

Riporto in questo file testo, soluzioni e suggerimenti di alcuni esercizi della raccolta di gennaio 2015 contenenti degli errori che mi sono stati segnalati durante il corso o di cui mi sono accorto riguardandoli.

Ringrazio quanti, con le loro segnalazioni, mi hanno aiutato nell'identificarli.

Variazioni rispetto alla errata del 29.5.15:

- migliorate le soluzioni di S57 e S58

C7 - C14 - C23 - C43

D2 - D7 - D74 - D86 - D93

S57 - S58 - S112

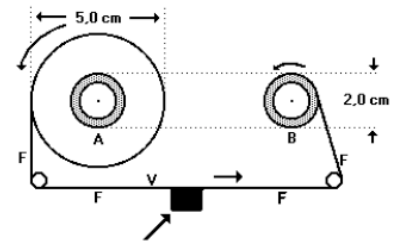
E10

T10 - T38 - T39 - T51 - T57 - T85

CINEMATICA

C7) Un nastro sottile F scorre a velocità costante $V = 2\pi$ cm/s nel punto V indicato dalla freccia. Il nastro si srotola dalla bobina A (diametro iniziale 5 cm) e si avvolge intorno alla bobina B (diametro iniziale 2 cm). Determinare:

- il numero di giri al secondo delle due bobine quando tutto il nastro è stato trasferito alla bobina B
- la lunghezza del nastro sapendo che impiega 30 minuti per essere trasferito integralmente da una bobina all'altra
- lo spessore del nastro



[1 giro/s; 0,4 giri/s; 113 m; 15 μ m]

C7) la velocità nel punto V è la velocità periferica del nastro in corrispondenza delle bobine; il nastro si srotola a 2π cm/s in 1800 s; l'area della corona circolare di diametri 2 cm e 5 cm è pari alla lunghezza del nastro moltiplicata per il suo spessore

C14) Un punto materiale inizia a muoversi all'istante $t_0 = 0$ di moto rettilineo lungo l'asse x con accelerazione $a(t) = A + B t$. L'accelerazione iniziale vale 1 m/s^2 e dopo 2 s la velocità vale 6 m/s. Quanto spazio è stato percorso nel frattempo? [s = 4,67 m]

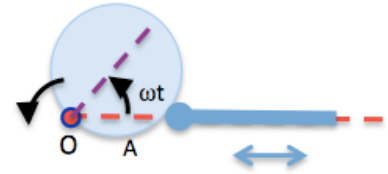
C14) Ricavare per integrazioni successive la velocità e lo spostamento; $A = 1 \text{ m/s}^2$ $B = 2 \text{ m/s}^3$

C23) Un grave viene lanciato dall'origine degli assi con un'inclinazione di 45° verso l'alto e raggiunge la massima quota Y_M avendo percorso orizzontalmente un tratto X_M . Con quale inclinazione dovrebbe essere lanciato in assenza di gravità per arrivare allo stesso punto di coordinate (X_M, Y_M) ? [$\theta = \arctg \frac{1}{2} = 26,6^\circ$]

C23) Determinare le coordinate X_M e Y_M in presenza della gravità: $X_M = v_0^2/2g$; $Y_M = v_0^2/4g$; disegnare il triangolo di cateti OX_M e OY_M

C43) Il meccanismo di un agitatore meccanico è costituito da due elementi posti su un piano orizzontale:

- a) una piastra a forma di cerchio di raggio R che ruota con velocità angolare ω costante intorno ad un perno verticale O tangente al cerchio e collegato a un motore
 b) un'asta premuta contro il bordo della piastra e vincolata a muoversi lungo un asse passante per O.



Determinare il massimo valore della velocità dell'asta.

[suggerimento: la distanza dell'estremità A dell'asta da O è ricavabile considerando che il diametro passante per O è l'ipotenusa di un triangolo ...] [$v_{MAX} = 2 R \omega$]

C43) per $\cos(\omega t) \geq 0$ si ha $OA(t) = 2R \cos(\omega t)$] da cui $v(t) = -2 R \omega \sin(\omega t) \rightarrow v_{MAX} = 2 R \omega$

DINAMICA DEL PUNTO

D2) Un corpo puntiforme di massa m si muove nel piano XY con la legge oraria:

$$x(t) = -b t^2 + c t$$

$$y(t) = c t + d$$

Determinare l'intensità della forza che agisce sul corpo e la sua quantità di moto lungo l'asse y in funzione del tempo [$2mb; mc$]

D2) Derivare...

