

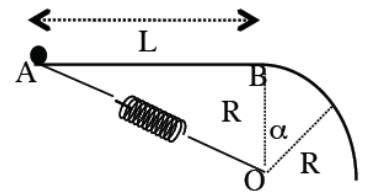


Prova di esame del 16 luglio 2015 – a.a. 2014-15

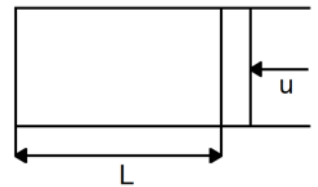
Risolvere, prima analiticamente e poi numericamente, gli esercizi seguenti. L'esercizio 3 non deve essere svolto da parte degli studenti che sostengono la prova da 6 CFU.

1. Un pendolo semplice in laboratorio oscilla con periodo T . Quale sarà il periodo dello stesso pendolo se montato all'interno di un'automobile che sale con accelerazione a costante su una rampa inclinata di un angolo α rispetto all'orizzontale?

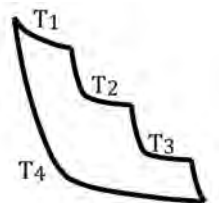
2. Un punto materiale di massa $m=100$ g è appoggiato, inizialmente in quiete, nel punto A di una guida liscia composta (vedi figura) da un tratto orizzontale AB di lunghezza $L=10$ cm seguito da un tratto di circonferenza di raggio $R=15$ cm posto nel piano verticale. Nel centro O del tratto circolare è fissato un estremo di una molla di costante elastica $k=5.88$ N/m e lunghezza a riposo nulla, avente l'altro estremo fissato alla massa m . Determinare: **a)** la velocità con cui la massa giunge in B; **b)** il punto in cui la massa si stacca dalla guida, individuato tramite il valore dell'angolo α schematicamente indicato in figura.



3. All'interno di un cilindro orizzontale si trova una singola molecola di gas, che all'inizio ha velocità orizzontale V_0 . Tutti gli urti tra la molecola e le pareti del cilindro (e del pistone che lo chiude) sono elastici. All'inizio il pistone dista L dal fondo del cilindro. A $t=0$ si comincia a spingere lentamente il pistone con velocità u costante e molto minore di V_0 . Si trovi la velocità della molecola in funzione del tempo.



4. Un sistema termodinamico esegue un ciclo reversibile diretto utilizzando 4 sorgenti a temperature $T_1=300^\circ\text{C}$, $T_2=200^\circ\text{C}$, $T_3=100^\circ\text{C}$ e $T_4=50^\circ\text{C}$. Sapendo che il ciclo è chiuso mediante rami di adiabatiche come indicato in figura e che le quantità di calore scambiate durante le espansioni sono $Q_1=90$ cal, $Q_2=70$ cal e $Q_3=40$ cal, calcolare: **a)** il lavoro compiuto in un ciclo; **b)** il rendimento del ciclo, nell'ipotesi di un dimezzamento di T_4 e a parità di tutte le altre condizioni.



5. Un sistema termodinamico è composto da tre parti: un pezzo di carta vetrata di capacità termica $c_1=2$ cal/ $^\circ\text{C}$, un blocchetto di rame di capacità termica $c_2=8$ cal/ $^\circ\text{C}$ e un termostato a temperatura $T_1=20^\circ\text{C}$. Tutte e tre le parti sono inizialmente alla stessa temperatura T_1 e subiscono poi le seguenti trasformazioni:

I strofinando il rame sulla carta vetrata si innalza la temperatura di ambedue al valore $T_2=30^\circ\text{C}$;

II mettendo la carta vetrata e rame in contatto con il termostato, si riporta tutto il sistema alla temperatura iniziale T_1 .

Calcolare la variazione di entropia del sistema:

- a) nella prima trasformazione (I);
b) nella seconda trasformazione (II);
c) dire inoltre se la trasformazione complessiva (I+II) è reversibile oppure no.

Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Ricavare l'energia potenziale della Forza Gravitazionale

T2. Ricavare la disuguaglianza di Clausius.



