



**Risolvere, prima analiticamente e poi numericamente, gli esercizi seguenti.**

1. Un disco di hockey, colpito malamente da un giocatore al livello del ghiaccio, sfiora salendo la sommità di una parete di vetro alta  $h=2.8$  m. Il tempo impiegato dal disco per arrivare a quel punto è  $t_1=0.65$  s e lo spostamento orizzontale è  $x_1=12$  m. Si determini: a) la velocità iniziale  $v_0$  del disco; b) la quota massima  $y_{max}$  raggiunta dal disco (da considerare come punto materiale).
2. Un disco omogeneo di massa  $M_d$  e raggio  $R$  può ruotare senza attrito intorno ad un asse fisso orizzontale passante il suo baricentro. Attorno al disco è avvolto un filo ideale (inestensibile e di massa trascurabile), che aderisce perfettamente al disco e non può scivolare su di esso. All'estremità libera della corda è attaccata una massa  $m$ . Dopo aver lasciata  $m$  libera di cadere, determinare l'espressione per:  
**a)** l'accelerazione di  $m$ ; **b)** l'accelerazione angolare del disco; **c)** la tensione della fune.
3. Sul fondo di una piscina piena d'acqua è ancorata una fune ideale alla quale sono fissate, immerse nell'acqua e a distanze diverse, due boe A e B, entrambe di massa  $m=3$  kg e densità media  $\rho$  pari ad un terzo di quella dell'acqua. Determinare le tensioni  $\tau_1$  e  $\tau_2$  nei due tratti di fune compresi:  
**a)** tra il fondo e la prima boa A; **b)** tra la due boe.
4. Un gas perfetto esegue un ciclo diretto reversibile formato da due isobare e da due adiabatiche. Sapendo che una delle due adiabatiche avviene tra i due stadi A e B con  $T_A=400$  K e  $T_B=700$  K, mentre l'altra (tra gli stadi C e D) è caratterizzata da una temperatura massima  $T=1500$  K, si calcoli il rendimento del ciclo.
5. Una macchina termica opera con due sorgenti a  $T_1=280^\circ\text{C}$  e  $T_2=50^\circ\text{C}$ , assorbendo una quantità di calore  $Q_1=10$  kJ per ciclo. La macchina ha un rendimento pari alla metà di quello massimo potenzialmente ottenibile utilizzando le due sorgenti. Determinare:  
**a)** il numero di cicli al secondo che la macchina deve compiere per poter fornire una potenza  $P=40$  kW;  
**b)** la variazione di entropia delle sorgenti per un ciclo di funzionamento;  
**c)** se la macchina è reversibile o irreversibile.

## **Sezione TEORIA**

**Rispondete facoltativamente alle seguenti domande.**

- T1** Per sistemi di punti materiali, ricavare la II equazione cardinale della meccanica e l'espressione del teorema del lavoro e dell'energia cinetica.
- T2** Si dia una definizione dell'energia interna di un sistema termodinamico e si illustrino gli argomenti, sia di carattere teorico che sperimentale, in base ai quali l'energia interna di un gas ideale risulta dipendere dalla sola temperatura.



**SOLUZIONI**  
della prova di esame del 14 ottobre 2017 - III APPELLO a.a. 2016-17

**Esercizio 1**

$$\vec{v}_0 = v_0 \cos \alpha \vec{i} + v_0 \sin \alpha \vec{j}$$

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha t \\ y(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_0 = \frac{\Delta x}{t' \cos \alpha} \\ h = v_0 \sin \alpha t' - \frac{1}{2} g t'^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \alpha &= 22.1^\circ \\ v_0 &= 19.92 \text{ m/s} \end{aligned}$$

L'altezza massima si ha per:  $v_y(t_{\max}) = 0 \Rightarrow t_{\max} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 2.86 \text{ m}$

