

PERCHÉ E COME UTILIZZARE QUESTA RACCOLTA

La conoscenza dei primi rudimenti di fisica non si raggiunge con lo studio della sola teoria (non è molto difficile: le leggi base di un corso di Fisica I non sono più di una decina). Occorre anche sviluppare la capacità di risolvere esercizi che rappresentano semplici situazioni reali per tradurne il funzionamento in un modello matematico che metta in relazione le diverse quantità che influiscono sull'evoluzione del sistema.

Questo secondo aspetto (il *problem solving*) inizialmente può scoraggiare anche gli studenti più capaci perché viene affrontato per la prima volta e richiede di cambiare il metodo di studio. Per questo è fondamentale esercitarsi: preso il testo di un esercizio, prima di rispondere alle domande specifiche occorre capire come funziona il sistema che si sta analizzando, aiutandosi con degli schemi e cercando di immedesimarsi nel problema. L'intuito è spesso un valido strumento ma va affinato perché inizialmente deriva da una visione aristotelica della realtà e a volte può trarre in inganno: qui entra in gioco la teoria che dice se ci si può fidare o meno di quello che indicano i nostri sensi.

Svolgendo gli esercizi si capisce la teoria, si mette in evidenza ciò che si credeva di aver capito, si fissano le regole del gioco, si impara a utilizzarle. Le nozioni apprese durante lo studio teorico possono sembrare chiare ma al momento di metterle in pratica sono... appelli o sessioni d'esame che passano!

Da qui deriva che teoria e problemi non devono essere separati nello studio e tanto meno i problemi devono essere affrontati senza aver prima studiato la corrispondente teoria. Qualunque procedimento diverso porta a una frustrante perdita di tempo, spreco di energie e, fatto non trascurabile, porta a dimenticare formule, procedimenti e concetti nel giro di poche settimane.

Questa raccolta di esercizi estratta dai testi d'esame che ho assegnato negli anni passati potrebbe aiutare durante l'allenamento. Alcuni sembrano replicati: si tratta di esercizi simili dati nello stesso appello nel tentativo di dissuadere la *deprecabile attitudine al copiare di una certa categoria di studenti che preferisce aggirare il problema anziché prepararsi alla professione, laurearsi anziché diventare ingegnere*.

Durante lo studio consiglieri di svolgere prima alcuni esercizi tratti dal libro di testo che avete scelto (se ne ha) e solo in un secondo momento, quando vi concentrerete sulla preparazione finale, andrebbero svolti alcuni esercizi di questa raccolta per abituarvi al modo col quale si presentano gli esercizi d'esame di questo corso (ogni docente ha il suo modo di porre le domande). Nel rielaborare i testi degli esercizi d'esame mi sono soffermato, in particolare nei suggerimenti, su alcuni aspetti che meritano maggiore riflessione e hanno valenza più generale. Per questo motivo alcuni svolgimenti sono più impegnativi di quanto lo fossero gli esercizi originali.

Qualche raccomandazione:

- "imparare dagli errori": far bene un esercizio aiuta ad autovalutare la propria preparazione ma non insegna nulla. Se invece si ottiene un risultato non corretto si può capire molto. Prima bisogna insistere per trovare eventualmente una strada alternativa per arrivare alla soluzione; i metodi risolutivi possono essere diversi, il risultato no! Poi si possono seguire i suggerimenti o addirittura guardare la soluzione. E qui bisogna risponderci: "perché la soluzione è questa?", "in cosa

differisce dalla mia?", "perché la strada che ho scelto non porta al risultato corretto?", "in quale punto ho sbagliato" e, soprattutto, "di fronte a un problema sostanzialmente simile, la prossima volta sarò in grado di impostare la soluzione corretta?"

Non è necessario fare moltissimi esercizi: mi ripeto, l'importante è farli bene imparando dagli errori.

- "Da dove inizio?" da un disegno... poi controllate se corrisponde esattamente a quello che è scritto nel testo: aiuta a rileggere con attenzione il testo e a immaginare cosa sta succedendo.

- Risolvere gli esercizi prima in formule e poi numericamente. In formule è molto più semplice vedere se il risultato ottenuto è irragionevole semplicemente considerando le unità di misura. Passando ai numeri verificate se gli ordini di grandezza sono giusti: difficilmente si potrà trascurare la gravità di aver trovato risultati palesemente assurdi.