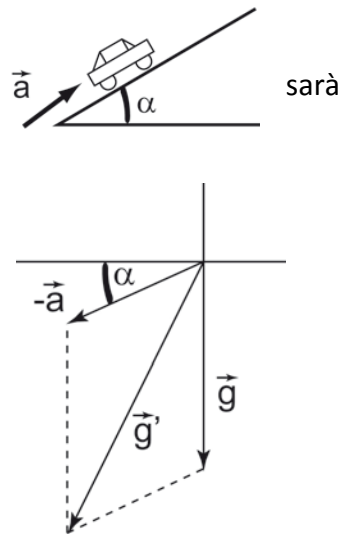
Esercizio 1

In un sistema di riferimento non inerziale solidale con la macchina bisogna considerare la forza apparente $\vec{F}_{app} = -m\vec{a}$, e quindi la gravità apparente

$$\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a} \text{ e il suo modulo } |\vec{g}'| = \sqrt{(g + a \sin \alpha)^2 + (a \cos \alpha)^2} = \sqrt{g^2 + a^2 + 2ag \sin \alpha}.$$

Il periodo del pendolo in laboratorio è $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ mentre il periodo del pendolo in auto sarà

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \sqrt{\frac{g}{g'}} = T \sqrt{\frac{g}{\sqrt{g^2 + a^2 + 2ag \sin \alpha}}}$$



Esercizio 2

Nel tratto AB $\frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}kR^2 = \frac{1}{2}k(L^2 + R^2) \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{k}{m}}L = 0.77 \text{ m/s}$

Nel tratto circolare il distacco avviene nel punto P in cui si annulla la reazione vincolare. La legge di Newton proiettata nella direzione radiale è allora $kR + mg \cos \alpha = \frac{mv_P^2}{R}$

Per la conservazione dell'energia (considerando, l'origine della quota in O) :

$$\frac{1}{2}mv_P^2 + mgR \cos \alpha = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgR$$

Sostituendo per mv_P^2 e mv_B^2 le espressioni che si ricavano dalle precedenti equazioni:

$$kR^2 + mgR \cos \alpha = kL^2 + 2mgR(1 - \cos \alpha) \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3} - \frac{k}{3mgR}(R^2 - L^2) \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$

Esercizio 3

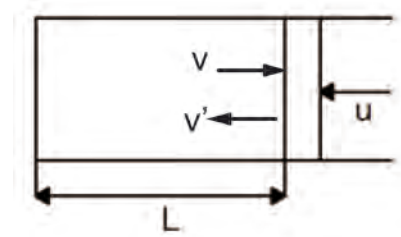
Se la molecola urta contro il pistone avendo velocità v , rimbalza con velocità $v' = v + 2u$ (velocità avvicinamento = velocità allontanamento).

Quindi ad ogni urto corrisponde una variazione di velocità $\Delta v = 2u$.

Due urti successivi sono separati da $\Delta t = \frac{2l}{v} = \frac{2(L-ut)}{v}$.

Quindi, se $u \ll v$, $\frac{\Delta v}{\Delta t} \approx \frac{dv}{dt} = \frac{uv}{L-ut}$ ed integrando $\int_{v_0}^{v(t)} \frac{dv}{v} = u \int_0^t \frac{dt}{L-ut}$ cioè $\ln\left(\frac{v(t)}{v_0}\right) = \ln\left(\frac{L}{L-ut}\right)$

da cui $v(t) = v_0 \frac{L}{L-ut}$.



Esercizio 4

a) $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} + \frac{Q_4}{T_4} = 0$; $Q_4 = -T_4\left(\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3}\right) = -133 \text{ cal}$

$$L = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 67 \text{ cal} = 280 \text{ J}$$

b) Se T_4 dimezza, $Q_4' = Q_4/2$ e quindi $\eta = 1 - \frac{|Q_4|}{2(Q_1 + Q_2 + Q_3)} = 0.66$

Esercizio 5

La variazione di entropia è:

a) per la prima trasformazione: $\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = (c_1 + c_2) \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = (c_1 + c_2) \ln \frac{T_2}{T_1} = 0.335 \text{ cal/K}$;

b) per la seconda trasformazione: $\Delta S_2 = (c_1 + c_2) \int_{T_2}^{T_1} \frac{dT}{T} + (c_1 + c_2) \frac{\Delta T}{T_1} = 0.006 \text{ cal/K}$;

c) per la trasformazione complessiva si ha $\Delta S_{tot} = 0.341 \text{ cal/K}$ e quindi è irreversibile.

Alternativamente si osserva che lo stato iniziale della trasformazione II è evidentemente uno stato di non equilibrio termodinamico (rame e carta vetrata a temperatura T_2 sono in contatto con un termostato a temperatura T_1). Quindi la trasformazione II è irreversibile e conseguentemente lo è anche la trasformazione complessiva I+II.
