Prova scritta: Fisica I; 05/06/2018

Prof. Massimo Petrarca

Svolgere esplicitamente in modo analitico i conti e riportarli in bella. Esplicitare il risultato numerico nel Sistema Internazionale (S.I.)

1) Un anello ed un disco entrambi sottili ed omogenei di uguale massa e raggio rispettivamente pari a m=2,3 Kg e r=30 cm, sono posti fermi su un piano inclinato con $\alpha = 45°$ e il centro di massa del singolo oggetto è ad un altezza h= 3,5m (Fig. 1). Assumendo che il moto sia di puro rotolamento e trascurando l'attrito dell'aria,

Calcolare:

- il momento di inerzia dell'anello avente densità lineare ϱ_l e del disco avente densità superficiale ϱ_s
- la velocità del centro di massa alla fine del piano inclinato per i due corpi. Quale corpo impiega il minor tempo a scendere?

2) Un'asta omogenea di massa m=1 Kg e lunghezza L=2m (Fig. 2) è incernierata in A ad un muro verticale e forma con esso un angolo α=45°. Alla distanza D=(3L)/4 è agganciata una massa di M = 12 Kg ed alla sua estremità un filo inestensibile di massa trascurabile che supporta una tensione massima $|T_{max}|$=1000 N.

Calcolare:

- La tensione del filo (modulo, direzione e verso).
- La massa massima M_{max} e l'intervallo di valori che M può assumere senza che il filo si spezzi.

3) Un sistema termodinamico isolato, composto da un gas perfetto, compie un ciclo reversibile costituito da un'espansione isoterma 1-2, un raffreddamento isocoro 2-3 ed una trasformazione adiabatica 3-1. Sapendo che V2 = 3 V1, e che γ= 7/5= 1.4, calcolare:

- Il rendimento del ciclo. Il gas è monoatomico o biatomico ?
- La variazione di entropia delle singole trasformazioni del sistema e nell'intero ciclo. La variazione di entropia dell'universo

Fig. 1

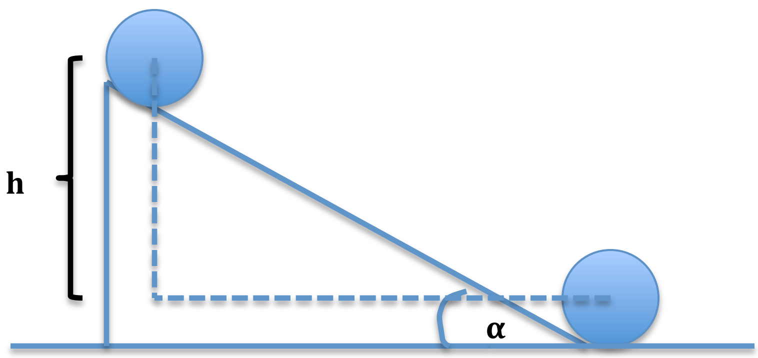


Fig. 2

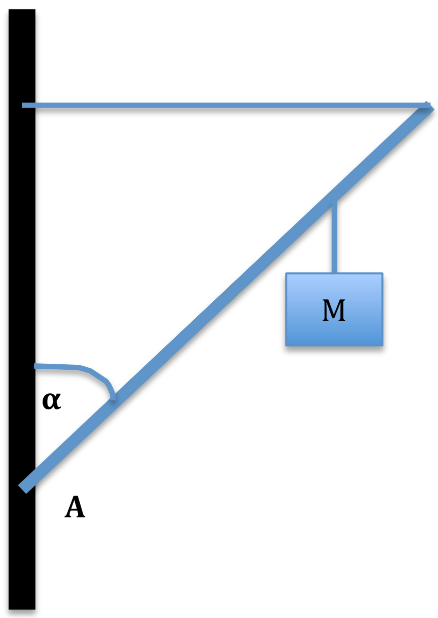
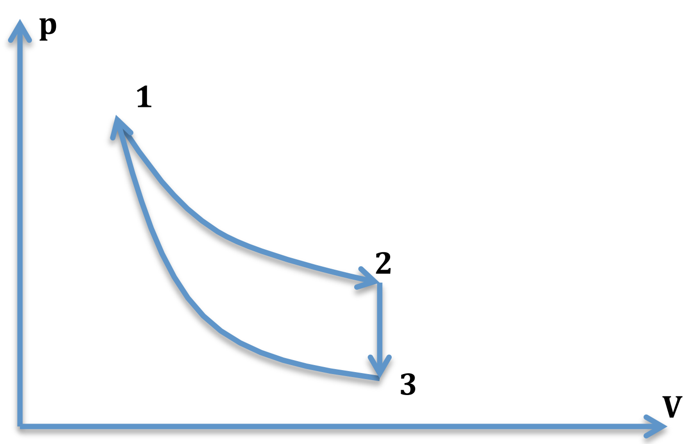


Fig. 3



$\boxed{\text{ES } 1}$

$$I_{disco} = \frac{1}{2} m R^2 \quad ; \quad I_{anello} = m R^2$$

$$I_{disco} = \int \rho_s r^2 ds = \int_0^R \int_0^{2\pi} \rho_s r^2 r \, dr \, d\theta$$

$ds = r \, dr \, d\theta$

$m = \rho_s S = \rho_s \pi r^2$

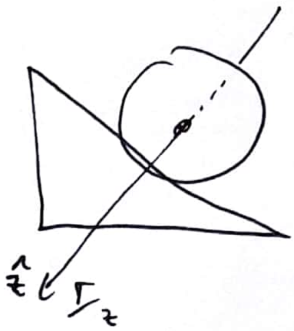
$$I_{anello} = \int \rho_e r^2 dl = \int_0^{2\pi} \rho_e r^2 r \, d\theta$$

