

- 22.09** - Richiami di insiemistica. Notazioni. Inclusione. Operazioni insiemistiche: unione, intersezione, complementare e prodotto cartesiano. Proprietà delle operazioni insiemistiche. Leggi di De Morgan. Esempi.
- 23.09** - Insiemi numerici: \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} . Proprietà dei numeri reali. Proprietà di densità. Proprietà di Archimede. L'equazione $x^2 = 2$ non ha soluzioni razionali. Esempi.
- 24.09** - Intervalli. Maggiorante, minorante, massimo, minimo, estremo superiore e estremo inferiore. Insiemi limitati superiormente, limitati inferiormente, limitati e illimitati. Proprietà di completezza di \mathbb{R}^* . Esempi.
- 25.09** - Proprietà caratteristiche dell'estremo superiore e dell'estremo inferiore. La proprietà di completezza non è vera in \mathbb{Q} . Teorema di esistenza della radice n -sima*. Valore assoluto: definizione e proprietà. Esempi.
- 29.09** - Funzione, dominio, immagine e grafico. Funzioni razionali. Principio di induzione. Esempi.
- 30.09** - Funzione identità. Funzione restrizione. Successioni. Funzioni reali di una variabile reale. Funzioni monotone. Funzione parte intera. Gradino di Heaviside. Funzione segno. Esempi.
- 01.10** - Funzioni pari, dispari e periodiche. Funzioni potenza. Funzioni esponenziali. Esempi.
- 02.10** - Funzioni logaritmiche e trigonometriche. Funzioni limitate superiormente, limitate inferiormente e limitate. Estremo superiore, estremo inferiore, massimo globale e minimo globale di funzioni. Esempi.
- 06.10** - Funzioni composte. Funzioni iniettive, suriettive e biiettive. Insiemi numerabili. Disuguaglianza di Bernoulli: dimostrazione per induzione. Esempi.
- 07.10** - Funzione invertibile. Funzione inversa. Esempi.
- 08.10** - Funzioni inverse di funzioni strettamente monotone. Combinazione lineare, prodotto e quoziente di funzioni. Arcoseno, arcocoseno e arcotangente. Modulo, parte positiva e parte negativa di funzioni. Esempi.
- 09.10** - Numeri complessi. Complesso coniugato, modulo e argomento. Rappresentazione trigonometrica. Formula di De Moivre. Rappresentazione esponenziale. Esempi.
- 13.10** - Distanza euclidea in \mathbb{R} . Intorni sferici. Proprietà degli intorni. Minimo locale e massimo locale. Retta ampliata. Intorni di $+\infty$ e $-\infty$. Punti d'accumulazione. Teorema di Bolzano-Weierstrass*. Esempi.
- 14.10** - Limite. Unicità del limite. Punti interni, esterni e di frontiera. Insiemi aperti e chiusi. Esempi.
- 15.10** - Le funzioni con limite finito sono definitivamente limitate. Permanenza del segno. Non esiste $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin x$. Limite destro e limite sinistro. Gli insiemi chiusi e limitati hanno minimo e massimo. Esempi.
- 16.10** - Algebra dei limiti finiti. Teorema del confronto. Radici complesse. Esempi.
- 20.10** - Aritmetica parziale di \mathbb{R}^* . Forme indeterminate. Limiti di funzioni razionali. Esistenza del limite per funzioni monotone. Limiti di potenze. Esercizi sulla risoluzione di equazioni in \mathbb{C} . Esempi.
