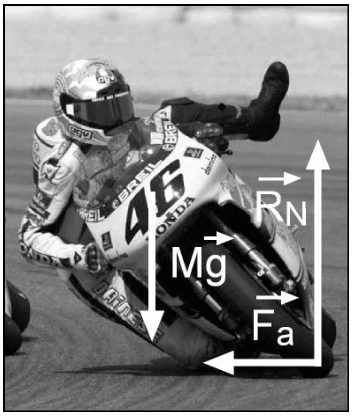
Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ingegneria Meccanica
Corso di Fisica Generale I
Proff. Marco Rossi, Giuseppe Zollo
Prova di esame dell'11 dicembre 2006
V APPELLO straordinario – a.a. 2005-06

- - - - - - *SOLUZIONI* - - - - - -

E1)



In figura sono riportate le forze che agiscono sul sistema. Nelle ipotesi fortemente semplificative fatte nel testo dell'esercizio, detta M la massa complessiva del sistema, le componenti delle forze sono date da:

lungo y (direzione verticale) $\Rightarrow \quad Mg - R_N = 0$

lungo x (direzione orizzontale) $\Rightarrow \quad F_a = Ma_c = M\dfrac{v^2}{R}$

La forza centripeta F_a è la forza di attrito; essendo al limite dello slittamento imponiamo il valore limite per la forza di attrito statico:

$$M\frac{v^2}{R} = \mu_s R_N = \mu_s Mg \quad \Rightarrow \quad v_{\lim ite} = \sqrt{\mu_s gR} = 17{,}15 \ \ m/s = 61{,}74 \ \ km/h \ .$$

E2)

Il momento angolare del sistema prima dell'urto è $m(l\sin\vartheta)^2\omega_0$ essendo

$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{l\cos\vartheta}} = 11.68 \quad s^{-1}$ (dal II principio).

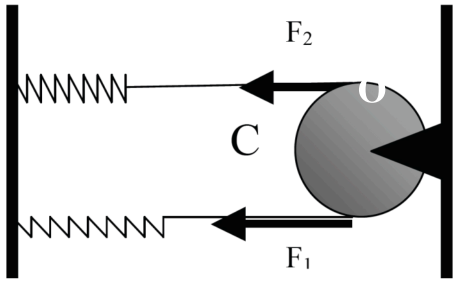
Per la conservazione del momento angolare si ha $m(l\sin\vartheta)^2\omega_0 = (m+m_x)(l\sin\varphi)^2\omega_f$ da cui

$\dfrac{(\sin\vartheta)^2\omega_0}{(\sin\varphi)^2\omega_f} = 2\dfrac{\omega_0}{\omega_f} = (1+\dfrac{m_x}{m})$ essendo φ l'angolo formato dal filo con l'asse dopo l'urto.

Imponendo la relazione che deriva dal II principio: $\omega_f = \sqrt{\dfrac{g}{l\cos\varphi}} = 10.64 \quad s^{-1}$ da cui

$m_x \approx 119.5 \quad g$. La tensione del filo dopo l'urto vale $T_f = \dfrac{(m+m_x)g}{\cos\varphi} \approx 2486 \quad N$

E3) Detto θ l'angolo di cui ruotiamo la carrucola rispetto alla posizione iniziale di equilibrio in cui $F_1^0 = F_2^0$, le deformazioni delle due molle risultano entrambe pari a $\Delta x = R\theta$.



$F_1 = F_1^0 + kR\theta; \quad F_2 = F_2^0 - kR\theta$

$$M_O = I\frac{d^2\theta}{dt^2} = F_2R - F_1R = -2kR^2\theta \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}MR^2\frac{d^2\theta}{dt^2} = -2kR^2\theta \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{4k}{M}\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega = 2\sqrt{\frac{k}{M}} \quad \Rightarrow \quad T = \pi\sqrt{\frac{M}{k}} = 3{,}14 \ s$$

E4) Il sistema è tutto adiabatico e la compressione avviene reversibilmente:

$$\Delta S_{sistema} = \Delta S_{gas} + \Delta S_{Fe} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta S_{gas} &= nc_V \ln\frac{T_f}{T_i} + nR\ln\frac{V_f}{V_i} = nR\left(\frac{3}{2}\ln 2 + \ln\frac{V_f}{V_i}\right) \\ dS_{Fe} &= MC_{Fe}\frac{dT}{T} \Rightarrow \Delta S_{Fe} = MC_{Fe}\ln\frac{T_f}{T_i} = MC_{Fe}\ln 2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow nR\left(\frac{3}{2}\ln 2 + \ln\frac{V_f}{V_i}\right) + MC_{Fe}\ln 2 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{V_i}{V_f} = 12{,}6$$