$dl = r \, d\theta$

$m = \rho_e 2\pi R$

Conservazione energia meccanica

$$\begin{cases} mgh = \frac{1}{2} I_z \omega^2 + \frac{1}{2} m V_{cm}^2 \\ V = \omega r \end{cases}$$



$$V_{cm} = \sqrt{\frac{2mghR^2}{I + mR^2}}$$

disco : $V_{cm} = \sqrt{\frac{4}{3} gh} \simeq 6.8 \text{ m/s}$

anello : $V_{cm} = \sqrt{gh} \simeq 5.4 \text{ m/s}$

$$\begin{cases} I_{disco} < I_{anello} \\ \text{entrambi i corpi hanno stesso moto e percorrono stesse distanze} \\ V_{cm\,disco} > V_{cm\,anello} \end{cases} \Rightarrow \text{disco arriva prima dell'anello}$$

$\boxed{2}$

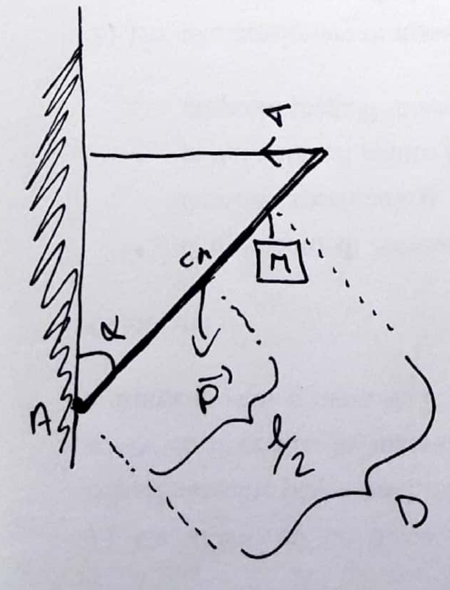
Momento delle forze rispetto p.to A. $\vec{M} = 0$

$$mg\frac{l}{2}\sin\alpha + Mg\frac{3}{4}l\sin\alpha - lT\cos\alpha = 0$$

$$T = \left(\frac{m}{2} + \frac{3}{4}M\right) g \,\mathrm{tg}\,\alpha \simeq 95{,}0\,N \qquad (g \simeq 10\ m/s^2)$$

$$M_{max} = \left[T_{max} - \frac{mg}{2}\mathrm{tg}\,\alpha\right] \cdot \frac{4}{3}\frac{1}{g\,\mathrm{tg}\,\alpha} \simeq 132{,}6\ Kg$$

$$0 \leq M \leq M_{max}$$

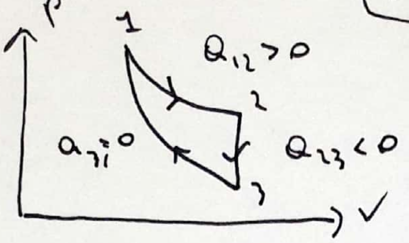


Asta lunga $l = 2m$, $m = 1\,Kg$

$D = \frac{3}{4}l$

$M = 12\,Kg$

N° 3



- Sistema isolato
- Ciclo reversibile

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{23}|}{Q_{12}}$$

$$Q_{12} = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$ ISOTERMA

Infatti: $\Delta U = 0 = \Delta Q - \Delta L$

$$dL = p\,dV = nRT \frac{dV}{V} \Rightarrow L = nRT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$Q_{23} = n c_v |T_3 - T_2| = \frac{5}{2} nR (T_2 - T_3) = \frac{5}{2} nRT_1 \left(1 - \frac{T_3}{T_1}\right)$$

Infatti: $\Delta U = \Delta Q$ essendo $\Delta L = 0$ ISOCORA

$\Delta U = n c_v \Delta T \Rightarrow \Delta U = n c_v (T_3 - T_2)$

(c_v è costante in funzione della temperatura) ↳ assunzione.

$Q_{31} = 0$ ADIABATICA

$$TV^{\gamma-1} = \text{cost} \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \quad \gamma = \frac{7}{5}$$

$$\eta = 1 - \frac{\frac{5}{2} nRT_1 \left[1 - (V_1/V_2)^{\gamma-1}\right]}{nRT_1 \ln(V_2/V_1)} \simeq 0.19$$

$$\Delta S_{12} = \int \frac{\delta Q}{T} \qquad \begin{aligned} &\Delta U = 0 \\ &dQ = dL \end{aligned} \qquad \Rightarrow \quad \Delta S_{12} = nRT_1 \cdot \frac{1}{T_1} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nR \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta S_{23} = \int \frac{\delta Q}{T} \qquad \begin{aligned} &dU = dQ \\ &dL = 0 \\ &dU = nC_v\, dT \end{aligned} \qquad \Rightarrow \quad \Delta S_{23} = nc_v \int_{T_2}^{T_3} \frac{dT}{T} = nc_v \ln \frac{T_3}{T_2}$$

essendo $T_2 = T_1$ e $\frac{T_3}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \Delta S_{23} = -nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

infatti: $\Delta S_{23} = nc_v \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = -nc_v(\gamma-1)\ln(V_2/V_1)$

$= -nc_v\left(\frac{c_p}{c_v} - 1\right)\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -n(c_p - c_v)\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

essendo $R = c_p - c_v$

$\Delta S_{31} = 0$ adiabatica

$\Delta S_{ciclo} = 0$ ciclo reversibile e S è funzione di stato.

Il sistema è isolato, il ciclo è reversibile, S è funzione stato

$\Rightarrow \Delta S_U = \Delta S_{sist} + \Delta S_{AMBIENTE} = 0$

Il gas è biatomico essendo $\gamma = \frac{7}{5}$

Scanned by CamScanner