per fermarsi

$\boxed{\text{essendo } x_f > L}$

l'aereo non riesce a fermarsi. Infatti la pista è lunga $L = 8\,km$ ma lui percorre $x_f \simeq 10.4\,km$ prima di fermarsi.

Alla fine della pista l'aereo ha velocità:

$V_f = \sqrt{V_0 - 2aL} = 60.21\,\frac{m}{s}$

Nota $\quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}$

ovvero:

$a\,dx = v\,dv$

$a\int_{x_0}^{x_f} dx = \int_{V_0}^{V_f} v\,dv$