



Soluzioni della prova di esame del 22 settembre 2011
III appello - a.a. 2010-11

- E1) Nella prima parte il moto è rettilineo uniformemente accelerato, mentre nella seconda parte è uniformemente decelerato.

Per la prima parte avremo:

$$\Delta t_0 = \sqrt{\frac{2\Delta y_0}{g}} = 3.3s$$
$$v_1 = g \Delta t_0 = 32.4 m/s$$

Per la seconda parte:

$$\Delta t_1 = \frac{|v_2 - v_1|}{a} = 13.4s$$
$$\Delta y_1 = v_1 \Delta t_1 - \frac{1}{2} a (\Delta t_1)^2 = 236.6m$$

Da cui si ottiene:

$$\Delta t_{tot} = 16.7s$$
$$\Delta y_{tot} = 288.6m$$

- E2) Indicando con m la massa del ragazzino e con α l'angolo che il vettore di posizione R forma col suolo, la proiezione della seconda legge della dinamica in direzione radiale è:

$$mg \sin \alpha - R_N = m \frac{v^2}{R}$$

Al momento del distacco $R_N=0$ e quindi si ha $mg \sin \alpha - N = m \frac{v^2}{R}$ in cui α e v sono incognite.

Una seconda equazione è fornita dalla conservazione dell'energia meccanica, avendo fissato come riferimento il suolo, e come energia potenziale quella del punto di partenza al vertice della calotta:

$$mgR \sin \alpha + \frac{1}{2}mv^2 = mgR$$

Risolvendo il sistema si ottiene $\sin \alpha = 2/3$ da cui il distacco alla quota $h = 2/3R$.

- E3) Spinta di Archimede: $F_A = \rho_{fluido} \frac{m_{sfera}}{\rho_{sfera}} g = 1.25 N$

All'equilibrio: $\sum_i \vec{F}_i = 0 \Rightarrow F_A - mg + k\Delta x = 0$

$\Delta x = -3.4cm$ La molla è quindi compressa

E4) $T_A V_A^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$ da cui $T_C = 315 \text{ K}$, $T_B/T_C = V_B/V_C$ e quindi $V_B = 3.17 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Il lavoro è $L_{AB} = nRT_A \ln V_B/V_A = 4796 \text{ J}$

$$L_{BC} = nR(T_C - T_B) = -1538 \text{ J}$$

$$L_{CA} = -nc_v(T_A - T_C) = -2307 \text{ J}$$

Da cui il lavoro totale è $L = 951 \text{ J}$

Il rendimento $\eta = 0.198$

E5) Dal I principio della Termodinamica $\Delta U_{gas} + \Delta U_{massa} = -L$

$$nc_v \Delta T + mc_s \Delta T = mgl(1 - \cos \alpha) \Rightarrow T_{FIN} = 300.003 \text{ K}$$

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{gas} + \Delta S_{massa} = nc_v \ln \frac{T_{FIN}}{T_{IN}} + mc_s \ln \frac{T_{FIN}}{T_{IN}} = 3.8 \cdot 10^{-3} \text{ J / K}$$