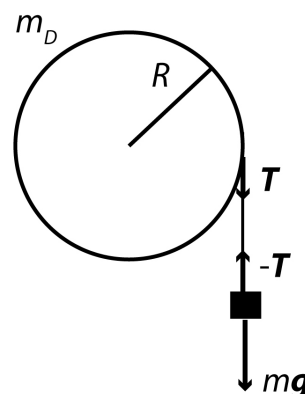
**Esercizio 2**

Sulla massa m:  $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}$

Sul disco:  $\vec{R} \times \vec{T} = \frac{1}{2} m_D R^2 \vec{\omega}$

Da cui:  $ma = mg - \frac{1}{2} m_D \dot{\omega} R$

$$a = \frac{gm}{m + \frac{1}{2} m_D} \quad \omega = \frac{a}{R} \quad T = \frac{1}{2} m_D a = \frac{gmm_D}{2m + m_D}$$



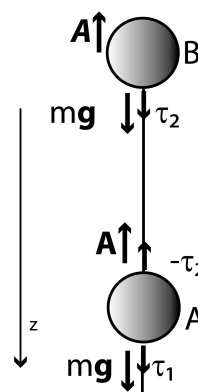
**Esercizio 3**

Sulla boa A, fissato un asse di riferimento volto in basso, agiscono le seguenti forze:

$\tau_1$ ,  $\tau_2$ , peso e spinta d'Archimede.

All'equilibrio si ha:  $\tau_1 - \tau_2 + mg - m_a g = 0$

dove  $m_a$  è la massa d'acqua spostata.



Detta  $\varrho_a$  la densità dell'acqua:  $V_{boa} = \frac{m_a}{\varrho_a} = \frac{m}{\varrho}$

$$\tau_1 - \tau_2 + mg - m \frac{\varrho_a}{\rho} g = 0$$

Sulla boa B, all'equilibrio:

$$\tau_2 + mg - m \frac{\varrho_a}{\rho} g = 0$$

$$\tau_2 = mg \left( \frac{\varrho_a}{\rho} - 1 \right) = 58.9 \text{ N} \quad \Rightarrow \quad \tau_1 = 2mg \left( \frac{\varrho_a}{\rho} - 1 \right) = 117.7 \text{ N}$$

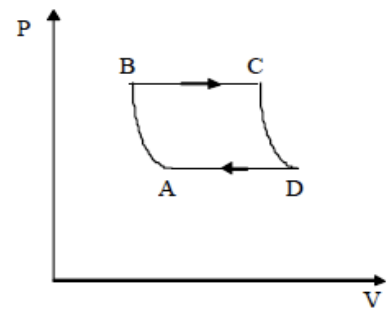
---

#### Esercizio 4

Per le trasformazioni adiabatiche si ha

$$T_A P_A^{(1-\gamma)/\gamma} = T_B P_B^{(1-\gamma)/\gamma}$$

$$T_D P_D^{(1-\gamma)/\gamma} = T_C P_C^{(1-\gamma)/\gamma}$$



dividendo membro a membro ed essendo  $P_A = P_D$  e  $P_B = P_C$  si ha che

$$T_D = \frac{T_A T_C}{T_B} \cong 857 \text{ K} \quad \Rightarrow \quad \eta = 1 - \frac{Q_{ced}}{Q_{ass}} = 1 - \frac{nc_p(T_D - T_A)}{nc_p(T_C - T_B)} = 0.43$$

---

#### Esercizio 5

Il rendimento massimo si ha con un ciclo di Carnot:  $\eta_C = 1 - \frac{T_B}{T_A} = 0.42$

Per la macchina dell'esercizio  $\eta = \frac{1}{2} \eta_C = \frac{L}{Q_1} \Rightarrow L_{ciclo} = 2.1 \text{ kJ} \Rightarrow \frac{P}{L} = 19 \text{ cicli/s}$

Essendo ogni ciclo  $Q_2 = L - Q_1 = -7.92 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta S_{sorgenti} = -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 6 \text{ J/K}$

Il ciclo è quindi irreversibile.