



Prova di esame del 30 ottobre 2015 – a.a. 2014-15

Sezione ESERCIZI

Risolvere, prima analiticamente e poi numericamente, gli esercizi seguenti. L'esercizio 3 non deve essere svolto da parte degli studenti che sostengono la prova da 6 CFU.

1. Un ciclista percorre un giro completo di una pista circolare orizzontale, di raggio $R=20$ m, con un'accelerazione angolare costante $\alpha=0.05$ rad/s². Nell'ipotesi che $v_s(t=0)=0$, calcolare la velocità e l'accelerazione, entrambe sia all'inizio che alla fine del giro.
2. Un disco omogeneo di massa M_d e raggio R può ruotare senza attrito intorno ad un asse fisso orizzontale passante il suo baricentro. Attorno al disco è avvolto un filo ideale (inestensibile e di massa trascurabile), che aderisce perfettamente al disco e non può scivolare su di esso. All'estremità libera della corda è attaccata una massa m . Dopo aver lasciata m libera di cadere, determinare l'espressione per:
a) l'accelerazione di m ; **b)** l'accelerazione angolare del disco; **c)** la tensione della fune.
3. Sul fondo di una piscina piena d'acqua è ancorata una fune ideale alla quale sono fissate, immerse nell'acqua e a distanze diverse, due boe A e B, entrambe di massa $m=3$ kg e densità media ρ pari ad un terzo di quella dell'acqua. Determinare le tensioni τ_1 e τ_2 nei due tratti di fune compresi:
a) tra il fondo e la prima boa A; **b)** tra la due boe.
4. Un gas perfetto esegue un ciclo diretto reversibile formato da due isobare e da due adiabatiche. Sapendo che una delle due adiabatiche avviene tra i due stadi A e B con $T_A=400$ K e $T_B=700$ K, mentre l'altra (tra gli stadi C e D) è caratterizzata da una temperatura massima $T=1500$ K, si calcoli il rendimento del ciclo.
5. Un pendolo semplice di massa m , con calore specifico c_s , si trova all'interno di un contenitore rigido adiabatico in cui è presente una mole di gas perfetto biatomico. All'istante iniziale la massa e il filo teso di lunghezza l formano un angolo α rispetto alla verticale e tutto il sistema è in equilibrio a temperatura $T_{IN}=300$ K. Ad un certo istante si rilascia la massa. Dopo che la massa ha cessato di oscillare, determinare:
a) la differenza di temperatura ΔT tra quella finale cui si porta tutto il sistema e quella iniziale;
b) la variazione di entropia ΔS dell' Universo.
Si trascurino le capacità termiche del recipiente e del filo, da considerarsi ideale. ($\alpha = 45^\circ$, $l=0.4$ m, $m=1$ kg; $c_s=390$ J/K kg)

Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Commentare almeno una situazione 'quotidiana' in cui si ha a che fare con la forza centrifuga.
- T2. Dimostrare l'equivalenza dei due enunciati del II principio della Termodinamica.



SOLUZIONI
Della prova di esame del 30 ottobre 2015 – a.a. 2014-15

Esercizio 1

$$\alpha = \ddot{\vartheta} \quad \vartheta = \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \text{dopo un giro: } 2\pi = \frac{1}{2}\alpha T^2 \Rightarrow T = 15.85 \text{ s}$$

$$\text{all'inizio del giro (t=0): } v(0) = 0 \quad a_\tau(0) = \alpha R = 1 \frac{m}{s^2} \quad a_n(0) = 0$$

$$\text{alla fine del giro (t=T): } v(T) = a_\tau T = 15.85 \frac{m}{s} \quad a_\tau = cost = a_\tau(0) = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$a_n(T) = \frac{v^2(T)}{R} = 12.5 \frac{m}{s^2} \quad |a| = \sqrt{a_\tau^2(T) + a_n^2(T)} = 12.54 \frac{m}{s^2}$$

