

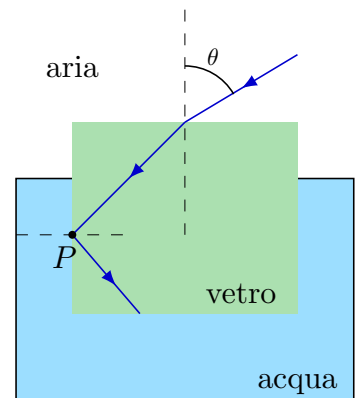


Corso di laurea in medicina e chirurgia High Technology

Prova d'esame N. 1

Risolvete, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Si determini modulo, direzione e verso del campo elettrico generato nel punto mediano del segmento che unisce due cariche $q_1 = 5,8 \mu\text{C}$ e $q_2 = -8 \mu\text{C}$ poste nel vuoto distanti tra loro $d = 6,0 \text{ cm}$.
2. Un condensatore $C_1 = 10 \mu\text{F}$ viene caricato collegandolo a una batteria da 100 V ; dopodiché viene staccato dalla batteria e collegato in parallelo a un condensatore $C_2 = 40 \mu\text{F}$. Qual è la carica su ciascuno dei due condensatori?
3. Un sottile e lungo filo conduttore rettilineo disposto parallelamente all'asse x di un riferimento cartesiano ortogonale trasporta una corrente di intensità $I = 0,5 \text{ A}$ che scorre nel verso delle x positive. Il filo si trova immerso in un campo magnetico uniforme $\mathbf{B} = 0,5 \text{ T k}$. Si trovi la forza per unità di lunghezza che si esercita sul filo.
4. Un raggio di luce incide dall'aria sulla una superficie piana di un parallelepipedo di vetro parzialmente immerso in acqua. Si determini l'angolo di incidenza θ che deve avere il raggio affinché si verifichi la riflessione totale sulla superficie di separazione tra vetro e acqua (punto P) del raggio trasmesso nel vetro. (Gli indici di rifrazione dell'aria, dell'acqua e del vetro sono, rispettivamente: $n_{\text{aria}} = 1$; $n_{\text{acqua}} = 1,33$; $n_{\text{vetro}} = 1,5$.)



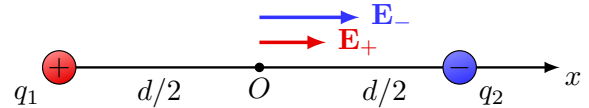


CORSO DI LAUREA IN MEDICINA E CHIRURGIA HIGH TECHNOLOGY

SOLUZIONI DELLA PROVA D'ESAME N. 1

Esercizio N. 1

Il campo elettrico totale $\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-$ sarà diretto verso la carica negativa. Il modulo del campo elettrico è:



$$E = E_+ + E_- = \frac{|q_1|}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{d}{2}\right)^2} + \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{|q_1| + |q_2|}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{d}{2}\right)^2} =$$
$$= 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \frac{(5,8 \times 10^{-6} \text{ C} + 8,0 \times 10^{-6} \text{ C})}{9 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 13,8 \times 10^7 \text{ N/C}.$$

Esercizio N. 2

La carica iniziale sul condensatore C_1 è:

$$Q = \Delta V_1 C_1 = 10^{-3} \text{ C}$$

avendo indicato con $\Delta V_1 = 100 \text{ V}$ la differenza di potenziale ai capi della batteria. Collegando i condensatori in parallelo, la capacità totale è $C = C_1 + C_2 = 50 \mu\text{C}$. Staccando la batteria la carica Q si è conservata e, di conseguenza, la differenza di potenziale ai capi è dei condensatori collegati in parallelo è:

$$\Delta V = \frac{Q}{C} = 20 \text{ V}.$$

Le cariche sulle armature dei condensatori C_1 e C_2 sono, rispettivamente:

$$Q_1 = \Delta V C_1 = 2 \times 10^{-4} \text{ C} \quad \text{e} \quad Q_2 = \Delta V C_2 = 8 \times 10^{-4} \text{ C}.$$

Esercizio N. 3

La forza su un filo rettilineo in cui scorre una corrente I posto in un campo magnetico uniforme $\mathbf{B}$ è data da $\mathbf{F} = I(\boldsymbol{\ell} \times \mathbf{B})$ dove $\boldsymbol{\ell}$ è un vettore di modulo pari alla lunghezza del filo e per verso quello convenzionalmente positivo della corrente. Nel caso in questione tra $\boldsymbol{\ell}$ e $\mathbf{B}$ vi è un angolo di 90° ; di conseguenza, il modulo della forza è:

$$F = I\ell B \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{\ell} = IB = 0,25 \text{ N}.$$

