FISICA MATEMATICA (Ingegneria Civile)
ESERCITAZIONE 4-5 (27.10.2017) A.A.2017/18

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

1) Un elemento materiale di massa m è vincolato alla superficie liscia ottenuta ruotando intorno allasse z la curva $z = a(x^2 - bx)$, con $x \geq 0$, ed' è soggetto alla forza $\vec{f} \equiv (-kx, -ky, -mg)^T$. Studiare le posizioni di equilibrio dellelemento e la loro stabilità.

2) Un elemento E materiale pesante di massa m è vincolato senza attrito a scorrere lungo una guida circolare rigida di raggio ℓ e centro O. La guida è contenuta in un piano verticale $(O, \vec{\varepsilon}_1, \vec{\varepsilon}_2)$ che ruota uniformemente attorno a un suo diametro AB disposto verticalmente e fisso rispetto a terra. Sia $\vec{e}_2 = \vec{\varepsilon}_2 = \text{vers}\,\overrightarrow{AB}$ verticale ascendente.

   Detta θ l'anomalia tra $\overrightarrow{OP}$ e $\overrightarrow{OA}$, e mediante l'equazione

$$m\,\vec{a} \;=\; m\,\vec{g} + m\,\omega^2\ell\;\sin\theta\;\vec{\varepsilon}_1 + 2m\,\omega\,\ell\,\dot{\theta}\;\cos\theta\;\vec{\varepsilon}_3$$

   determinare le posizioni di equilibrio dell'elemento e studiarne le caratteristiche al variare del parametro ω.

3) Un elemento E materiale pesante di massa m è vincolato senza attrito a muoversi su un piano orizzontale liscio e fisso rispetto a terra. Sia $\pi = (x, y)$ il piano vincolare, e z l'asse verticale ascendente.

   Dimostrare che una forza del tipo $\mu\,\vec{e}_3 \times \vec{v}$, con μ abbastanza grande, può stabilizzare posizioni sul piano π che, altrimenti, sarebbero instabili.

5) Una terna $R\Gamma = (\Omega, \xi, \eta, \zeta)$ si muove rispetto a una terna $RC = (O, x, y, z)$. Siano noti: l'asse del moto $a = (O, \vec{e}_3)$, e la velocità $\vec{v}_P = -6\,\vec{e}_1 + 2\,\vec{e}_2$ del punto $P = (1, 3, 4)$.

   Determinare la velocità di traslazione $\vec{\tau}$ e la velocità angolare.

6) Una terna $R\Gamma = (\Omega, \xi, \eta, \zeta)$ con base di versori $\vec{\varepsilon}_1$, $\vec{\varepsilon}_2$, $\vec{\varepsilon}_3$ si muove rispetto a una terna $RC = (O, x, y, z)$ con base di versori $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ di moto traslatorio uniforme, e la sua origine Ω percorre la circonferenza di centro il punto C di coordinate $(R, 0)$. Nell'istante $t = 0$ la terna RC coincide la terna $R\Gamma$, e il punto Ω è dotato di velocità $\vec{v}_\Omega(0) = v\vec{e}_2$, con $v > 0$. Nello stesso istante un elemento E parte da Ω con velocità nulla e percorre l'asse ξ di moto accelerato, con accelerazione di intensità $a = 6\,v/R$.

   Determinare la traiettoria (assoluta) di P, e le sue velocità e accelerazione agli istanti $t_n = n\,\pi/2\,s$, per $n = 1, 2, 3, 4$.

7) Una terna $R\Gamma = (\Omega, \xi, \eta, \zeta)$ con base di versori $\vec{\varepsilon}_1$, $\vec{\varepsilon}_2$, $\vec{\varepsilon}_3$ si muove rispetto a una terna $RC = (O, x, y, z)$ con base di versori $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ di moto traslatorio uniforme, e la sua origine Ω percorre la circonferenza di centro il punto C di coordinate $(R, 0)$. Nell'istante $t = 0$ la terna RC coincide la terna $R\Gamma$, e il punto Ω è dotato di velocità $\vec{v}_\Omega(0) = v\vec{e}_2$, con $v > 0$. Nello stesso istante un elemento E parte da Ω con velocità nulla e percorre l'asse ξ di moto accelerato, con accelerazione di intensità $a = 6\,v/R$.

   Determinare la traiettoria (assoluta) di P, e le sue velocità e accelerazione agli istanti $t_n = n\,\pi/2\,s$, per $n = 1, 2, 3, 4$.