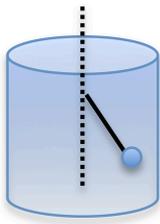




Prova di esame del 3 febbraio 2025 - TESTO PROVA DI ESAME
V APPELLO – a.a. 2023-24

Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. Un punto materiale si muove lungo una circonferenza. Se viaggia con accelerazione centripeta costante in modulo e pari ad $|a|$ impiega $T = 10$ s per percorrere un giro. Quanto tempo impiega il punto a percorrere un giro, partendo da fermo, se è l'accelerazione tangenziale ad essere costante in modulo e pari ad $|a|$?
 2. Un disco omogeneo di massa m_d e raggio R può ruotare senza attrito attorno a un asse fisso orizzontale che passa per il suo baricentro. Un filo ideale, inestensibile e di massa trascurabile, è avvolto attorno al disco, aderendo perfettamente ad esso senza poter scivolare. All'estremità libera del filo è collegata una massa m . Dopo aver lasciato cadere la massa m , determinare l'espressione: **a)** dell'accelerazione lineare della massa m ; **b)** dell'accelerazione angolare del disco m_d ; **c)** della tensione T del filo.
 3. Un contenitore cilindrico viene riempito di acqua e messo in rotazione intorno al suo asse baricentrale verticale. Dentro l'acqua, anch'essa in rotazione, è posto un corpo omogeneo di massa $M = 0.5$ kg e volume V sospeso, tramite un filo lungo $L = 0.35$ m, ad un punto dell'asse. Determinare, quando il sistema acqua-filo-massa è in equilibrio, qual è la massima velocità angolare per cui il filo, caratterizzato da una tensione di rottura $F_c = 27$ N, non si spezza.
- 
4. Un gas perfetto compie un lavoro $L = 100$ J seguendo la trasformazione $PV^{1/4} = \text{costante}$. Sapendo che la sua temperatura è aumentata di 4.5°C , determinare di quante moli è composto il gas.
 5. Una macchina termica opera con due sorgenti a $T_A=280^\circ\text{C}$ e $T_B=50^\circ\text{C}$, assorbendo una quantità di calore $Q_1=10$ kJ per ciclo. Il rendimento è la metà di quello massimo potenzialmente ottenibile utilizzando le due sorgenti. Determinare: **a)** il numero di cicli al secondo che la macchina deve compiere per poter fornire una potenza $P=40$ kW; **b)** la variazione di entropia delle sorgenti per un ciclo di funzionamento; **c)** se la macchina è reversibile o irreversibile.

Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1.** Dimostrare che la variazione di energia meccanica di un sistema isolato coincide con il lavoro delle forze non conservative.
- T2.** Dimostrare che l'Entropia di un sistema isolato non può diminuire.



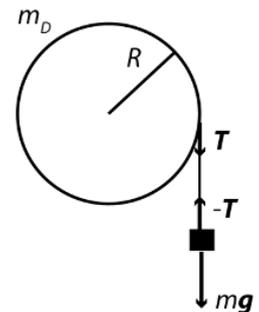
E1. Data una accelerazione centripeta costante pari ad $a = \omega^2 R$; si ottiene la velocità angolare costante che la determina, pari a $\omega = 2\pi/T$ e dunque il valore dell'accelerazione pari a $(2\pi/T)^2 R$. Nel caso di accelerazione tangenziale costante avremo: $2\pi R = \frac{1}{2} a_t t^2$ da cui $t = T/\sqrt{\pi} = 5.64$ s

E2. Sulla massa m : $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}$

Sul disco m_D : $\vec{R} \times \vec{T} = \frac{1}{2} m_D R^2 \vec{\omega}$

Da cui: $ma = mg - \frac{1}{2} m_D \dot{\omega} R$

$$a = \frac{gm}{m + \frac{1}{2}m_D} \quad \dot{\omega} = \frac{a}{R} \quad T = \frac{1}{2}m_D a = \frac{gmm_D}{2m + m_D}$$



E3. Considerando la risultante delle forze lungo la direzione perpendicolare all'asse di rotazione si ha $-T \sin\theta + (M\omega^2 L \sin\theta) = 0$ (il punto materiale non sperimenta alcuna accelerazione lungo la direzione verticale) da cui $T = M\omega^2 L$. La velocità angolare massima si ricava imponendo T uguale alla tensione di rottura: $\omega_{MAX} = \sqrt{(F_c / ML)} = 12.4$ rad/s

E4. Dal primo principio della termodinamica $\Delta U = Q - L$ da cui $nc_v\Delta T = nc_k\Delta T - L$ essendo $c_k = c_v + R/(1 - k)$ dove $k = 1/4$. Si ottiene $L = n\Delta TR/(1 - k)$ da cui $n = L(1 - k)/R\Delta T$ che fornisce **n = 2 moli**.

E5. Il rendimento massimo si ha con un ciclo di Carnot: $\eta_C = 1 - \frac{T_B}{T_A} = 0,42$

Per la macchina dell'esercizio:

$$\eta = \frac{1}{2}\eta_C = \frac{L}{Q_1} \Rightarrow L_{ciclo} = 2,1 \text{ kJ} \Rightarrow \frac{P}{L} = 19,2 \text{ cicli/s}$$

Essendo in ogni ciclo

$$Q_2 = L - Q_1 = -7,92 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta S_{sorgenti} = -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 6,4 \text{ J/K}$$

Il ciclo è quindi irreversibile.