Poiché $\mathbf{B}$ è diretto verso la direzione positiva dell'asse z e $\boldsymbol{\ell}$ è nel verso positivo dell'asse x , la forza è diretta verso la direzione negativa dell'asse y . Si può quindi scrivere:

$$\frac{\mathbf{F}}{\ell} = -0,25 \text{ N} \mathbf{j}.$$

Esercizio N. 4

Il raggio incidente viene rifratto nel vetro con un angolo θ_t che deve soddisfare la legge di Snell:

$$n_{\text{aria}} \sin \theta = n_{\text{vetro}} \sin \theta_t. \quad (1)$$

Affinché si abbia la riflessione totale del raggio trasmesso nel vetro all'interfaccia tra vetro e acqua, l'angolo di incidenza α del raggio deve essere tale che:

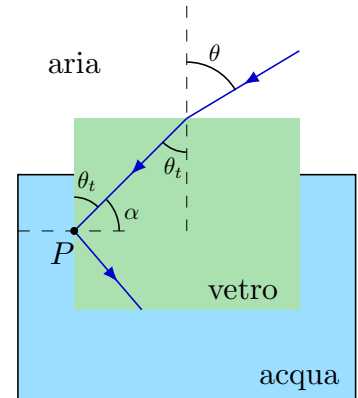
$$n_{\text{vetro}} \sin \alpha = n_{\text{acqua}} \sin 90^\circ \quad \Rightarrow \quad \sin \alpha = \frac{n_{\text{acqua}}}{n_{\text{vetro}}}.$$

Si trova così

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{n_{\text{acqua}}}{n_{\text{vetro}}} \right) = 62,46^\circ \quad \Rightarrow \quad \theta_t = 90^\circ - \alpha = 27,54^\circ.$$

Dall'equazione (1) si può così ricavare l'angolo di incidenza θ per il quale $\theta_t = 27,54^\circ$:

$$\theta = \arcsin \left(\frac{n_{\text{vetro}}}{n_{\text{aria}}} \sin \theta_t \right) = \arcsin \left(\frac{1,5}{1} \sin 27,54^\circ \right) = 43,9^\circ.$$



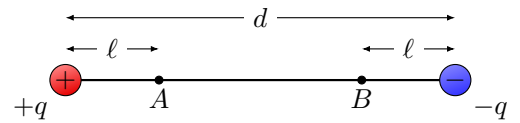


Corso di laurea in medicina e chirurgia High Technology

Prova d'esame N. 2

Risolvete, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

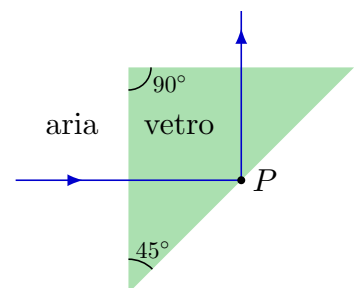
1. Due cariche puntiformi $+q$ e $-q$ si trovano nel vuoto separate da una distanza d . Dati due punti A e B situati lungo la congiungente le due cariche, entrambi a distanza ℓ da esse, si determini in funzione di q , d ed ℓ la differenza di potenziale $V_B - V_A$.



2. Sei lampadine identiche sono collegate in serie a una batteria a cui morsetti vi è una differenza di potenziale $V = 24 \text{ V}$. (a) Qual è la differenza di potenziale ai capi di ciascuna lampadina? (b) Si determini la potenza dissipata da ciascuna lampadina sapendo che la corrente che scorre nel circuito è $I = 100 \text{ mA}$.

3. Il campo magnetico perpendicolare a una spira circolare avente raggio $r = 10 \text{ cm}$ e che possiede una resistenza $R = 150 \Omega$ diminuisce in maniera uniforme da un valore iniziale di $B_I = 0,75 \text{ T}$ a un valore finale $B_F = 0$. Quanta carica passerà attraverso la spira durante il tempo necessario all'azzeramento del campo magnetico?

4. Un raggio di luce incide ortogonalmente sulla faccia di un prisma di vetro a sezione triangolare (vedi figura a lato) posto nell'aria. (a) Se il raggio trasmesso nel vetro è totalmente riflesso nel punto P perpendicolarmente al raggio incidente, qual è il minimo valore dell'indice di rifrazione del vetro n_v ? (b) Se il prisma è immerso in un liquido avente indice di rifrazione $n_l = 1,15$ il raggio è ancora totalmente riflesso in P ; tuttavia se il prisma è immerso in acqua che ha un indice di rifrazione $n_a = 1,33$ non si verifica più la riflessione totale in P . Si usino queste informazioni per dedurre i limiti massimi e minimi di n_v . (Indice di rifrazione dell'aria $n_{\text{aria}} = 1$).



