Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ing. Meccanica

Fisica I

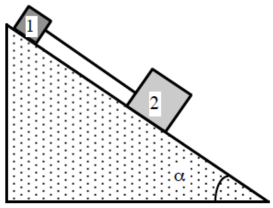
Canale A-L: ***Prof. Marco Rossi***
Canale M-Z: ***Prof. Livia Lancia***

Prova di esame dell' 8 gennaio 2016 – *a.a. 2014-15*

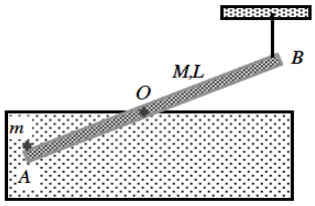
Risolvere, prima analiticamente e poi numericamente, gli esercizi seguenti. L'esercizio 3 non deve essere svolto da parte degli studenti che sostengono la prova da 6 CFU.

I) Una particella si muove su un piano cartesiano O_{xy}, partendo dal punto P=(2,3)m con una velocità iniziale di componenti v_{xo}=12 m/s e v_{yo}=0 m/s. Durante il moto la particella mantiene un'accelerazione costante le cui componenti sono a_x=0 e a_y=4m/s^2. Determinare:
a) le componenti dei vettori spostamento, velocità e accelerazione dopo t=2s;
b) l'equazione della traiettoria descritta;
c) le componenti tangenziale a_t e normale a_n alla traiettoria del vettore accelerazione nella posizione raggiunta a t=2s;
d) il raggio di curvatura r della traiettoria in tale posizione.

II) Due blocchi (m_1=13kg e m_2=24kg) sono posti su di un piano inclinato e sono collegati tra loro con un filo inestensibile di massa trascurabile.
Il blocco 2 può scivolare sul piano senza attrito mentre per il blocco 1 è presente attrito statico di coefficiente μ_s=0,5 e attrito dinamico di coefficiente μ_d=0,45. Stabilire:
a) il massimo valore dell'angolo α del piano, α_{max} che consente alle due masse di rimanere in quiete;
b) quanto vale la tensione T del filo nel caso in cui $\alpha=3\alpha_{max}$.



III) Una sbarra omogenea AB, lunga L e di massa M=1kg è sospesa a un'estremità B tramite una corda flessibile. Sull'altra estremità A è posta una massa puntiforme (m=1/2 M) di piombo. La sbarra galleggia in acqua come mostrato in figura, essendo OA metà della lunghezza. Trascurando la spinta di Archimede sulla massa di piombo:
a) illustrare con un disegno le forze che agiscono sulla sbarretta;
b) calcolare la tensione nella corda in B;
c) calcolare il volume totale della sbarra.



IV) Un gas perfetto biatomico è contenuto in un recipiente adiabatico con un pistone, anch'esso adiabatico, di massa trascurabile e bloccato in maniera tale che il gas si trova inizialmente alla pressione p_i=10^{6}Pa e alla temperatura T_i=296 K. Sbloccando il pistone, il gas viene fatto espandere fino alla pressione esterna p_f=10^{5}Pa. Determinare la temperatura finale del gas nel caso di:
a) espansione reversibile; ***b)*** espansione irreversibile.

V) Si utilizza un frigorifero per congelare acqua a 0°C scambiando calore con l'ambiente a 40°C. Assumendo che il frigorifero sia una macchina *reversibile* e che il costo dell'energia elettrica sia C=0.5€/kWh, si calcoli quanto costa congelare 100 litri d'acqua.
(calore latente di fusione del ghiaccio a pressione atmosferica λ_{fus}=3.3 10^5 J/kg).

Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Ricavare il periodo di oscillazione di un pendolo semplice.
T2. Spiegare il significato dell'integrale Clausius.

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corsi di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica I

Canale A-L: ***Prof. Marco Rossi***
Canale M-Z: ***Prof. Livia Lancia***

SOLUZIONI
Della prova di esame dell'8 gennaio 2016– ***a.a. 2014-15***

I)

a)

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_{xo} = 12 \\ v_y = a_y t = 4t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x_o + v_{xo} t = 2 + 12t \\ y = y_o + \dfrac{1}{2} a_y t^2 = 3 + 2t^2 \end{cases}$$

Dopo t=t* =2s:

$$\overrightarrow{\Delta s} = \overrightarrow{PP^*} = (x^* - x_o)\,\hat{x} + (y^* - y_o)\hat{y} = 24\hat{x} + 8\hat{y}$$

$$\overrightarrow{v^*} = v_x^* \hat{x} + v_y^* \hat{y} = 12\hat{x} + 8\hat{y}$$

$$\overrightarrow{a^*} = a_y \hat{y} = 4\hat{y}$$

b) Traiettoria: $y - y_o = \dfrac{1}{2} a_y \left(\dfrac{x - x_o}{v_{xo}} \right)^2$.