- Non sempre i dati necessari per risolvere un problema sono tutti inseriti nel testo: alcuni valori (g, la densità dell'acqua, la costante dei gas perfetti...) sono così ricorrenti che se ne dà per scontata la conoscenza. A volte, invece, sono presenti dei dati "di disturbo" in eccesso. Se sono molti il testo lo dichiara esplicitamente.

Molto più frequentemente sembra che manchino dei dati: se vi mancano dei valori vanno inseriti sotto forma di simboli. Se alla fine dell'elaborazione le incognite restano tali vuol dire (per gli esercizi di questa raccolta) che vanno individuate altre relazioni fra le grandezze in gioco che eliminano tutte le incognite ausiliarie che sono state introdotte.

E' una parziale simulazione di quello che succede nella progettazione reale: non tutti i dati a disposizione sono necessari mentre alcuni sono indispensabili e se ne dovrà chiedere una misura (e in questo caso l'ottimizzazione delle risorse richiede che siano veramente indispensabili).

Alla fine di ogni paragrafo troverete per ogni esercizio dei suggerimenti più o meno espliciti. Leggeteli solo se il risultato numerico ottenuto non è compatibile con quello che è fornito e se avete provato almeno un'altra volta a risolvere l'esercizio.

Se dopo l'uso dei suggerimenti restano dei dubbi... contattatemi !!!

adalberto.sciubba@uniroma1.it

Vi invito caldamente a informarmi di eventuali inesattezze nei testi, nelle soluzioni, nei suggerimenti o altro e a contattarmi se avete critiche e/o suggerimenti da darmi per agevolare lo studio della materia, vostro e dei vostri futuri colleghi

Versione aggiornata al 10.1.2015

Adalberto Sciubba

NB Prima di proseguire con lo studio di questa, come delle altre materie universitarie, suggerisco caldamente di eliminare eventuali difficoltà aritmetiche, algebriche, geometriche, trigonometriche originate dagli studi precedenti. Anche se gli esami di Geometria e, soprattutto, di Analisi matematica non sono ancora propedeutici è bene affrontare lo studio della fisica quando le funzioni, i vettori e il calcolo integro-differenziale non rappresentano un rallentamento nello sviluppare ragionamenti più articolati.

CINEMATICA

C1) Un punto materiale, inizialmente fermo, si muove di moto rettilineo con accelerazione costante fino a raggiungere la velocità $v_{MAX} = 72 \text{ km/h}$ dopodiché decelera con accelerazione doppia fino a fermarsi dopo $t_{TOT} = 30 \text{ s}$ dall'inizio. Quanto spazio ha percorso?

$$[a = 1 \text{ m/s}^2; d = 300 \text{ m}]$$

C2) Un prototipo di automobile parte da 10 m/s e percorrendo con accelerazione costante un tragitto rettilineo lungo un chilometro raggiunge la velocità di 288 km/h . L'accelerazione è la stessa che permetterebbe di far scattare la vettura da 0 km/h a 108 km/h in sei secondi? Giustificare quantitativamente la risposta.

$$[3,15 \text{ m/s}^2; 5 \text{ m/s}^2]$$

C3) Un oggetto parte dal punto $x_0 = -10 \text{ m}$ e si muove di moto rettilineo nel verso delle X crescenti. Con quale velocità v_0 deve partire per trovarsi nell'origine a $t_1 = 2 \text{ s}$ e a $x_2 = 2 \text{ m}$ a $t_2 = 4 \text{ s}$ se l'accelerazione non varia nel tempo?

$$[v_0 = + 7 \text{ m/s}; a = - 2 \text{ m/s}^2]$$

C4) Un punto materiale si muove di moto rettilineo sottoposto all'accelerazione $a = -bv^2$. Determinare l'andamento temporale della velocità conoscendo quella iniziale v_0 . Dopo quanto tempo la velocità si dimezza rispetto a quella iniziale? Il moto si inverte? [$t^* = 1/(bv_0)$]

C5) Un palloncino sale con una velocità verticale costante $v_y = 0,5 \text{ m/s}$ mentre viene spostato orizzontalmente da un vento la cui intensità aumenta con la quota: $v_x = c y$ con $c = 0,1 \text{ s}^{-1}$. Determinare la dipendenza temporale dell'angolo formato dalla traiettoria con l'asse X e calcolarlo alla quota di 5 metri.

