

## FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di laurea in ingegneria meccanica e ingegneria elettrotecnica

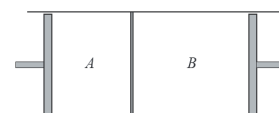
Anno Accademico 2009-2010

Prova scritta dell'esame di Fisica I (6/9 CFU) - 20 settembre 2010

*Risolvete i seguenti esercizi formulando la soluzione dapprima in termini analitici, quindi in termini numerici.*

1. All'istante  $t = 0$  un pendolo semplice di massa  $m = 0.5 \text{ kg}$  e lunghezza  $l = 0.7 \text{ m}$  parte da fermo a un angolo  $\theta = 30^\circ$  con la verticale. Determinare, all'istante  $t = 0$ , il modulo dell'accelerazione tangenziale, dell'accelerazione normale e dell'accelerazione angolare.
2. Una grande disco circolare di massa  $M$  e raggio  $R$  è posto, fermo, su di un piano orizzontale liscio; esso può ruotare senza attrito attorno a un asse fisso normale al centro di massa del disco stesso. Un uomo di massa  $m$  si trova, fermo, sul bordo del disco; ad un certo istante l'uomo comincia a camminare sempre tenendosi lungo il bordo del disco e si ferma quando si ritrova sullo stesso punto del disco dal quale era partito. Si determini di quale angolo  $\theta_0$  rispetto al piano orizzontale è ruotato il disco quando l'uomo si ferma.
3. **NOTA: Questo esercizio è solo per coloro che devono sostenere l'esame di Fisica I da 9 crediti**  
Un recipiente cubico di lato  $l = 12 \text{ cm}$  contiene una massa  $m = 15.5 \text{ kg}$  di mercurio (densità del mercurio  $\rho = 13.58 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ). Determinare l'intensità della forza che si esercita su una superficie laterale del contenitore.
4. Una mole di gas perfetto monoatomico esegue un ciclo reversibile formato da due isobare (tratti  $AB$  e  $CD$ ) e da due isoterme (tratti  $BC$  e  $DA$ ). Si determini il lavoro effettuato dal sistema in un ciclo, la quantità di calore assorbita dal sistema e il rendimento. Sono noti i valori delle temperature  $T_A = 400 \text{ K}$  e  $T_B = 700 \text{ K}$  e il rapporto dei volumi  $V_D/V_A = 3$ .
5. Un sistema termodinamico adiabatico è composto da due recipienti  $A$  e  $B$ , contenenti gas perfetto monoatomico e separati da una parete rigida diatermica. Nella situazione iniziale, i due recipienti contengono  $n_A$  e  $n_B$  moli di gas a temperatura  $T_A$  e  $T_B$ , rispettivamente. La pressione iniziale dei due gas è la stessa e un meccanismo esterno agisce in maniera da mantenerla costante durante la trasformazione che porta il sistema allo stato finale di equilibrio  $S_F$ . Si calcoli:
  - a) il valore  $T_f$  della temperatura nello stato  $S_F$ ;
  - b) la variazione di entropia per mole dei due gas dal loro stato iniziale a quello finale  $S_F$ .

( $n_B = 2n_A$ ;  $T_B = 450 \text{ K}$ ;  $T_A = 300 \text{ K}$ )



*Rispondete concisamente e con precisione alle seguenti domande.*

1. Definite l'energia potenziale di una forza conservativa.
2. Ricavate l'espressione del calore molare,  $c_K$ , di una trasformazione politropica reversibile di un gas perfetto,  $PV^K = \text{cost}$ .

**SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DELL'ESAME DI FISICA I DEL 20/09/10**  
**CORSO DI LAUREA IN ING. MECCANICA E ING. Elettrotecnica**

**Esercizio N. 1**

$$a_t(0) = g \sin \theta = 4.9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; \quad a_n(0) = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; \quad \omega = \frac{v}{l} \Rightarrow \dot{\omega}(0) = \frac{1}{l} \frac{dv}{dt}(0) = \frac{1}{l} a_t(0) = 7 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

