



**Risolvere, prima analiticamente e poi numericamente, gli esercizi seguenti.**

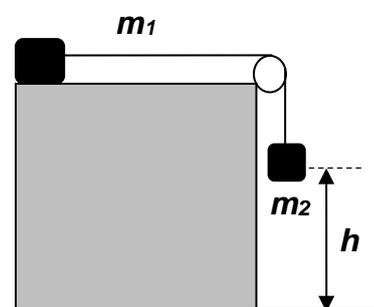
1. Il tempo totale di arresto richiesto per fermare un'auto in movimento è la somma del tempo di reazione  $t_r$  per dare inizio all'azione di frenata e del tempo di frenata  $t$  fino all'arresto. A parità sia di decelerazione costante durante la frenata che di tempo di reazione, partendo da una velocità  $v_1=80$  km/h la macchina si ferma dopo aver percorso una distanza  $d_1=57$ m, mentre ad una velocità  $v_2=52$  km/h lo spazio di arresto sarà  $d_2=25$ m

Determinare: **a)** La decelerazione; **b)** il tempo di reazione del guidatore

2. Una massa  $m_1=3$  kg giacente su un piano orizzontale è collegata tramite una fune (filo ideale) e una carrucola (priva di massa) ad una seconda massa  $m_2=5$  kg che si trova ad un'altezza  $h=2$  m dal suolo. Il coefficiente di attrito dinamico tra  $m_1$  e il piano è  $\mu_d=0,3$ . I blocchi vengono lasciati partire da fermi. Calcolare, supponendo entrambe le masse assimilabili a punti materiali:

**a)** la tensione  $T$  della fune;

**b)** lo spazio totale percorso dalla massa  $m_1$  sul piano (nell'ipotesi che lo spazio prima della carrucola sia sufficiente per garantire l'arresto).



3. Si definisca  $L_1$  il lavoro necessario per portare un satellite dalla superficie terrestre (sfera di raggio  $R$ ) fino ad una quota  $h$  al di sopra di essa e si definisca  $L_2$  il lavoro addizionale per mettere lo stesso satellite in orbita intorno alla terra alla medesima quota  $h$ . Dimostrare che se  $h = R/2$  allora il rapporto tra  $L_1$  ed  $L_2$  vale esattamente 1 ( $L_1/L_2 = 1$ ).
4. Disegnare nel piano PV e determinare il rendimento di un ciclo termodinamico reversibile eseguito da un gas perfetto biatomico e costituito dalle seguenti trasformazioni (non scritte nell'ordine in cui vengono eseguite): due trasformazioni isobare  $p = p_0$  e  $p = 2 p_0$ , una trasformazione isocora, a  $V = V_0$  ed una isoterma a  $T = 4 T_0$ .  $p_0$ ,  $V_0$  e  $T_0$  si riferiscono tutte al medesimo stato termodinamico iniziale.
5. Un recipiente adiabatico contiene al suo interno un pistone diatermico. Inizialmente il pistone è bloccato in maniera tale da dividere il recipiente in due parti A e B di ugual volume ( $V_A=V_B=1\text{dm}^3$ ), contenenti lo stesso tipo di gas perfetto alla temperatura  $T=300\text{K}$ . Inizialmente la pressione del gas nelle due parti è differente e pari a  $p_A=1.5$  atm e  $p_B=2.5$  atm, rispettivamente. Se si sblocca il pistone (da considerare idealmente privo di massa), il sistema raggiunge un nuovo stato di equilibrio. Determinare i valori finali di temperatura e pressione e la variazione di entropia del sistema.

### Sezione TEORIA

**Rispondete facoltativamente alle seguenti domande.**

- T1.** Dimostrare che la variazione di energia meccanica di un sistema isolato coincide con il lavoro delle forze non conservative.
- T2.** Dimostrare che l'Entropia di un sistema isolato non può diminuire.



