



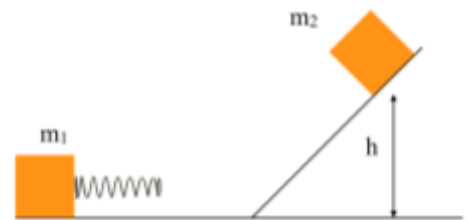
Prova d'esame del 9 giugno 2017 – I appello A.A. 2016-17

**Risolvere, prima analiticamente e poi numericamente, gli esercizi seguenti.**

1. Un punto materiale inizialmente fermo si muove con accelerazione tangenziale costante su una traiettoria circolare di raggio  $R=0.5$  m giacente in un piano verticale. All'istante  $t_1=2$  s il punto abbandona la traiettoria circolare proseguendo lungo la tangente in direzione verticale verso l'alto. Sapendo che il punto raggiunge una quota massima di  $h=2$  m, rispetto al punto più in basso della traiettoria circolare, calcolare:

- a) il valore dell'accelerazione tangenziale durante il moto circolare;  
b) lo spazio percorso lungo la traiettoria circolare prima di abbandonarla.

2. Il corpo di massa  $m_2=0.7$  kg, assimilabile ad un punto materiale, scorre senza attrito sul piano inclinato e sul successivo piano orizzontale fino ad arrivare alla molla di costante elastica  $K=13$  N/m fissata ad un corpo scabro di massa  $m_1=3$  kg che ha un coefficiente di attrito statico  $\mu_s=0.4$  con il piano orizzontale. Calcolare a partire da quale quota  $h$  il corpo  $m_2$  riuscirà a muovere il corpo  $m_1$ .



3. Sul fondo di una piscina piena d'acqua è ancorata una fune ideale alla quale sono fissate, immerse nell'acqua e a distanze diverse, due boe A e B, entrambe di massa  $m=3$  kg e densità media  $\rho$  pari ad un terzo di quella dell'acqua. Determinare le tensioni  $\tau_1$  e  $\tau_2$  nei due tratti di fune compresi:

- a) tra il fondo e la prima boa A;  
b) tra le due boe.

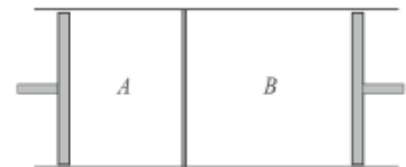
4. Una mole di gas perfetto biatomico viene portata reversibilmente dalla temperatura  $T_1=300$  K alla temperatura  $T_2=T_1/3$ . La trasformazione è descritta dall'equazione  $TV=\text{costante}$ . Determinare:

- a) il lavoro compiuto nella trasformazione;  
b) la quantità di calore scambiata dal gas, esplicitando se ceduta o assorbita.

5. Un sistema termodinamico adiabatico è composto da due recipienti A e B, entrambi dotati di un pistone (da considerarsi privo di massa e in grado di muoversi senza attrito). I due recipienti, separati da una parete rigida diatermica, contengono  $n_A$  e  $n_B$  moli di gas perfetto monoatomico, inizialmente a temperatura  $T_A$  e  $T_B$ , rispettivamente. La pressione iniziale dei due gas è la stessa e un meccanismo esterno agisce in maniera da mantenerla costante, durante la trasformazione che porta il sistema allo stato finale di equilibrio  $S_F$ . Si calcoli:

- a) il valore  $T_f$  della temperatura di equilibrio del sistema nello stato  $S_F$ ;  
b) la variazione di entropia per mole dei due gas dal loro stato iniziale a quello finale  $S_F$ .

$(n_B = 2n_A; T_B = 450$  K;  $T_A = 300$  K)



**Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.**

**T1** Descrivere il moto di un grave in un mezzo che offre resistenza viscosa.

**T2** Dimostrare che l'entropia di un sistema termodinamico è una funzione di stato. Nel caso dell'esercizio 4, quali considerazioni possono essere fatte sull'entropia dell'universo?



