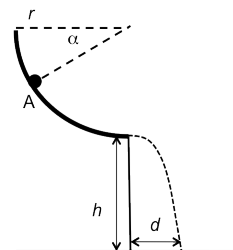




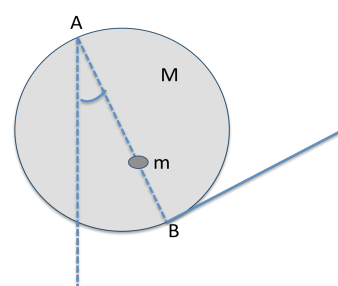
Appello straordinario del 18 novembre 2013 – a.a. 2012-13

1. Un punto materiale di massa  $m=0.2[kg]$  viene lasciato cadere con velocità iniziale nulla dalla sommità di uno scivolo liscio che ha il profilo di un quarto di circonferenza di raggio  $r = 30[cm]$ .

- Determinare il modulo della reazione vincolare  $R$  quando il punto transita per A (individuato dall'angolo  $\alpha = 30^\circ$ ).
- La distanza  $d$  dalla base dello scivolo alla quale il punto cade dopo aver abbandonato lo scivolo. ( $h=1[m]$ )



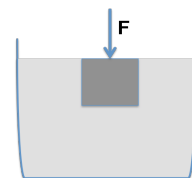
2. Un disco rigido omogeneo di massa  $M=2kg$  e raggio  $r= 30cm$  è libero di muoversi senza attriti intorno ad un asse orizzontale passante per il punto A posto sul bordo circolare del disco. Lungo il diametro AB del disco viene inoltre fissata una massa  $m=500g$  da considerarsi puntiforme a distanza  $4/3r$  da A. Una fune, collegata in B, mantiene in equilibrio il disco in modo tale che la direzione di AB formi con la verticale un angolo pari a  $\beta=20^\circ$ . Determinare l'accelerazione angolare cui è soggetto il sistema nel momento  $t=0$  in cui la fune viene tagliata. Determinare inoltre il periodo delle oscillazioni nell'approssimazione  $\sin\beta\approx\beta$ .



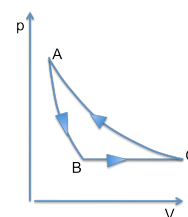
3. La densità di un blocco cubico di legno di lato  $l=10\text{ cm}$  è  $\rho_l=3/5\rho_a$  (con  $\rho_a$  densità dell'acqua). Determinare il modulo della forza verticale  $F$  (applicata come in figura) necessaria per tenerlo in equilibrio, immerso a pelo d'acqua, come in figura.

Se la forza  $F$  viene rimossa istantaneamente calcolare:

- l'accelerazione acquisita dal blocco all'istante di rimozione della forza;
- la frazione di volume immersa al momento in cui l'accelerazione



4. Determinare il lavoro scambiato con l'esterno da una macchina che esegue il ciclo illustrato in figura, utilizzando come fluido una mole di gas biatomico e sapendo che: AB è una trasformazione adiabatica, BC è un'isobara e CA un'isoterma. ( $p_A=5\text{ atm}$ ,  $T_A=20^\circ\text{C}$ ,  $p_B=1\text{ atm}$ )



5. Una massa incognita di alluminio alla temperatura di  $700\text{ K}$  viene immersa in  $3\text{ kg}$  di acqua, inizialmente a  $20^\circ\text{C}$ , dentro un calorimetro adiabatico di capacità termica trascurabile. Se la temperatura finale è di  $100^\circ\text{C}$  si osserva che sono evaporati  $50\text{ g}$  di acqua a tale temperatura. Si determini la massa di alluminio utilizzata assumendo che il calore latente di evaporazione dell'acqua è pari a  $259\text{ cal/g}$ , il calore specifico dell'acqua è pari a  $1\text{ cal/gK}$  per tutta la fase liquida e il calore specifico dell'alluminio è pari a  $0.210\text{ cal/gK}$ . Calcolare inoltre la variazione di entropia del sistema.

### Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Ricavare il periodo di oscillazione di un pendolo semplice.

T2. Ricavare la disuguaglianza di Clausius.



Appello straordinario del 18 novembre 2013 – a.a. 2012-13

### Esercizio 1

Proiettando l'equazione di Newton lungo la direzione radiale e usando la conservazione dell'energia dal punto di lancio al punto A si ottiene:

$$R - mg \sin \alpha = ma_n = m \frac{v^2}{r};$$

$$mgr \sin \alpha = \frac{1}{2} mv^2;$$

$$R = 2mg \sin \alpha + mg \sin \alpha = 3mg \sin \alpha \approx 3[N]$$

Sempre usando la conservazione dell'energia:

$$mgr = \frac{1}{2} mv_{ox}^2 \Rightarrow v_{ox} = \sqrt{2gr} = 2.43[m/s];$$

Per un moto parabolico:

$$d = v_{ox} t_c$$

$$h = \frac{1}{2} g t_c^2 \Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0.45[s]$$

$$d = 2.43 \cdot 0.45 = 1.1 \text{ m}$$

---

### Esercizio 2

L'accelerazione angolare al momento del taglio della fune è in modulo:

$\alpha(t=0) = \frac{M_A^{ext}(t=0)}{I_{tot}}$  dove  $M_A^{ext}(t=0)$  è il momento assiale delle forze esterne calcolato con polo in A nell'istante  $t=0$  e  $I_{tot}$  è il momento di inerzia totale calcolato rispetto all'asse di rotazione e dato da:

$$I_{tot} = I_D + I_m = \frac{3}{2} Mr^2 + m \left( \frac{4}{3} r \right)^2 = \left( \frac{3}{2} M + \frac{16}{9} m \right) r^2 = 0,35 \text{ kg m}^2$$

dove con  $I_m$  si è indicato il momento di inerzia della massa puntiforme.

Essendo il momento assiale:  $\left( M + \frac{4}{3} m \right) g r \sin \beta = 3,92 \text{ N m}$

si ottiene per l'accelerazione angolare:

$$\alpha(t=0) = \frac{M_A^{ext}(t=0)}{I_{tot}} = \frac{\left( M + \frac{4}{3} m \right) g r \sin \beta}{\left( \frac{3}{2} M + \frac{16}{9} m \right) r^2} = 11,2 \text{ rad/s}^2$$

Il momento assiale è diretto perpendicolarmente al piano del moto con verso entrante (Accelerazione negativa in un sistema con angoli crescenti in verso antiorario positivi).

Il periodo delle piccole oscillazioni del pendolo fisico:

$$\tau = 2\pi \left( \frac{\left( M + \frac{4}{3} m \right) r g}{I_{tot}} \right)^{-0.5}$$

---

---

### Esercizio 3

Inizialmente:  $\mathbf{F} + \mathbf{P} + \mathbf{S} = 0$

( $P = mg = \rho_l l^3 g$ ;  $S = \rho_a V_{\text{imm}} g = \rho_a l^3 g$ ;  $\rho_a = 10^3 \text{ kg/m}^3$ );

proiettando:

$$F = g l^3 (\rho_a - \rho_l) = g l^3 (1 - \rho_l / \rho_a) \rho_a = 2/5 \rho_a l^3 g = 3.92 \text{ N}$$

Alla rimozione di  $\mathbf{F}$ :  $S' - P = ma \rightarrow \rho_a l^3 g - \rho_l l^3 g = \rho_l l^3 a \rightarrow a = 2/3 g = 6.5 \text{ [m/s}^2\text{]}$

Quando  $a = 0$  è  $S'' = P \rightarrow \rho_a l^2 x_{\text{imm}} g = \rho_l l^3 g \rightarrow x_{\text{imm}} = l (\rho_l / \rho_a) = 3/5 l$

Quindi  $V_{\text{imm}} = 3/5 V$

---

### Esercizio 4

$$L_{AB} = -\Delta U = c_v (T_A - T_B) > 0;$$

$$L_{BC} = p \Delta V = p_B (V_C - V_B) = R (T_C - T_B) = R (T_A - T_B) > 0;$$

$$L_{CA} = R T_A \ln(V_A / V_C) = R T_A \ln(p_C / p_A) = R T_A \ln(p_B / p_A) < 0.$$

Si ricava  $T_B$  dalla  $p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T = \text{cost}$ :

$$p_A^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_A = p_B^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_B \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \left( \frac{p_A}{p_B} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}; \text{ con } \gamma = 7/5.$$

Risulta quindi:

$$\begin{aligned} L &= (c_v + R) T_A \left( 1 - \frac{T_B}{T_A} \right) + R T_A \ln \frac{p_B}{p_A} = \\ &= c_p T_A \left[ 1 - \left( \frac{p_A}{p_B} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right] + R T_A \ln \frac{p_B}{p_A} = -778.2 \text{ J} \\ &\quad (\text{con } c_p = 7/2 R) \end{aligned}$$

(macchina refrigerante)

### Esercizio 5.

Dette  $m_{Al}$  la massa incognita dell'alluminio,  $m_v$  la massa d'acqua trasformata in vapore e  $m_{ac}$  la massa dell'acqua:

$$Q_{Al} = m_{Al} c_{Al} (T^F - T_{Al}^I), \quad Q_{ac} = m_v \lambda_{ac} + m_{ac} c_{ac} (T^F - T_{ac}^I)$$

$$m_{Al} = \frac{m_v \lambda_{ac} + m_{ac} c_{ac} (T^F - T_{ac}^I)}{-c_{Al} (T^F - T_{Al}^I)} \approx 3.26 \text{ kg}$$

$$\Delta S_{\text{sist}} = \Delta S_{ac} - \Delta S_{Al} = \frac{m_v \lambda_{ac}}{T_{\text{fus}, ac}} + m_{ac} c_{ac} \ln \left( \frac{T^F}{T_{ac}^I} \right) + m_{Al} c_{Al} \ln \left( \frac{T^F}{T_{Al}^I} \right) \approx 272 \frac{\text{cal}}{\text{K}}$$