D7) Il moto periodico smorzato di un punto materiale è descritto dalla soluzione dell'equazione $d^2x/dt^2 + 2 \gamma dx/dt + \Omega^2 x = 0 \rightarrow x(t) = x_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t - \varphi)$. Determinare il valore di γ sapendo che in 100 s l'ampiezza si riduce di un fattore 22000 ($\approx e^{10}$).

$$[\gamma = 10/100 \text{ s}]$$

$$D7) A(t) = x_0 e^{-\gamma t} \rightarrow A(100) = A(0) e^{-\gamma \cdot 100} = A(0)/e^{10}$$

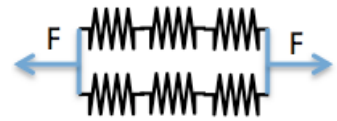
D74) Un corpo puntiforme di massa $m = 50 \text{ g}$ inizialmente fermo viene lasciato scendere lungo un piano scabro ($\mu_d = 0,4$) inclinato di $\theta = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. Determinare la velocità del corpo quando ha percorso una distanza $d = 20 \text{ cm}$ [$v = 0,78 \text{ m/s}$].

$$D74) \frac{1}{2} m v^2 - mg d \sin\theta = -\mu_d mg \cos\theta d$$

D86) Un punto materiale di massa $m = 1 \text{ kg}$ è fermo alla base di un piano liscio inclinato di 30° . Una forza $F = 10 \text{ N}$ orizzontale viene applicata al corpo per $\Delta t = 2 \text{ s}$. Determinare la massima quota alla quale arriva il punto durante l'azione della forza F. [$h = 3,6 \text{ m}$]

$$D86) F \cos\theta - mg \sin\theta = m a; h = \frac{1}{2} a t^2 \sin\theta$$

D93) Il principio di funzionamento di un fascio muscolare viene studiato con un modello in scala costituito da sei molle identiche di lunghezza a riposo $d = 1 \text{ cm}$ e costante elastica $k = 400 \text{ N/m}$. Se $F = 10 \text{ N}$ quali sono la lunghezza finale del sistema e la sua energia potenziale?

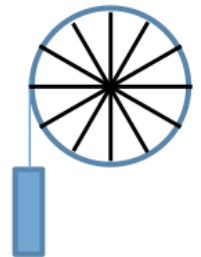


$$[D = 6,75 \text{ cm}; U = 0,1875 \text{ J}]$$

D93) La forza F bilancia la forza elastica del sistema; ogni serie di tre molle esercita una forza $F/2$; ogni molla esercita quindi una forza $F/2$ allungandosi di $F/(2k) = 1,25 \text{ cm}$ e aumentando la sua energia potenziale di $1/8 F^2/k = 1/32 \text{ J}$.

DINAMICA DEI SISTEMI DI PUNTI E CORPO RIGIDO

S57) Una ruota di bicicletta (di massa $m = 2 \text{ kg}$) ruota intorno a un perno orizzontale fisso passante per il suo centro. I raggi della ruota (di massa trascurabile) sono lunghi 30 cm . Attorno al bordo esterno viene avvolta una fune ideale a cui è appeso un corpo puntiforme di massa m . Il corpo viene lasciato cadere. Calcolare la tensione della fune sapendo che l'attrito fra il perno e la ruota genera un momento frenante (coppia) $M_A = 2 \text{ Nm}$.



$$[T = 13,13 \text{ N}]$$

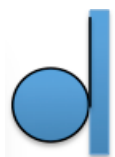
S57) Applicare la seconda equazione cardinale considerando il momento della tensione della fune e quello della forza d'attrito: $RT - M_A = I \alpha = -I a/R$; $T - mg = ma$

S58) Un corpo di massa $m_1 = 2 \text{ kg}$ è appeso a una fune ideale arrotolata intorno a un disco di massa $m_2 = 20 \text{ kg}$ e momento d'inerzia $I = 0,1 \text{ kg m}^2$ libero di ruotare intorno al suo asse baricentrale orizzontale fisso. Quale momento di forze di attrito M_{Att} è presente sull'asse se il corpo scende a velocità costante?