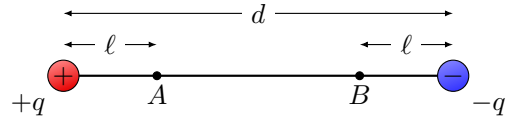


CORSO DI LAUREA IN MEDICINA E CHIRURGIA HIGH TECHNOLOGY

SOLUZIONI DELLA PROVA D'ESAME N. 2

Esercizio N. 1

Poiché il potenziale in un punto a distanza r da una carica puntiforme q è $V(r) = q/4\pi\epsilon_0 r$, allora si ha:



$$V_B - V_A = \left[\frac{q}{4\pi\epsilon_0(d-l)} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \right] - \left[\frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0(d-l)} \right]$$

e quindi si ottiene:

$$V_B - V_A = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{d-l} - \frac{1}{l} - \frac{1}{l} + \frac{1}{d-l} \right) = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{d-l} - \frac{1}{l} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{2l-d}{l(d-l)}.$$

Esercizio N. 2

Se R è la resistenza di ogni lampadina, la resistenza complessiva del circuito è $6R$; di conseguenza, indicando con I la corrente che scorre nel circuito, dalla legge di Ohm si ricava:

$$V = I(6R) \Rightarrow R = \frac{V}{6I} = 40 \Omega.$$

La potenza dissipata da ogni lampadina è:

$$P = I^2 R = 0,4 \text{ W}.$$

Esercizio N. 3

Se Δt è il tempo impiegato dal campo magnetico per annullarsi, la forza elettromotrice indotta è

$$\text{f.e.m.} = -\frac{\Delta\phi(\mathbf{B})}{\Delta t}$$

dove, indicando con $S = \pi r^2$ la superficie della spira, si ha

$$\Delta\phi(\mathbf{B}) = B_F S - B_I S = -B_I S.$$

Pertanto si può scrivere:

$$\text{f.e.m.} = \frac{B_I S}{\Delta t} \Rightarrow IR = \frac{B_I S}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} R = \frac{B_I S}{\Delta t} \Rightarrow \Delta Q = \frac{B_I S}{R} \simeq 1,6 \times 10^{-4} \text{ C}.$$

Esercizio N. 4

Nel punto P il raggio incide con un angolo di 45° .

(a) Affinché si abbia la riflessione totale in aria, secondo la legge di Snell deve essere:

$$(n_v)_{\min} \sin 45^\circ = n_{\text{aria}} \sin 90^\circ \quad \Rightarrow \quad (n_v)_{\min} = \frac{n_{\text{aria}}}{\sin 45^\circ} = 1,41.$$

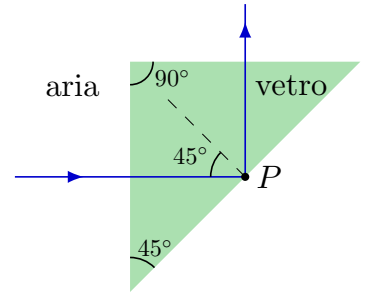
(b) Per la riflessione totale quando il prisma è nel liquido, si deve avere:

$$n_v \sin 45^\circ = n_l \sin 90^\circ \quad \Rightarrow \quad n_v = \frac{n_l}{\sin 45^\circ} = 1,63.$$

Se vi fosse riflessione totale quando il prisma è in acqua dovrebbe essere:

$$n_v \sin 45^\circ = n_a \sin 90^\circ \quad \Rightarrow \quad n_v = \frac{n_a}{\sin 45^\circ} = 1,88.$$

Si può pertanto dedurre che: $1,63 < n_v < 1,88$.





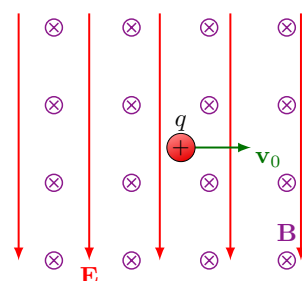
Corso di laurea in medicina e chirurgia High Technology