SOLUZIONI

Prova d'esame del 9 giugno 2017 – I sessione a.a. 2016-17

**Esercizio 1**

Nella prima fase si ha un moto circolare uniformemente accelerato:  $v(t) = a_t t$  e  $s(t) = \frac{1}{2} a_t t^2$ . Dopo aver abbandonato la traiettoria circolare il punto prosegue verso l'alto raggiungendo una quota massima rispetto al punto più basso della traiettoria pari a  $h = R + \frac{1}{2} v(t_1)^2 / g = R + \frac{1}{2} (a_t t_1)^2 / g$ . Da questa relazione si ricavano: a)  $a_t = 2.71 \text{ m/s}^2$  e b)  $s(t_1) = 5.42 \text{ m}$

**Esercizio 2**

La massa  $m_1$  si muove per  $K\Delta x \geq \mu_s m_1 g$ .

La quota minima si ricava calcolando  $\Delta x = \mu_s m_1 g / K$ .

Il  $\Delta x$  della molla in seguito alla compressione dovuta alla massa  $m_2$  si ricava tramite:  $\frac{1}{2} K \Delta x^2 = m_2 g h$ .

Sostituendo  $\Delta x$  come ricavato dalla prima equazione si ottiene:

$$h = \mu_s^2 m_1^2 g / (2 m_2 K) = 0.78 \text{ m}$$

**Esercizio 3**

Sulla boa A, fissato un asse di riferimento diretto verso il basso, agiscono le seguenti forze:

$\tau_1$ ,  $\tau_2$ , la forza peso e la spinta d'Archimede.

All'equilibrio si ha:  $\tau_1 - \tau_2 + mg - m_a g = 0$

dove  $m_a$  è la massa d'acqua spostata.

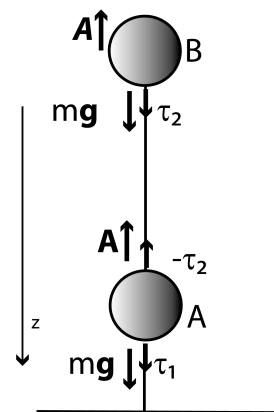
Detta  $\rho_a$  la densità dell'acqua:  $V_{boa} = \frac{m_a}{\rho_a} = \frac{m}{\rho}$

$$\tau_1 - \tau_2 + mg - m \frac{\rho_a}{\rho} g = 0$$

Sulla boa B, all'equilibrio:

$$\tau_2 + mg - m \frac{\rho_a}{\rho} g = 0$$

$$\tau_2 = mg \left( \frac{\rho_a}{\rho} - 1 \right) = 58.9 \text{ N} \quad \Rightarrow \quad \tau_1 = 2mg \left( \frac{\rho_a}{\rho} - 1 \right) = 117.7 \text{ N}$$



---

#### Esercizio 4

Essendo  $T = C/V$  ( $C=\text{costante}$ ), per il calcolo del lavoro si ha:

$$L = \int p dV = \int \frac{nRC}{V^2} dV = nRC \left( \frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) = nR(T_1 - T_2) = \frac{2}{3} nRT_1 = 1.66 \text{ kJ}$$

Essendo  $\Delta U = Q - L$

$$Q = L + \Delta U = 2/3 nRT_1 + nc_V(T_2 - T_1) = -nRT_1 = -2.5 \text{ kJ, calore ceduto.}$$

---

#### Esercizio 5

Il sistema è adiabatico e le trasformazioni irreversibili che lo portano allo stato finale di equilibrio avvengono a pressione costante.

$$\text{a) } \Delta U_{TOT} = -L_{TOT} \quad \Rightarrow \quad \Delta U_A + \Delta U_B = -(L_A + L_B)$$

$$n_A c_V (T_f - T_A) + n_B c_V (T_f - T_B) + n_A R (T_f - T_A) + n_B R (T_f - T_B) = 0 \quad \Rightarrow \quad T_f = 400 \text{ K}$$

b) Per trasformazioni tra stati termodinamici con uguale pressione si ha che:

$$\Delta S_{12} = nc_p \ln \frac{T_2}{T_1} \text{ da cui nel caso in esame si ottiene, per mole:}$$

$$\Delta S_A = c_p \ln \frac{T_f}{T_A} = 5.98 \text{ J/K} \quad \text{e} \quad \Delta S_B = c_p \ln \frac{T_f}{T_B} = -2.45 \text{ J/K}$$