- 21.10** - Limiti di esponenziali, logaritmi e funzioni trigonometriche. Limite della funzione composta. Cambiamento di variabile nei limiti. Funzioni infinitesime e il simbolo di Landau $o(1)$. Esempi.
- 22.10** - Limiti notevoli di funzioni trigonometriche e loro espressione in termini di $o(1)$. Uso dei limiti notevoli nel calcolo di limiti. Funzioni divergenti o infinite. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{4^x} = 0$. Esempi.
- 23.10** - Infiniti e infinitesimi: confronto fra esponenziali, potenze e logaritmi. Infiniti (infinitesimi) di ordine superiore, inferiore, dello stesso ordine e non confrontabili. Fattoriale e coefficiente binomiale. Esempi.
- 27.10** - Limiti di successioni a valori in \mathbb{R} . La successione $\left\{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right\}$ è strettamente crescente e limitata. Definizione del numero e . Formula del binomio di Newton: dimostrazione per induzione. Esempi.
- 28.10** - Logaritmo naturale. Limiti notevoli con il numero e . Confronto di infiniti per successioni. Esempi.
- 29.10** - I simboli di Landau: $o(\cdot)$, $O(\cdot)$, \sim . Teorema ponte*. Non esistenza di limiti. Esempi.
- 30.10** - Definizione di serie numerica. Successione delle somme parziali. Serie convergenti, divergenti e irregolari. Condizione necessaria per la convergenza. Linearità. Serie di Mengoli. Serie geometrica. Esempi.
- 03.11** - Serie a termini positivi. Serie armonica. Coda e errore. Serie a termini definitivamente positivi. Criterio del confronto. Serie armonica generalizzata. Approssimazioni di $n!$. Formula di Stirling*. Esempi.
- 04.11** - Criterio del confronto asintotico. Criterio della radice. Esempi.
- 05.11** - Criterio del rapporto. Serie numeriche a termini di segno variabile. Convergenza assoluta. Una serie assolutamente convergente è (semplicemente) convergente. Esempi.
- 10.11** - Serie a termini di segno alterno. Criterio di Leibniz. Funzioni continue. Continuità da destra e da sinistra. Permanenza del segno. Composta di funzioni continue. Esempi.
- 11.11** - Punti di discontinuità. Discontinuità delle funzioni monotone. Teorema degli zeri*. Teorema dei valori intermedi. Funzioni continue e invertibili*. Continuità della funzione inversa. Esempi.
- 12.11** - Calcolo differenziale: funzioni da \mathbb{R} in \mathbb{R} . Migliore approssimazione lineare. Retta tangente non verticale. Funzioni derivabili. Derivata di x^n e e^x . Derivabilità e continuità. Lo spazio $C^1(X)$. Esempi.
- 13.11** - Retta tangente verticale. Derivata destra e sinistra. Punto angoloso e cuspidale. Algebra delle derivate. Derivata di una funzione composta o regola della catena. Derivata della funzione inversa. Derivata di $\log_a x$, a^x , x^α , $\sin x$, $\cos x$ e $\tan x$. Esempi.
- 17.11** - Derivate successive. Polinomio di Taylor. Enunciato del teorema di Peano. Formula di Taylor con il resto secondo Peano delle funzioni: e^x , $\log(1+x)$, $\sin x$ e $\cos x$. Derivata di $\arcsin x$. Esempi.