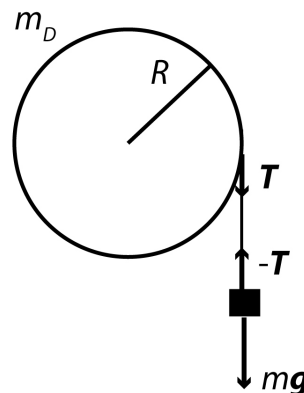
Esercizio 2

$$\text{Sulla massa m: } m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}$$

$$\text{Sul disco: } \vec{R} \times \vec{T} = \frac{1}{2}m_D R^2 \vec{\omega}$$

$$\text{Da cui: } ma = mg - \frac{1}{2}m_D \dot{\omega} R$$

$$a = \frac{gm}{m + \frac{1}{2}m_D} \quad \dot{\omega} = \frac{a}{R} \quad T = \frac{1}{2}m_D a = \frac{gmm_D}{2m + m_D}$$



Esercizio 3

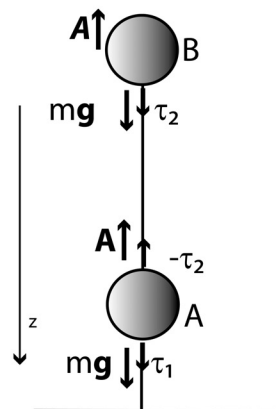
Sulla boa A, fissato un asse di riferimento volto in basso, agiscono le seguenti forze:

τ_1 , τ_2 , peso e spinta d'Archimede.

$$\text{All'equilibrio si ha: } \tau_1 - \tau_2 + mg - m_a g = 0$$

dove m_a è la massa d'acqua spostata.

$$\text{Detta } \varrho_a \text{ la densità dell'acqua: } V_{boa} = \frac{m_a}{\varrho_a} = \frac{m}{\varrho}$$



$$\tau_1 - \tau_2 + mg - m \frac{\rho_a}{\rho} g = 0$$

Sulla boa B, all'equilibrio:

$$\tau_2 + mg - m \frac{\rho_a}{\rho} g = 0$$

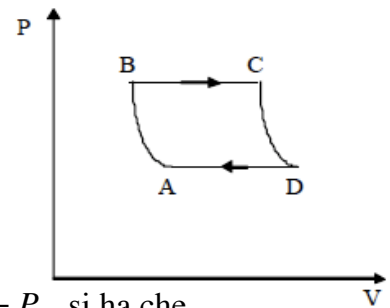
$$\tau_2 = mg \left(\frac{\rho_a}{\rho} - 1 \right) = 58.9 \text{ N} \quad \Rightarrow \quad \tau_1 = 2mg \left(\frac{\rho_a}{\rho} - 1 \right) = 117.7 \text{ N}$$

Esercizio 4

Per le trasformazioni adiabatiche si ha

$$T_A P_A^{(1-\gamma)/\gamma} = T_B P_B^{(1-\gamma)/\gamma}$$

$$T_D P_D^{(1-\gamma)/\gamma} = T_C P_C^{(1-\gamma)/\gamma}$$



dividendo membro a membro ed essendo $P_A = P_D$ e $P_B = P_C$ si ha che

$$T_D = \frac{T_A T_C}{T_B} \cong 857 \text{ K} \quad \Rightarrow \quad \eta = 1 - \frac{Q_{ced}}{Q_{ass}} = 1 - \frac{nc_p (T_D - T_A)}{nc_p (T_C - T_B)} = 0.43$$

Esercizio 5

Dal I principio della Termodinamica $\Delta U_{gas} + \Delta U_{massa} = -L$

$$nc_v \Delta T + mc_s \Delta T = mgl(1 - \cos \alpha) \quad \Rightarrow \quad \Delta T = 3 \text{ mK}$$

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{gas} + \Delta S_{massa} = nc_v \ln \frac{T_{FIN}}{T_{IN}} + mc_s \ln \frac{T_{FIN}}{T_{IN}} = 3.8 \cdot 10^{-3} \text{ J / K}$$

