



## Fisica I

Canale A-L: Prof. Marco Rossi - Canale M-Z: Prof.ssa Livia Lancia

Prova di esame del 17 giugno 2014 – a.a. 2013-14

**Risolvete, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti. L'esercizio 3 non deve essere svolto da parte degli allievi che sostengono la prova da 6 CFU.**

1. Un pendolo semplice in laboratorio oscilla con periodo  $T$ . Quale sarà l'espressione, in funzione dei parametri dati, del periodo dello stesso pendolo se montato all'interno di un veicolo che sale con accelerazione costante  $a$  su una rampa inclinata di un angolo  $\alpha$  rispetto all'orizzontale?
2. Un cilindro omogeneo di massa  $M=10$  kg sta rotolando, senza strisciare, su un piano scabro con velocità costante  $v_0=2$  m/s. Da un certo istante sulla ruota agisce una forza orizzontale  $F=10$  N frenante, applicata nel centro di massa in direzione perpendicolare all'asse del cilindro.  
Calcolare: **a)** la forza di attrito tra la ruota ed il piano durante la frenata, sapendo che la forza frenante applicata non determina strisciamento;  
**b)** il tempo necessario per fermare il cilindro.
3. Una sfera (indeformabile) di raggio  $R$  e densità pari a quella dell'aria è appena appoggiata sulla superficie di un lago. Si determini l'espressione del lavoro minimo necessario per sommergerla completamente, applicando una forza  $F$  diretta verso il basso sul punto più in alto della sfera. Si ipotizzi che l'immersione venga fatta molto lentamente a velocità costante. Si consideri nello svolgimento trascurabile il peso della sfera rispetto alle altre forze in gioco.
4. All'interno di un cilindro, cavo e termicamente isolato, può scorrere (senza attrito) un pistone di massa trascurabile e termicamente isolante. Nello stato iniziale di equilibrio, il pistone divide il cilindro in due parti uguali, A e B, ognuna contenente 6 moli di gas perfetto monoatomico alla temperatura  $T_0=300$  K. Una resistenza elettrica riscalda quindi reversibilmente il gas contenuto in A, producendo una compressione di quello in B, sino a triplicarne la pressione iniziale. Si calcolino il lavoro fatto dal gas contenuto in A e il calore ceduto allo stesso gas.
5. Una macchina di Carnot di potenza  $P=2$  W e rendimento  $\eta=0.5$  usa ghiaccio a  $T=0^\circ\text{C}$  come sorgente a temperatura più bassa. Determinare  
**a)** la massa minima del ghiaccio se si vuole che la macchina possa funzionare per almeno due ore prima che il suo rendimento diminuisca;  
**b)** il lavoro massimo che si può ottenere dalla macchina prima che cessi di funzionare nell'ipotesi che si utilizzi come sorgente fredda la massa minima di ghiaccio determinata al punto precedente.  
(Calore latente di fusione del ghiaccio:  $\lambda_{fus} = 80$  cal/g; si assuma il calore specifico dell'acqua  $c=1$  cal/gK anche per temperature superiori a  $100^\circ\text{C}$ )

**Sezione TEORIA - Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.**

- T1. Commentare almeno una situazione 'quotidiana' in cui si ha a che fare con la forza centrifuga
- T2. Spiegare le ragioni per le quali l'energia interna di un gas perfetto dipende solo dalla temperatura.

