

FISICA MATEMATICA (Ingegneria Civile)
ESERCITAZIONE 1 (29.09.2017) A.A.2017/18

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

- ≡ 1. Dato un parallelogramma $ABCD$, sia M l'intersezione delle sue diagonali. Posti: $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ e $\vec{w} = \overrightarrow{AD}$, si esprimano in funzione di \vec{v} e \vec{w} i vettori: \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{AM} , \overrightarrow{BM} .

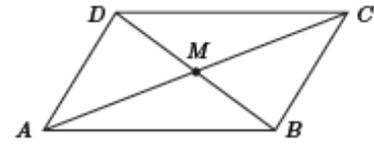


Fig. 1. Esercizio 1

- ≡ 2. Dati i due vettori \vec{v} e \vec{w} , esprimere $|\vec{v} - \vec{w}|$ in funzione di v , w e dell'angolo δ formato dagli orientamenti di \vec{v} e di \vec{w} .
- ≡ 3. Dati i due vettori \vec{v} e \vec{w} , dimostrare che sono equivalenti le due condizioni:

$$v = w \quad \text{e} \quad (\vec{v} + \vec{w}) \perp (\vec{v} - \vec{w});$$

ed interpretare geometricamente il risultato.

- ≡ 4. Determinare i casi particolari nei quali è:

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}).$$

- ≡ 5. Sia \vec{v} un vettore di intensità pari a 2 cm , orientato in modo da formare con gli assi x, y, z di una terna RC angoli pari a $\pi/3, \pi/3, \pi/4$ rispettivamente. Calcolare le componenti cartesiane di \vec{v} rispetto ad RC .
- ≡ 6. Il vettore \vec{v} è parallelo alla retta che, nella terna $RC(Oxyz)$, ha equazioni parametriche:

$$x = lt \quad , \quad y = mt \quad , \quad z = nt;$$

il verso di \vec{v} è concorde con quello individuato sulla retta dalle t crescenti. Sia inoltre v l'intensità nota di \vec{v} , determinare le componenti cartesiane di \vec{v} in RC .

- ≡ 7. In una terna $RC(Oxyz)$ sia dato il vettore $\vec{v} \equiv (-3, -6, 2)$. Determinare in RC i coseni direttori dell'orientamento di \vec{v} , cioè le componenti α, β, γ del suo versore.
- ≡ 8. In una terna $RC(Oxyz)$ siano $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ i versori degli assi; dati i due vettori:

$$\vec{v} = 3\vec{e}_1 - \sqrt{3}\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 \quad , \quad \vec{w} = -\vec{e}_1 + \sqrt{3}\vec{e}_2 - \vec{e}_3$$

determinare v e w , ed inoltre l'angolo δ formato dai due orientamenti di \vec{v} e \vec{w} .

- ≡ 9. In una terna $RC(Oxyz)$ siano \vec{v} e \vec{w} due vettori contenuti nel piano xy e determinati dalle condizioni:
 $v = 2$, l'angolo che \vec{v} forma con l'asse x , in verso antiorario rispetto all'orientamento dell'asse x , ha ampiezza $\pi/3$;
 $w = 3$, l'angolo che \vec{w} forma con l'asse x , in verso antiorario rispetto all'orientamento dell'asse x , ha ampiezza $\pi/6$.
 Calcolare $\vec{v} + \vec{w}$, $\vec{v} \cdot \vec{w}$, $\vec{v} \times \vec{w}$.

- ≡ 10. In una terna $RC(Oxyz)$ siano assegnati i versori:

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 &\equiv \left(-\frac{1}{3} \quad , \quad -\frac{2}{3} \quad , \quad -\frac{2}{3}\right), \\ \vec{e}_2 &\equiv \left(0 \quad , \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad , \quad \frac{\sqrt{2}}{2}\right), \\ \vec{e}_3 &\equiv \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad , \quad \frac{\sqrt{2}}{6} \quad , \quad \frac{\sqrt{2}}{6}\right). \end{aligned}$$

Verificare che la terna $RC'(Ox'y'z')$, con gli assi concordi con $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ rispettivamente, è cartesiana, ortogonale e destra.