$$[M_A = 1,96 \text{ Nm}]$$

S58) Applicare la seconda equazione cardinale considerando il momento della tensione della fune e quello della forza d'attrito: $RT - M_A = I \alpha = 0$; $T - m_1g = m_1a = 0 \rightarrow M_A = Rm_1g$

S112) Intorno ad un cilindro di massa m e raggio R è avvolto un filo ideale. Il cilindro viene appoggiato ad una parete verticale e lasciato andare mentre l'estremità libera del filo è fissata alla parete. Determinare l'accelerazione con cui scende il cilindro e la tensione del filo.



$$[a = 2/3 g; T = 1/3 mg]$$

S112) notare l'analogia col moto di puro rotolamento: il contatto cilindro-parete avviene lungo un asse istantaneo di rotazione.

I cardinale: $mg - T = ma$; II cardinale: $R mg = I_0 \alpha = 3/2 mR^2 a/R$

ELASTICITA'

E10) Per misurare il coefficiente di Poisson di un campione di caratteristiche elastiche simili a quelle di un componente della cartilagine ne vengono realizzati due provini. Il primo, un cilindro di sezione 10 mm^2 , si allunga del 5% se sottoposto a una trazione di 300 mN . Al

secondo, un cubo di 1 mm di lato, viene applicata su due superfici opposte una coppia di forze di 2,5 mN e si osserva uno slittamento di 0,01 mm fra le due facce. Determinare il modulo di Poisson del materiale assumendo che le prove siano state effettuate nel regime di Hooke. $[\nu = 0,2]$

E10) I misura: $\sigma = 300 \text{ mN}/10 \text{ mm}^2$; $\epsilon = 0,05 \rightarrow Y = 600 \text{ kPa}$

II misura: $\tau = 2,5 \text{ mN}/1 \text{ mm}^2$; $\gamma \approx 0,01 \text{ mm}/1\text{mm} \rightarrow G = 250 \text{ kPa} \rightarrow \nu = Y/(2G)-1 = 0,2$

TERMODINAMICA

T10) Una bombola contenente gas compresso ha una massa $M = 20 \text{ kg}$ e dimensioni trascurabili. Giace sul fondo di un lago a 90 m di profondità ed è collegata a un pallone elastico che si gonfia assumendo una forma sferica. Quando il raggio del pallone supera 20 cm la bombola e il pallone si staccano dal fondo e iniziano ad emergere. Trascurando la massa del gas, qual è la massa del pallone? Qual è la pressione minima del gas nella bombola affinché il pallone possa gonfiarsi? Quanto lavoro compie il gas durante il riempimento del pallone?

$$[m = 13,5 \text{ kg}; p = 10,8 \times 10^5 \text{ Pa}; L = 32,8 \text{ kJ}]$$

T10) Applicare il principio di Archimede alla sfera: $m = 4/3 \pi R^3 \rho_{\text{H}_2\text{O}} - M$. Perché il pallone si gonfia? Lavoro irreversibile di espansione con $p = p_{\text{ext}}$

T38) Due moli di gas perfetto monoatomico compiono un ciclo termodinamico costituito da una isobara reversibile AB seguita da un'isocora reversibile BC e un'isoterma irreversibile CA durante la quale il gas cede 1,5 kJ alla sorgente.

Disegnare approssimativamente il ciclo termodinamico.

Sapendo che $T_A = 200 \text{ K}$, $V_A = 1,2 \text{ litri}$, $V_B = 2,4 \text{ litri}$ si calcolino la variazione di energia interna nel tratto AB e di entropia nel tratto CA.

$$[\Delta U_{A \rightarrow B} = 4,99 \text{ kJ}; \Delta S_{C \rightarrow A/\text{gas}} = -11,5 \text{ J/K}; \Delta S_{C \rightarrow A/\text{sorg}} = 7,5 \text{ J/K}]$$

T38) A: $[p_A, V_A, T_A] \rightarrow B: [p_A, 2V_A, 2T_A] \rightarrow C: [p_A/2, 2V_A, T_A] \rightarrow A$

$$\Delta U_{A \rightarrow B} = n c_V T_A; \Delta S_{C \rightarrow A/\text{gas}} = n R \ln(1/2); \Delta S_{C \rightarrow A/\text{sorg}} = -Q_{C \rightarrow A}/T_A$$

T39) Due moli di gas perfetto monoatomico compiono un ciclo termodinamico costituito da: una isocora reversibile AB; una isoterma reversibile BC; una isobara irreversibile CA durante la quale il gas cede 9 kJ alla sorgente a temperatura T_A .