18.11 - Teorema di de l'Hôpital*. Dimostrazione del teorema di Peano. Ordini di infinitesimi. Esempi.

19.11 - Teorema di Weierstrass*. Teorema di Fermat. Punti critici. Derivata di $\arctan x$ e $\arccos x$. Esempi.

20.11 - Teorema di Rolle. Teorema di Lagrange. Monotonia e derivata. Studio del segno della derivata nella ricerca dei punti di estremo. Formula di Taylor con il resto secondo Peano di: $(1+x)^\alpha$ e $\arctan x$. Esempi.

24.11 - Funzioni convesse (concave) e strettamente convesse (concave). Derivabilità a destra, a sinistra e continuità delle funzioni convesse. Criterio di convessità per funzioni derivabili*. Criterio di convessità per funzioni due volte derivabili. La disuguaglianza notevole: $e^x \geq 1+x$. Punti di flesso. Condizione necessaria per punti di flesso. Funzioni con derivata nulla in un intervallo. Esempi.

25.11 - Le funzioni iperboliche $\sinh x$ e $\cosh x$. Funzioni inverse di $\sinh x$ e $\cosh x$. Formula di Taylor con il resto secondo Peano di $\sinh x$ e $\cosh x$. Asintoti verticali, orizzontali e obliqui. Studio di funzioni. Esempi.

26.11 - Definizione di integrale di Riemann. Suddivisione di un intervallo chiuso e limitato. Suddivisione più fine. Somme inferiori e superiori. Funzioni integrabili secondo Riemann e integrale di Riemann. Esempi.

27.11 - Significato geometrico dell'integrale. La funzione di Dirichlet non è integrabile. Criterio di integrabilità. Le funzioni continue sono integrabili*. Le funzioni monotone sono integrabili. Le funzioni limitate con un numero finito di discontinuità sono integrabili*. Proprietà dell'integrale. Funzioni integrali. Esempi.

01.12 - Teorema della media. Continuità della funzione integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Primitive. Integrale indefinito. Formula fondamentale del calcolo integrale. Esempi.

02.12 - Integrazione per parti. Formule ricorsive. Integrazione per sostituzione. Integrali di funzioni pari e dispari. Limiti con funzioni integrali. Esempi.

03.12 - Integrabilità in senso improprio su intervalli illimitati. Integrali impropri di funzioni positive. Criterio del confronto. Funzione di Gauss e funzione errore. Serie numeriche e integrali impropri. Esempi.

04.12 - Criterio integrale per serie numeriche a termini positivi. Studio di integrali impropri. La disuguaglianza $\log x \leq x-1$. Derivate di funzioni integrali. Studio di funzioni integrali non esprimibili in termini di funzioni elementari. Integrazione di funzioni razionali $\frac{P(x)}{Q(x)}$ con Q polinomio di secondo grado. Esempi.

09.12 - Funzioni reali di più variabili reali. Prodotto scalare, norma e distanza euclidea. Intorni sferici. Punto d'accumulazione. Insiemi limitati. Teorema di Bolzano-Weierstrass*. Insiemi aperti e chiusi. L'elemento ∞ . Limiti e continuità di funzioni da \mathbb{R}^n in \mathbb{R} . Esempi.

10.12 - Derivate parziali. Gradiente. Derivate direzionali. Teorema sul limite delle restrizioni*. Esempio di funzione non continua con derivate parziali. Funzioni differenziabili e derivate parziali. Esempi.

11.12 - Differenziabilità e continuità. Formula del gradiente. Piano tangente. Classe $C^1(X)$. Teorema del differenziale totale*. Derivate parziali del secondo ordine. Funzioni due volte differenziabili. Classe $C^2(X)$. Teorema di Schwarz*. Matrice hessiana. Teorema di Peano*. Forme quadratiche definite, semidefinite e indefinite. Criterio di classificazione delle forme quadratiche nel caso bidimensionale. Punti critici. Teorema di Fermat*. Punto di sella. Condizioni sufficienti per estremi locali in dimensione $n=1$ e $n=2$ *. Esempi.

15.12 - Equazioni differenziali ordinarie. Equazioni lineari del primo ordine. Significato di soluzione. Problema di Cauchy. Equazioni omogenee. Integrale generale. Soluzione particolare. Metodo di variazione della costante. Metodo *ad hoc* per polinomi e esponenziali. Esempi.

16.12 - Equazioni differenziali lineari del secondo ordine. Significato di soluzione. Problema di Cauchy. Teorema di esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy*. Equazioni omogenee. Soluzioni linearmente indipendenti. Equazioni del secondo ordine a coefficienti costanti. Equazione caratteristica. Integrale generale. Soluzione particolare. Metodo *ad hoc* per esponenziali. Teorema di Weierstrass per funzioni di più variabili*. Massimi e minimi per funzioni di più variabili definite in un insieme chiuso e limitato. Esempi.

17.12 - Metodo di variazione delle costanti per equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti. Metodo *ad hoc* per polinomi, $\sin x$ e $\cos x$, nel caso di equazioni differenziali del primo e secondo ordine. Esempi.

*SENZA DIMOSTRAZIONE