

Esercitazione 3

Esercizio 1. Sia p_1 la probabilità che alla prossima estrazione del lotto nella ruota di Roma esca il numero 1, e sia X il numero di estrazioni del lotto affinché esca il numero 1 nella ruota di Roma. Si consideri ora p la probabilità che alla prossima estrazione del lotto nella ruota di Roma escano i numeri 1,2,3,4,5; e si consideri p' la probabilità che alla prossima estrazione del lotto nella ruota di Roma escano cinque numeri fissati distinti.

- a) Determinare p_1 e la distribuzione di X ? Determinare il valor medio di X .
- b) Determinare p e p' e stabilire la distribuzione del numero di estrazioni necessarie affinché escano nella ruota di Roma 5 numeri fissati distinti.
- c) Qual è la probabilità che dopo 30 estrazioni il numero 1 non sia ancora uscito nella ruota di Roma?
- d) Supponiamo che nelle prime 100 estrazioni il numero 1 non sia ancora uscito, qual è la probabilità che esso esca entro la 120-esima estrazione nella ruota di Roma?
- e) Qual è la probabilità che il numero 1 esca almeno 3 volte nella ruota di Roma nelle prime 30 estrazioni?

Esercizio 2. Una fabbrica produce componenti elettronici tramite due linee di produzione, A e B, nelle proporzioni del 30% e del 70%, rispettivamente. La linea A ha una percentuale di pezzi difettosi del 10%, mentre la percentuale per la linea B è del 5%. Qual è la probabilità che un componente scelto a caso sia difettoso?

I componenti sono venduti in confezioni di 10 pezzi prodotti dalla stessa linea. Una di queste confezioni viene ispezionata e risulta contenere un pezzo difettoso. E' più probabile che provenga dalla linea A oppure dalla linea B?

Esercizio 3. Da un lotto contenente 2 fusibili difettosi e 8 buoni si estraggono senza restituzione 4 pezzi. Sia X il numero di fusibili difettosi estratti. Calcolare la probabilità $p_x = P(X = x)$ per ogni x , la varianza di X e la probabilità dell'evento condizionato $E_3|E_1$, con E_i l'evento l' i -esimo pezzo 'e difettoso.

Esercizio 4. In una popolazione ogni particella, dopo un secondo di vita, si disintegra e genera 0 particelle con probabilità $1/4$, 1 particella con probabilità $1/2$, 2 particelle con probabilità $1/4$. Sia X_j il numero di particelle presenti dopo j secondi. Supponendo che il numero di figlie di ogni particella sia indipendente da quello di tutte le altre, e che inizialmente vi sia una sola particella ($X_0 = 1$) calcolare $P(X_2 = 0)$ e $P(X_1 = 2|X_2 = 1)$.

Esercizio 5. La moneta M_1 è bilanciata, la moneta M_2 ha testa su ciascuna faccia e M_3 dà testa con probabilità 0.1. A caso si sceglie una delle tre monete e la si lancia n volte. Sia X ="numero di teste ottenute".

- Trovare la distribuzione di X .
- Sapendo che si sono ottenute 3 teste su $n = 10$ lanci quale moneta è più verosimile che stiamo lanciando? (Giustificare la risposta mediante le probabilità a posteriori di lanciare ciascuna delle tre monete).