SOLUZIONI  
della prova di esame del 16 marzo 2018

### Esercizio 1

Essendo nel caso generale:  $d = vt_r + vt - \frac{1}{2}at^2$

sostituendo nell'equazione del moto i dati del problema, si ottiene il sistema:

$$d_1 = v_1 t_r + v_1 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 = v_1 t_r + \frac{v_1^2}{2a}$$

$$d_2 = v_2 t_r + v_1 t_2 - \frac{1}{2} a t_2^2 = v_2 t_r + \frac{v_2^2}{2a}$$

$$a) \quad a = \frac{1}{2} \frac{v_1^2 - v_1 v_2}{v_2 d_1 - v_1 d_2} = 4.66 \text{ m/s}^2 \quad b) \quad t_r = \frac{d_2}{v_2} - \frac{1}{2} \frac{v_2}{a} = 0.18 \text{ s}$$

---

### Esercizio 2

Essendo  $a = \frac{(m_2 - \mu_d m_1) g}{(m_2 + m_1)} = 5.0 \text{ m/s}^2$

$$a) \quad T = \mu_d m_1 g + m_1 a = 23.9 \text{ N}$$

Al momento dell'impatto al suolo di  $m_2$  la velocità di  $m_1$  sarà:  $v = \sqrt{2ah} = 4.5 \text{ m/s}$

Essendo  $\frac{1}{2} m_1 v^2 = \mu_d m_1 g \Delta s$

$$b) \quad \Delta s = \frac{v^2}{2\mu_d g} = 3.4 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad s = \Delta s + h = 5.4 \text{ m}$$

---

### Esercizio 3

Il lavoro da fornire  $L_1$  è pari all'aumento di energia potenziale del satellite:

$$\Delta U = U_f - U_i = -GMm/(1.5R) + GMm/R = GMm/(3R).$$

Il lavoro  $L_2$  è pari a  $L_2 = \Delta E_k = \frac{1}{2} m v_0^2$  dove  $v_0$  è pari alla velocità necessaria affinché il satellite abbia una traiettoria circolare intorno alla terra ( $F = m a_N$  da cui  $v_0^2 = GM/(r+h)$ ). Sostituendo si ottiene:

$$L_2 = GMm/(3R) \text{ e si ottiene } L_1 = L_2.$$

---

#### Esercizio 4

$\eta = 1 - Q_{\text{ced}}/Q_{\text{ass}}$ . Nell'isocora AB abbiamo  $Q_{AB} = nC_V(T_B - T_A)$ , nell'isobara BC avremo  $Q_{BC} = nC_p(T_C - T_B)$ , entrambi positivi e quindi calori assorbiti. Nell'isoterma avremo che  $Q_{CD} = nRT_C \ln(V_D/V_C)$ , positivo, ed infine nell'ultima isobara avremo  $Q_{DA}$ , negativo  $= nC_p(T_A - T_D)$ . Si ottiene:  $Q_{\text{ass}} = (5/2 + 7 + 4\ln 2) nRT_0$  e  $Q_{\text{ced}} = 21/2 nRT_0$ , da cui il rendimento del ciclo pari al 14.4%.

---

#### Esercizio 5 - La trasformazione è adiabatica ed irreversibile

$$Q = 0 \quad L = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta U = 0 \quad T_f = T_i = T$$

$$p_A V_A = n_A RT \quad 2V_A = V \quad \Rightarrow n_A = \frac{p_A V}{2RT}$$

$$p_B V_B = n_B RT \quad 2V_B = V \quad \Rightarrow n_B = \frac{p_B V}{2RT}$$

$$\left. \begin{array}{l} p_f V_A' = n_A RT = \frac{p_A V}{2} \\ p_f V_B' = n_B RT = \frac{p_B V}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow p_f = \frac{p_A + p_B}{2} = 2 \text{ atm}$$

$$\begin{aligned} \Delta S &= \Delta S_A + \Delta S_B = \frac{p_A V}{2T} \ln \frac{V_A'}{V_A} + \frac{p_B V}{2T} \ln \frac{V_B'}{V_B} = \\ &= \frac{V}{2T} \left( p_A \ln \frac{p_A}{p_f} + p_B \ln \frac{p_B}{p_f} \right) = 4.3 \cdot 10^{-2} \text{ J/K} \end{aligned}$$