Prova d'esame N. 3

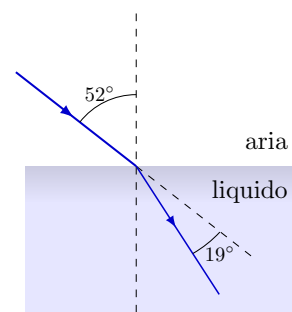
Risolvete, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Un cilindro di lunghezza $L = 10 \text{ cm}$ e raggio $r = 1 \text{ cm}$ che ha il suo asse coincidente con l'asse x si trova in una zona di spazio dove esiste un campo elettrico $\mathbf{E} = (200 \text{ N/m})\mathbf{i}$. Si determini il flusso del campo elettrico attraverso: (a) la superficie di base di sinistra del cilindro; (b) la superficie di base di destra del cilindro; (c) la superficie laterale del cilindro; (d) la superficie racchiusa dal cilindro.
2. Due grandi piastre metalliche piane poste nel vuoto distanti tra loro $d = 3 \text{ mm}$, sono collegate a una pila che genera una differenza di potenziale $\Delta V = 12 \text{ V}$. (a) Qual è l'intensità del campo elettrico nello spazio tra le piastre? (b) Qual è la differenza di potenziale tra le piastre se, disconnessa la batteria, esse vengono allontanate fino a essere distanti l'una dall'altra $d' = 5 \text{ mm}$?

3. Una carica $+q$ entra con velocità v_0 , diretta come in figura, in una zona di spazio dove vi è sia un campo elettrico diretto verso il basso e di intensità $E = 80 \text{ kV/m}$, sia un campo magnetico di intensità $B = 0,4 \text{ T}$ perpendicolare al campo elettrico. Per quale valore di v_0 la particella non è deflessa dalla presenza contemporanea del campo elettrico e magnetico?



4. Un raggio di luce che incide con un angolo di 52° dall'aria sulla superficie piana di separazione con un liquido è deviato di 19° . Per quale angolo si ha la riflessione totale per un raggio di luce che incide dal liquido sulla superficie di separazione con l'aria?





CORSO DI LAUREA IN MEDICINA E CHIRURGIA HIGH TECHNOLOGY

SOLUZIONI DELLA PROVA D'ESAME N. 3

Esercizio N. 1

Se $S = \pi r^2$ è l'area della superficie di base del cilindro, allora:

(a) $\varphi(\mathbf{E}) = (200 \text{ N/m})\mathbf{i} \cdot (-\pi r^2)\mathbf{i} = -6,28 \times 10^{-2} \text{ V} \cdot \text{m};$

(b) $\varphi(\mathbf{E}) = (200 \text{ N/m})\mathbf{i} \cdot (\pi r^2)\mathbf{i} = 6,28 \times 10^{-2} \text{ V} \cdot \text{m};$

(c) $\varphi(\mathbf{E}) = 0$, perchè il campo elettrico è perpendicolare al versore della superficie laterale;

(d) $\varphi(\mathbf{E}) = 0$, poiché il flusso del campo elettrico attraverso la superficie racchiusa dal cilindro è dato dalla somma del flusso attraverso le superfici di base e di quello attraverso la superficie laterale.

Esercizio N. 2

(a) Il campo elettrico tra le piastre è uniforme; quindi si ha:

$$\Delta V = Ed \quad \Rightarrow \quad E = \frac{\Delta V}{d} = 4000 \text{ V/m}.$$

(b) Staccando la batteria, le cariche sulle piastre devono rimanere invariate; di conseguenza, non cambia l'intensità del campo elettrico $E = \sigma/\epsilon_0$ essendo σ la densità superficiale di carica elettrica. Pertanto deve essere:

$$\Delta V' = Ed' = 20 \text{ V}.$$

Esercizio N. 3

Il campo elettrico esercita sulla carica $+q$ una forza verso il basso di intensità $F_e = qE$. Il campo magnetico esercita una forza $\mathbf{F}_m = q(\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B})$ diretta verso l'alto e di intensità $F_m = qvB$. Se la particella non è deflessa dalla presenza contemporanea del campo elettrico e magnetico, allora deve essere verificata la relazione:

$$F_e = F_m \quad \Rightarrow \quad qE = qv_0B \quad \Rightarrow \quad v_0 = \frac{E}{B} = 2 \times 10^5 \text{ m/s}.$$

Esercizio N. 4

L'angolo di rifrazione del raggio nel liquido è $\vartheta_t = 52^\circ - 19^\circ = 33^\circ$; si può quindi ricavare l'indice di rifrazione n_ℓ del liquido:

$$1 \sin 52^\circ = n_\ell \sin 33^\circ \quad \Rightarrow \quad n_\ell = 1,447.$$

L'angolo critico ϑ_c per la riflessione totale per un raggio di luce che incide dal liquido all'aria è tale che:

$$1,447 \sin \vartheta_c = 1 \sin 90^\circ \quad \Rightarrow \quad \vartheta_c = 43,7^\circ$$