c) In P^* la velocità ha modulo ed direzione:

$$\left|\overrightarrow{v^*}\right| = \sqrt{v_x^{*2} + v_y^{*2}} = 14.42[\text{m/s}]$$

$$\theta = \text{arctg}\,\frac{v_x^*}{v_y^*} = 56.3°$$

rispetto all'asse y.
Essendo

$$\vec{a} = a_y \hat{y}$$

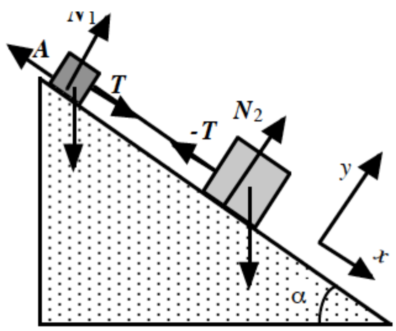
$$a_t = \left|\vec{a}\right| \cos\theta = a_y \cos\theta = 2.22\,[\text{m/s}^2]$$

$$a_n = \sqrt{\left|\vec{a}\right|^2 - a_t^2} = 3.32\,[\text{m/s}^2]$$

d)

$$\rho = \frac{v^{*2}}{a_n} = 62.6\,[\text{m}]$$

II)



a) Le equazioni di statica proiettate nella direzione x di moto sono:

$$\begin{cases} m_1 g \sin\alpha + T - \mu_s m_1 g \cos\alpha \le 0 \\ m_2 g \sin\alpha - T = 0 \end{cases}$$

da cui:

$$\tan\alpha \le \frac{\mu_s m_1}{m_1 + m_2}$$

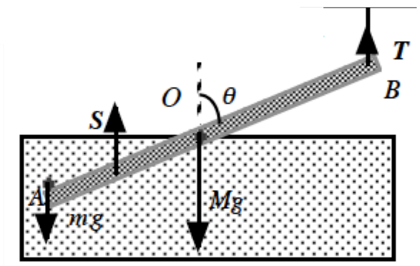
$$\alpha_{\max} = \arctan\left(\frac{\mu_s m_1}{m_1 + m_2} \right) \approx 10°$$

b) per $\alpha=3\,\alpha_{max}$ il sistema si trova in condizioni dinamiche:

$$\begin{cases} m_1 g\sin\alpha + T - \mu_d m_1 g\cos\alpha = m_1 a \\ m_2 g\sin\alpha - T = m_2 a \end{cases}$$

da cui si ricavano a $=3.56\ \mathrm{m/s^2}$ e T= 32.2 N

III)



a) Le forze sono indicate in Figura. Con $S=\rho V/2g$ Spinta di Archimede applicata nel centro di spinta.

b) Le condizioni per l'equilibrio statico del sistema sono:

$$\begin{cases} Mg + mg - \left(\rho\dfrac{V}{2}\right)g - T = 0 \\ mg\dfrac{L}{2}\sin\vartheta - \left(\rho\dfrac{V}{2}\right)g\dfrac{L}{4}\sin\vartheta + T\dfrac{L}{2}\sin\vartheta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Mg + mg - \left(\rho\dfrac{V}{2}\right)g - T = 0 \\ 2mg - \left(\rho\dfrac{V}{2}\right)g + 2T = 0 \end{cases}$$

Dove la prima equazione è l'equilibrio delle forze e la seconda quello dei momenti (polo O). Sottraendo la prima equazione dalla seconda si ottiene $-mg+3T=0$, da cui T=1.63 N.

c) $V=16/3\ m/\rho$ =2.6 litri

IV)

Espansione adiabatica irreversibile: $L_{irr}=p_f(V_f-V_i)=-DU=-nc_v(T_f-T_i)$, $n_{cv}(T_i-T_f)=nRT_f - p_f(nRT_i/p_i)$;

$$T_{f-IRR} = T_i\left[\frac{p_f}{p_i}\frac{R}{R+c_v} + \frac{c_v}{R+c_v}\right] = 0.742T_i,$$

Adiabatica reversibile: $T_{f-REV} = T_i\left(\dfrac{p_i}{p_f}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 0.517T_i.$

[Per T_i=296K, $T_{f\text{-}IRR}$=219.63K; $T_{f\text{-}REV}$=153.03]

V)

Detti Q_1 la quantità di calore assorbita dall'acqua a T_1=273 K, Q_2 la quantità di calore ceduta all'ambiente esterno a temperatura T_2=313 K e L il lavoro assorbito dal frigorifero: si ha per un ciclo reversibile : $Q_1/T_1-Q_2/T_2=0$. Quindi: $L=Q_2-Q_1=Q_1(T_2/T_1-1)$, con $Q_1=m\lambda$.

$CL = m\lambda C(T_2/T_1-1)\approx 0.67$ €