- - - - - SOLUZIONI - - - - -

ESERCIZIO 1

Nel sistema di riferimento del veicolo ci sarà una gravità 'apparente':

$$\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a} \quad \Rightarrow \quad g' = \sqrt{(g + a \sin \alpha)^2 + (a \cos \alpha)^2} = \sqrt{g^2 + a^2 + 2ag \sin \alpha}$$

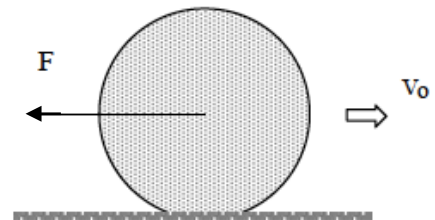
Il periodo del pendolo all'interno del veicolo sarà pertanto:

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} \sqrt{\frac{g}{g}} = T \sqrt{\frac{g}{(g^2 + a^2 + 2ag \sin \alpha)^{1/2}}}$$


---

ESERCIZIO 2

$$\begin{cases} Ma_c = -F + f_A \\ I_0 \dot{\omega} = FR \\ a_c = -\dot{\omega}R \end{cases} \quad \Rightarrow \quad f_A = \frac{F}{3}$$



$$t = -\frac{v_0}{a_c} = 3s$$


---

ESERCIZIO 3

Mentre si immerge lentamente la sfera c'è, al limite, istante per istante, equilibrio delle forze.

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_A = 0 \quad \text{e proiettando lungo la direzione verticale verso il basso si ha:}$$

$$F = -\rho_{aria} g V_{sfera} + \rho_{acqua} g V_{immerso} \quad \text{in cui} \quad V_{immerso} = V_{calotta sferica} = \pi h^2 \left( R - \frac{h}{3} \right)$$

trascurando il peso della sfera:  $F \cong \rho_{acqua} g V_{immerso}$

per cui: 
$$L = \int_0^{2R} F dh = g \rho \pi \int_0^{2R} h^2 \left( R - \frac{h}{3} \right) dh = \frac{4}{3} \pi \rho g R^4$$

---

#### ESERCIZIO 4

In condizioni di reversibilità il gas contenuto in A fa il minimo lavoro indispensabile a comprimere B.

$$a) \quad L_{AB} = nC_v(T_B - T_0) \quad ; \quad T_B = T_0 \left( \frac{p_0}{p_B} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 466 \text{ K} \quad \Rightarrow \quad L_{AB} = 1.2 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$b) \quad V_A = 2V_0 - V_B = V_0 \left[ 2 - \left( \frac{p_0}{p_B} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right] \quad ; \quad T_A = T_0 \frac{p_B}{p_0} \left[ 2 - \left( \frac{p_0}{p_B} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right] = 1334 \text{ K}$$

essendo  $V_0$  il volume iniziale di ciascun gas.

$$Q = \frac{3}{2}nR(T_B - T_0) + \frac{3}{2}nR(T_A - T_0) = 89.7 \text{ kJ}$$

---

#### ESERCIZIO 5

a) Si consideri che il rendimento rimane costante fino a quando non si scioglie tutto il ghiaccio:

$$L_a = W\Delta t = 1.44 \cdot 10^4 \text{ J} \quad \eta = \frac{L_a}{Q_{ass}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \Rightarrow \quad Q_{ass} = 2.88 \cdot 10^4 \text{ J} \quad T_1 = 546.32 \text{ K}$$

$$Q_{ced} = L_a - Q_{ass} = -m\lambda_{fus} \quad \Rightarrow \quad m = 43 \text{ g}$$

b) Dopo che si è sciolto tutto il ghiaccio, la macchina continua a lavorare fino a quando le due sorgenti non hanno la stessa temperatura. Il lavoro massimo si ha in condizioni di reversibilità.

$$\Delta S_{sorgenti} = 0 = \frac{-Q_{ass}}{T_1} + \int_{T_2}^{T_1} cm \frac{dT}{T} \quad \Rightarrow \quad Q_{ass} = T_1 cm \ln \frac{T_1}{T_2} = 6.82 \cdot 10^4 \text{ J} \quad ; \quad Q_{ced} = cm(T_1 - T_2) = 4.92 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$L_b = Q_{ass} - Q_{ced} = 1.90 \cdot 10^4 \text{ J} \quad \Rightarrow \quad L_{max} = L_a + L_b = 3.34 \cdot 10^4 \text{ J}$$