**Esercizio N. 2**

Poichè è nullo il momento delle forze esterne rispetto al centro di massa del disco, si conserva il momento della quantità di moto del sistema; considerando i momenti assiali (lungo l'asse di rotazione del disco) dei momenti delle quantità di moto si ha,

$$mR^2 \frac{d\varphi}{dt} + I_O \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow d\theta = -2 \frac{m}{M} d\varphi$$

essendo  $\varphi$  e  $\theta$  l'angolo di cui ruota l'uomo e il disco, rispettivamente, entrambi misurati da un asse solidale con il piano e  $I_O = 1/2 MR^2$  il momento di inerzia del disco rispetto all'asse di rotazione. Il disco, quindi, ruota in verso opposto rispetto all'uomo; integrando la relazione precedente con la condizione iniziale  $\varphi = \theta = 0$  per  $t = 0$ ,

$$\theta = -2 \frac{m}{M} \varphi$$

Date le condizioni poste dal problema, quando l'uomo ha finito il suo percorso lungo il bordo del disco deve essere

$$\varphi_0 = 2\pi + \theta_0 \quad (\theta_0 < 0). \Rightarrow -\frac{M}{2m} \theta_0 - \theta_0 = 2\pi \Rightarrow \theta_0 = -\frac{2\pi}{1 + M/2m}$$

**Esercizio N. 3**

Indicando con  $V$  e  $h$  il volume del mercurio e la sua altezza nel recipiente, rispettivamente, si ha:

$$V = \frac{m}{\rho} = 1.14 \times 10^{-3} \text{ m}^3; \quad h = \frac{V}{l^2} = 7.93 \times 10^{-2} \text{ m}.$$

Dividendo la superficie laterale del contenitore in tante strisce infinitesime (parallele alla superficie libera del liquido) di altezza  $dh'$  (essendo  $h'$  la distanza della striscia dalla superficie libera del liquido:  $0 \leq h' \leq h$ ) e area  $dS = l dh'$ , su ognuna di esse si esercita una forza normale  $dF = p dS = (p_0 + \rho g h') dS$ , essendo  $p_0$  la pressione atmosferica sulla superficie libera del liquido ( $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ ); pertanto:

$$F = \int_0^h (p_0 + \rho g h') l dh' = p_0 l h + \frac{1}{2} \rho g l h^2 = 1.0 \times 10^3 \text{ N}.$$

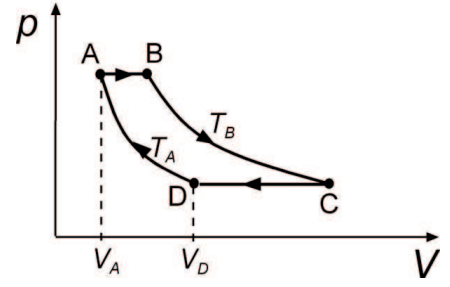
#### Esercizio N. 4

$$L_{AB} = nR(T_B - T_A)$$

$$L_{BC} = nRT_B \ln \frac{V_C}{V_B}$$

$$L_{CD} = nR(T_A - T_B)$$

$$L_{DA} = nRT_A \ln \frac{V_A}{V_D}$$



Considerando le trasformazioni isobare,

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{T_D}{T_C} = \frac{V_D}{V_C} \Rightarrow \frac{V_C}{V_B} = \frac{V_D}{V_A}.$$

$$L_{ciclo} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CD} + L_{DA} = nRT_B \ln \frac{V_D}{V_A} + nRT_A \ln \frac{V_A}{V_D} = 2.74 \times 10^3 \text{ J}.$$

$$Q_{ass} = Q_{AB} + Q_{BC} = nc_P(T_B - T_A) + nRT_B \frac{V_C}{V_B} = 12.62 \times 10^3 \text{ J}.$$

$$\eta = \frac{L_{ciclo}}{Q_{ass}} = 0.22$$

#### Esercizio N. 5

Il sistema è adiabatico e le trasformazioni irreversibili che lo portano allo stato finale di equilibrio avvengono a pressione costante.

$$\Delta U_{tot} = -L_{tot} \Rightarrow \Delta U_A + \Delta U_B = -(L_A + L_B).$$

Quindi,

$$n_A c_V (T_f - T_A) + n_B c_V (T_f - T_B) = n_A R (T_A - T_f) + n_B R (T_B - T_f) \Rightarrow T_f = 400 \text{ K}.$$

Poichè le trasformazioni subite dai gas sono isobare, si ha:

$$\frac{\Delta S_A}{n_A} = c_P \ln \frac{T_f}{T_A} = 5.98 \text{ J/K} \qquad \frac{\Delta S_B}{n_B} = c_P \ln \frac{T_f}{T_B} = -2.45 \text{ J/K}.$$