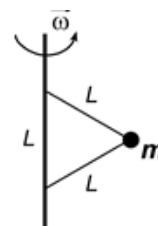




**Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti. L'esercizio 3 non deve essere svolto da parte degli studenti che sostengono la prova da 6 CFU.**

- E1)** Un bersaglio viaggia ad una quota  $h$  dal suolo con velocità orizzontale costante  $w$ . Si calcoli, in modulo, direzione e verso, la velocità minima che deve essere impressa ad un proiettile per colpire il bersaglio qualora esso sia esploso da un punto  $P$  del suolo nell'istante in cui il bersaglio si trova sulla sua verticale.  
[ $h=400$  m;  $w=300$  km/h]

- E2)** Un punto materiale di massa  $m$  è vincolato a ruotare con velocità angolare  $\omega$  intorno ad un'asta verticale mediante due fili ideali (inestensibili e di masse trascurabili) di lunghezza  $L$ . I fili sono agganciati all'asta in due punti distanti  $L$ . Si calcolino le tensioni dei due fili.  
[ $m=0.5$  kg;  $L=60$  cm;  $\omega=20$  s<sup>-1</sup>]



- E3)** Una barca con sopra un masso di roccia galleggia sull'acqua di un lago chiuso (nel senso che l'acqua non può né uscire né entrare nel lago). Successivamente il masso viene tolto dalla barca e gettato nel lago, dove rapidamente affonderà fino al fondo del lago stesso. Determinare se il livello delle acque del lago sarà maggiore, minore o uguale di quello misurato quando il masso si trovava sopra alla barca.
- E4)** Un pendolo semplice di massa  $m$ , con calore specifico  $c_s$ , si trova all'interno di un contenitore rigido adiabatico in cui è presente una mole di gas perfetto biatomico. All'istante iniziale la massa e il filo teso di lunghezza  $l$  formano un angolo  $\alpha$  rispetto alla verticale e tutto il sistema è in equilibrio a temperatura  $T_{in}=300$  K. Ad un certo istante si rilascia la massa. Determinare la temperatura alla quale si porta tutto il sistema, dopo che la massa ha cessato di oscillare, e la conseguente variazione di entropia dell' Universo. Si trascurino le capacità termiche del recipiente e del filo, da considerarsi ideale.  
[ $\alpha = 45^\circ$ ,  $l=0.4$  m,  $m=1$  kg;  $c_s=390$  J/K kg]
- E5)** Un condizionatore assorbe una quantità di energia  $L_0=360$  kJ in un'ora compiendo  $n=100$  cicli/min. Sapendo che la temperatura esterna alla stanza condizionata (sorgente calda) è  $T_c=30^\circ\text{C}$  e che l'efficienza frigorifera della macchina (rapporto tra il calore che la macchina assorbe dalla sorgente fredda e il lavoro fornito alla macchina dall'esterno) è pari a  $\varepsilon=3$ , calcolare la variazione di entropia dell'ambiente esterno dopo 5 h di funzionamento del condizionatore.

### Sezione TEORIA

**Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.**

- T1.** Per sistemi di punti materiali, ricavare la II equazione cardinale della meccanica e l'espressione del teorema del lavoro e dell'energia cinetica.
- T2.** Si dia una definizione dell'energia interna di un sistema termodinamico. Inoltre lo studente illustri gli argomenti, sia di carattere teorico che sperimentale, in base ai quali l'energia interna di un gas ideale risulta dipendere dalla sola temperatura.



## SOLUZIONI

### Esercizio N. 1

Lanciando il proiettile con velocità in modulo pari a  $v$  e angolo  $\alpha$  rispetto all'orizzontale si ha:

$$\begin{aligned}x(t) &= v \cos \alpha \cdot t \quad \text{e} \quad y(t) = v \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \\v_y(t) &= v \sin \alpha - g t\end{aligned}$$

