

1) Un'automobile di massa $M = 10^3$ kg sale con velocità costante $v = 120$ km/h lungo una strada inclinata di $\theta = 10^\circ$. Approssimando la resistenza dell'aria con una forza pari a $\beta' v^2$, determinare β' sapendo che il motore sta erogando una potenza $P = 60$ kW.

$$[\beta' = 0,088 \text{ N}/(\text{m}^2/\text{s}^2) = 88 \text{ g}/\text{m}]$$

2) Un punto materiale di massa m percorre una guida circolare verticale di raggio R liscia possedendo la minima energia per la quale il punto resta unito alla guida anche nel punto più elevato della traiettoria. Determinare la reazione vincolare esercitata dalla guida nel punto più basso.

$$[R_v = 6 \text{ mg}]$$

3) Un corpo puntiforme di massa $m = 1$ kg si muove senza attrito di moto armonico rettilineo essendo collegato a una molla di costante elastica $k = 15$ N/m. Sapendo che il moto ha un'ampiezza $A = 5$ cm determinare la minima distanza d fra i punti in cui l'energia cinetica uguaglia quella potenziale

$$[d = 7,1 \text{ cm}]$$

4) Il moto periodico smorzato di un punto materiale è descritto dalla soluzione dell'equazione $d^2x/dt^2 + 2\gamma dx/dt + \Omega^2 x = 0 \rightarrow x(t) = x_0 e^{-\gamma t} \sin(\omega t + \varphi)$. Determinare il valore di γ sapendo che in 100 s l'ampiezza si riduce di un fattore 22000 ($\approx e^{10}$).

$$[\gamma = 0,1 \text{ s}^{-1}]$$

5) Una struttura di massa m sottoposta a una forza $F \sin \omega t$ ($F = 1$ kN) ha una frequenza di risonanza naturale a 4 Hz e una costante elastica equivalente $K = 400$ kN/m. Quale intervallo di frequenze va evitato affinché $|x(t)| < X_{\text{MAX}} = 0,5$ cm se non agiscono forze dissipative?

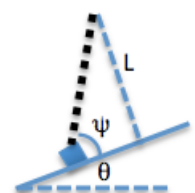
$$[2,8 \text{ Hz} < f < 4,9 \text{ Hz}]$$

6) Una barca risale a velocità costante un fiume che scorre alla velocità $u = 2,5$ m/s e in un'ora raggiunge una località distante $D = 9$ km dal punto di partenza. Sapendo che il motore ha sviluppato una potenza costante di 10 kW e ipotizzando una forza frenante $\mathbf{F} = -b \mathbf{v}$ calcolare il coefficiente di attrito b per stabilire se è superiore o inferiore a 400 N/(m/s).
[attenzione a non confondere le tre velocità in gioco...]

7) Un treno, inizialmente fermo, si muove con accelerazione costante ($a_0 = 4$ m/s²) verso destra. All'interno, nell'istante della partenza, un oggetto puntiforme viene lanciato da terra verso l'alto con velocità di 6 m/s.

Dopo quanto tempo l'oggetto ricade a terra e a che distanza dal punto di lancio? [1,22 s; 3 m]

8) Un corpo puntiforme di massa m è fermo in equilibrio su un piano liscio inclinato di θ rispetto all'orizzontale. Il corpo è trattenuto da una molla di lunghezza a riposo trascurabile la cui altra estremità è fissata a un punto di sospensione O a distanza L dal piano. Determinare, rispetto al punto di sospensione preso come polo, il momento della reazione vincolare esercitata dal piano inclinato supponendo noti: m , g , L , θ e l'angolo ψ fra la molla e il piano.



$$[M_z = mgL (\sin\theta - \cot\psi \cos\theta)]$$

1) considerare le quattro forze che agiscono $\rightarrow \beta' = (P/v - Mg \sin\theta)/v^2$

2) considerare la forza centrifuga nel punto più alto e più basso della traiettoria

3) $\text{tg}^2(\Omega t + \varphi) = 1 \rightarrow d = \sqrt{2}A$

4) $A(t) = x_0 e^{-\gamma t} \rightarrow A(100) = A(0) e^{-\gamma 100 \text{ s}} = A(0)/e^{10}$

5) ricordando che $A(\omega) = F/m / |\Omega^2 - \omega^2|$ vanno evitate le frequenze per cui $A(\omega) > X_{\text{MAX}}$ che sono quelle per cui $|\Omega^2 - \omega^2| > F/(m X_{\text{MAX}})$. Dette ω^* le pulsazioni corrispondenti agli estremi dell'intervallo vietato si ha $|\Omega^2 - \omega^{*2}| = F/(m X_{\text{MAX}}) \rightarrow \omega^{*2} = \Omega^2 \pm F/(m X_{\text{MAX}})$.

Ma $\Omega^2 = K/m \rightarrow \omega^{*2} = \Omega^2 \pm F\Omega^2/(K X_{\text{MAX}})$ con $F/(K X_{\text{MAX}}) = 0,5$ da cui $\omega^{*2} = \Omega^2 [1 \pm 0,5]$ per cui $f_{\text{min}} = 4/\sqrt{2} \text{ Hz}$ e $f_{\text{MAX}} = 4\sqrt{1,5} \text{ Hz}$

6) la velocità della barca è $v = 18 \text{ km/h}$

7) Y: $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow h(t^*) = 0; t^* = 2v_0/g$

X: nel sistema inerziale non agiscono forze orizzontali: quando l'oggetto ricade a terra il treno si è spostato a destra di $\frac{1}{2} a_0 t^{*2} = 2 a_0 (v_0/g)^2$

X: nel sistema non inerziale appare la forza orizzontale $-(m a_0)$: l'oggetto ricade a terra spostato a sinistra dal punto del lancio di $\frac{1}{2} (-a_0) t^{*2} = -2 a_0 (v_0/g)^2$

8) considerando che la forza elastica è pari a $mg \sin\theta/\cos\psi$ si ricava il valore della reazione vincolare $R_v = mg \cos\theta - mg \sin\theta \text{ tg}\psi$