Disegnare approssimativamente il ciclo termodinamico.

Sapendo che $V_A = 2 \text{ litri}$, $p_A = 30 \text{ bar}$, $V_C = 3 \text{ litri}$ si determinino le variazioni di energia interna e entropia del gas nel ciclo e le variazioni di entropia delle sorgenti nelle tre trasformazioni

$$[\Delta U = 0; \Delta S_{\text{gas}} = 0; \Delta S_{A \rightarrow B/\text{sorg}} = -10,11 \text{ J/K}; \Delta S_{B \rightarrow C/\text{sorg}} = -6,74 \text{ J/K}; \Delta S_{C \rightarrow A/\text{sorg}} = 24,93 \text{ J/K}]$$

T39) A: $[p_A, V_A, T_A] \rightarrow B: [3/2 p_A, V_A, 3/2 T_A] \rightarrow C: [p_A, 3/2 V_A, 3/2 T_A] \rightarrow A$

$$\Delta S_{A \rightarrow B/\text{sorg}} = -n c_V \ln(3/2); \Delta S_{B \rightarrow C/\text{sorg}} = -n R \ln(3/2); \Delta S_{C \rightarrow A/\text{sorg}} = -Q_{C \rightarrow A}/T_A$$

T51) Una certa quantità di gas perfetto monoatomico è contenuto in un cilindro chiuso da un pistone di massa trascurabile libero di scorrere senza attriti. Le pareti e il pistone sono adiabatici. Inizialmente il gas a pressione $p_0 = 1 \text{ bar}$ occupa un volume $V_0 = 1 \text{ litro}$ ed è a

temperatura $T_0 = 350$. Determinare quanto lavoro occorre svolgere reversibilmente dall'esterno per raffreddare il gas di 50°C e il volume finale occupato dal gas.

$$[L_{\text{ext}} = -21,43 \text{ J}; V = 1,26 \text{ l}]$$

T51) adiabatica: $L_{\text{ext}} = -L = \Delta U = n c_v \Delta T$; $V_f = V_0 (T_0/T_f)^{1/(\gamma-1)}$

T57) Determinare la potenza di una macchina termica che lavora reversibilmente con un gas perfetto a 20 Hz a partire dalla pressione $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ e $V_0 = 2 \text{ l}$. Successivamente il gas subisce una trasformazione isocora durante la quale raddoppia la pressione, una isoterma durante la quale raddoppia il volume e una isobara che ripristina le condizioni iniziali.

$$[P = 4 (2\ln 2 - 1) \text{ kW}]$$

T57) Calcolare il lavoro prodotto nell'isoterma e quello assorbito nell'isobara:

$$L_{\text{ciclo}} = p_0 V_0 (2\ln 2 - 1)$$

T85) Per mantenere a 20°C una sala che ogni giorno disperde verso l'esterno 600 kWh si utilizza una macchina frigorifera che utilizza come sorgente l'acqua di un pozzo a 4°C . Determinare la minima potenza richiesta per far funzionare la macchina (pompa di calore ideale).

$$[P = 1,36 \text{ kW}]$$

T85) Per mantenere i 20°C occorre fornire la stessa quantità di calore che viene dissipata. Tale potenza termica vale $P_{\text{diss}} = 600 \text{ kWh}/24\text{h} = 25 \text{ kW}$. La potenza minima per far funzionare la macchina frigorifera (si raffredda l'acqua del pozzo per scaldare la sala) corrisponde a quella di una macchina ideale reversibile (ciclo di Carnot inverso) con rendimento $\eta = 1 - 277,15/293,15 = 5,45\%$. La potenza richiesta per il funzionamento della pompa di calore è quella che verrebbe fornita dalla macchina frigorifera se funzionasse come macchina termica: $P = \eta P_{\text{diss}} = 1,36 \text{ kW}$.

Dal pozzo viene estratta una potenza termica di $25 \text{ kW} - 1,36 \text{ kW}$ raffreddando l'acqua.