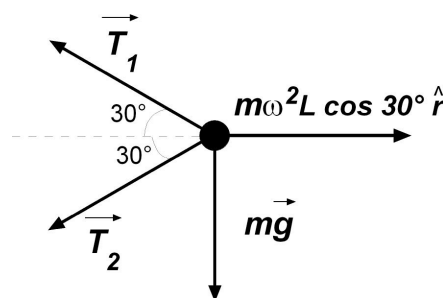
Affinché il proiettile centri il bersaglio all'istante  $t_v$  deve essere:

$$\begin{aligned}v_x(t) &= w \\v_y(t_v) &= 0 \quad \text{da cui si ottiene} \quad v \cos \alpha = w \\y(t_v) &= h \quad t_v = v \frac{\sin \alpha}{g} \quad \text{cioè} \\h &= \frac{1}{2} \frac{(v \sin \alpha)^2}{g}\end{aligned}$$

$$v = \sqrt{2gh + w^2} = 121.6 \, \text{m/s} \quad \text{e} \quad \alpha = 46.7^\circ.$$

### Esercizio N. 2

$$\begin{cases} T_1 \cos 30^\circ + T_2 \cos 30^\circ = m\omega^2 L \cos 30^\circ \\ T_1 \sin 30^\circ - T_2 \sin 30^\circ = mg \end{cases}$$
$$\begin{cases} T_1 + T_2 = m\omega^2 L \\ T_1 - T_2 = 2mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 \approx 64,9 \, \text{N} \\ T_2 \approx 55,1 \, \text{N} \end{cases}$$



### Esercizio N. 3

Il livello delle acque del lago si abbassa quando il masso viene tolto dalla barca e gettato nel lago. Infatti, indicando con  $M$  ed  $m$  la massa della barca e della roccia, rispettivamente e con  $V_I$  il volume immerso della barca quando la roccia si trova sopra di essa, pari al volume totale di acqua spostato, per il principio di Archimede deve essere:

Il livello delle acque del lago si abbassa quando il masso viene tolto dalla barca e gettato nel lago. Infatti, indicando con  $M$  ed  $m$  la massa della barca e della roccia, rispettivamente e con  $V_I$  il volume immerso della barca quando la roccia si trova sopra di essa, pari al volume totale di acqua spostato  $V_S$ , per il principio di Archimede deve essere:

$$(M + m)g = \rho V_I g \Rightarrow V_I = V_S = \frac{M + m}{\rho} = \frac{M + \rho_R V_R}{\rho} = \frac{M}{\rho} + \frac{\rho_R}{\rho} V_R$$

essendo  $\rho$  e  $\rho_R$  la densità dell'acqua e della roccia, rispettivamente ( $\rho < \rho_R$  poiché la roccia, gettata nel lago, affonda), e  $V_R$  il volume della roccia.

Quando la roccia è gettata nel lago, il volume immerso della barca,  $V_I'$ , sempre per il principio di Archimede, sarà  $V_I' = M / \rho$ ; quindi, in questo caso il volume totale d'acqua spostata,  $V_S'$ , sarà

$$V_S' = \frac{M}{\rho} + V_R < V_S$$

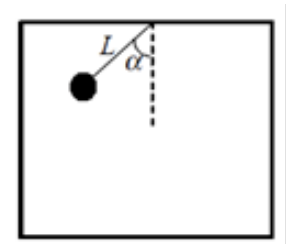
---

### Esercizio N. 4

dal I principio della Termodinamica  $\Delta U_{gas} + \Delta U_{massa} = -L$

$$nc_v \Delta T + mc_s \Delta T = mgl(1 - \cos \alpha) \Rightarrow T_{FIN} = 300.003 K$$

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{gas} + \Delta S_{massa} = nc_v \ln \frac{T_{FIN}}{T_{IN}} + mc_s \ln \frac{T_{FIN}}{T_{IN}} = 3.8 \cdot 10^{-3} J / K$$



---

### Esercizio N. 5

Se  $Q_2$  e' il calore assorbito dalla sorgente fredda l'efficienza frigorifera e'  $\epsilon = \frac{Q_2}{|L|}$  dove

$Q_1 = |L| + Q_2 = |L|(1 + \epsilon)$  . Il lavoro assorbito dalla macchina in un ciclo e'

$|L| = \frac{L_0}{(60 n)} = 60 J$  . Il calore fornito all'ambiente esterno (da considerarsi sorgente ideale) per

ogni ciclo e'  $Q_1 = |L|(1 + \epsilon) = 240 J$  .

Dopo 5 h di finzionamento il calore fornito complessivamente all'esterno e'

$Q_{tot} = Q_1 5 \cdot 60 \cdot n = 7200 kJ$  . La variazione di entropia dell'ambiente esterno e'

$$\Delta S_{est} = \frac{Q_{tot}}{T_c} = 23.7 kJ / K$$