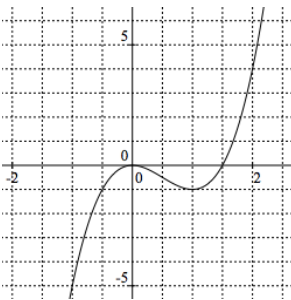


1) Alle estremità di un'asta lunga L e di massa trascurabile sono poste due masse m e $2m$. L'asta può ruotare senza attrito intorno ad un asse fisso orizzontale passante per il centro dell'asta e ad essa perpendicolare. L'asta, inizialmente ferma in posizione orizzontale, viene lasciata libera di ruotare. Determinare la sua velocità angolare quando si trova in posizione verticale.

L'energia cinetica del sistema è pari alla somma delle energie cinetiche delle due masse.

$$[\omega = \sqrt{(4/3 g/L)}]$$



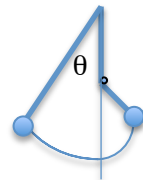
2) Un punto materiale di massa $0,5 \text{ kg}$ è libero di muoversi lungo l'asse X avendo energia potenziale $U(x) = 2x^3 - 3x^2$ (grandezze espresse nelle unità base del SI). Determinare:

- la posizione e il tipo di eventuali punti di equilibrio stabile, instabile o indifferente
- l'intensità e il verso dell'accelerazione del punto quando $x = -1 \text{ m}$
- ricavare graficamente entro quali valori di x potrebbe svolgersi il moto del punto se l'energia meccanica fosse pari a $-0,5 \text{ J}$

3) Un punto materiale di massa $m = 10 \text{ g}$ viene lanciato dalla quota $h = 1 \text{ m}$ verso l'alto con una velocità di 2 m/s inclinata di 45° rispetto alla verticale. Determinare, durante l'evoluzione della traiettoria, l'energia cinetica minima e massima.

$$[10 \text{ mJ}; 0,12 \text{ J}]$$

4) Un corpo puntiforme di massa $m = 200 \text{ g}$ è appeso a un filo ideale di lunghezza $L = 100 \text{ cm}$. Il pendolo viene lasciato andare quando forma con la verticale un angolo $\theta_0 = 60^\circ$. Quando il pendolo passa per la verticale il filo urta un perno posto a $d = 40 \text{ cm}$ dal punto di sospensione. Determinare la massima velocità raggiunta dal corpo e il massimo angolo formato dal filo rispetto alla verticale dopo l'urto del filo col perno.



$$[3,1 \text{ m/s}; \arccos(1/6) = 80^\circ]$$

5) Un pendolo viene lasciato oscillare partendo da $\theta_0 = 90^\circ$. Per quali angoli l'accelerazione centripeta e quella tangenziale hanno lo stesso modulo?

$$[+/- \arctan(2) = 63,4^\circ]$$

6) Due oggetti uguali di massa $m = 10 \text{ kg}$ sono collegati da un filo ideale. Vengono appoggiati su un cuneo a forma di triangolo rettangolo. Uno dei due oggetti può scorrere lungo il piano scabro (ipotenusa) inclinato di 30° rispetto all'orizzontale; l'altro pende scorrendo parallelamente al cateto verticale. Determinare, rispetto alla situazione iniziale in cui il sistema è fermo, la variazione di energia meccanica del sistema se l'oggetto sul piano inclinato si muove di 10 cm (il coefficiente di attrito dinamico cuneo-oggetto vale $0,4$).



$$[\Delta E = -3,4 \text{ J}]$$

7) Una pallina cade verticalmente dall'altezza h , rimbalza al suolo e arriva alla quota $h' = h/2$ dopodiché cade nuovamente e, dopo il nuovo rimbalzo, arriva alla quota h'' . Determinare h'' sapendo che ad ogni urto la pallina dissipa la stessa frazione di energia.

$$[h'' = h'/4]$$

2) a) $F_x(x) = -dU/dx = -[6x(x-1)] \rightarrow$ c'è equilibrio se $F_x(x^*) = 0 \rightarrow x^* = 0; x^* = 1$
 $U'' = d^2U/dx^2 = 12x - 6 \rightarrow U''(0) < 0 \rightarrow$ massimo: instabile; $U''(1) > 0 \rightarrow$ minimo: stabile
 b) $F_x(-1) = -12 \text{ N}; a_x = -24 \text{ m/s}^2$

3): $x(t) = v_0 \cos 45 t; y(t) = h + v_0 \sin 45 t - \frac{1}{2} g t^2$
 $v_x = v_0 \cos 45; v_y = v_0 \sin 45 - g t \rightarrow K = \frac{1}{2} m (v_0^2 + g^2 t^2 - 2 v_0 \sin 45 g t)$ con $0 < t < t_G$
 $0 = v_y(t_{MAX}) = v_0 \sin 45 - g t_{MAX}; 0 = y(t_G) = h + v_0 \sin 45 t_G - \frac{1}{2} g t_G^2$
 $\rightarrow K_{min} = K(t_{MAX}); K_{MAX} = K(t_G);$
 oppure: nel punto più alto della traiettoria U è massima e la velocità è solo orizzontale
 $\rightarrow K_{min} = \frac{1}{2} m v_0^2 / 2;$
 il massimo di K si ha quando il punto sta per toccare terra: $mgh + \frac{1}{2} m v_0^2 = K_{MAX}$

5) ricavare il modulo della velocità e dedurne le due accelerazioni

6) calcolare il lavoro delle forze non conservative