Determinare, in funzione del tempo, il valore dell'accelerazione totale e di quella tangenziale.

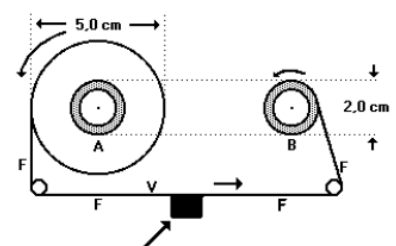
$$[\tan \theta = 1/(ct); 45^\circ; c v_y; c^2 v_y t (1 + c^2 t^2)^{-1/2}]$$

C6) Un oggetto di dimensioni trascurabili viene lanciato verticalmente da terra con velocità v_0 . Quanto tempo intercorre fra i due istanti in cui il modulo della velocità è la metà di quello iniziale? Quanto tempo intercorre fra i due istanti in cui la quota è la metà di quella massima?

$$[v_0/g; \sqrt{2} v_0/g]$$

C7) Un nastro sottile F scorre a velocità costante $V = 2\pi \text{ cm/s}$ nel punto V indicato dalla freccia. Il nastro si srotola dalla bobina A (diametro iniziale 5 cm) e si avvolge intorno alla bobina B (diametro iniziale 2 cm). Determinare:

- il numero di giri al secondo delle due bobine quando tutto il nastro è stato trasferito alla bobina B
- la lunghezza del nastro sapendo che impiega 30 minuti per essere trasferito integralmente da una bobina all'altra
- lo spessore del nastro



$$[1 \text{ giro/s}; 0,4 \text{ giri/s}; 113 \text{ m}; 58,3 \mu\text{m}]$$

C8) Un punto si muove con velocità $v(t) = v_0 e^{-\gamma t}$. Determinare:

- lo spazio percorso dall'istante $t = 0$ a quello in cui la velocità è la metà di quella iniziale
- quanto spazio percorre dall'istante iniziale prima di arrestarsi

$$[\frac{1}{2} v_0 / \gamma; v_0 / \gamma]$$

C9) Un corpo si muove di moto circolare con accelerazione angolare costante. Parte dall'origine con velocità angolare $\omega_0 = 2 \text{ rad/s}$ e si muove in senso antiorario.

- Quanto vale in intensità, direzione e verso l'accelerazione angolare se il corpo completa il primo giro in $t = 2 \text{ s}$? [$\alpha = (\pi - 2) \text{ rad/s}^2$, direzione perpendicolare al piano della circonferenza, verso...]
- Quanto vale in intensità, direzione e verso l'accelerazione al termine del primo giro se il raggio è $R = 1 \text{ m}$? [$a = \sqrt{5\pi^2 - 4\pi + 4} \text{ m/s}^2$; nel piano della circonferenza formando con la tangente alla traiettoria un angolo, verso l'interno, di circa 80°]

C10) Dimostrare che in un moto armonico, nel momento in cui l'accelerazione è massima, la velocità è nulla.

Dimostrare che quando un pendolo in moto armonico passa per la posizione di equilibrio il modulo della sua velocità è il massimo.

C11) Determinare i valori minimo e massimo del modulo della velocità di un punto posto sulla circonferenza esterna di una ruota che avanza rotolando senza strisciare alla velocità angolare ω .
[0; $2\omega R$]

C12) Un punto materiale si muove di moto rettilineo alla velocità v_0 quando all'istante $t_0 = 0$ inizia a decelerare uniformemente fino a raggiungere la velocità $v_0/2$. Da quell'istante (t_1) l'accelerazione (negativa) raddoppia in modulo fino all'arresto del punto (al tempo t_2). Calcolare la velocità media nell'intervallo $(0, t_2)$.
[$v_m = 7/12 v_0$]

C13) Un punto materiale si muove di moto rettilineo lungo l'asse x con velocità $v(t) = v_0/(1+t/T)$. Calcolare l'intensità del vettore accelerazione nell'istante in cui la velocità si è dimezzata rispetto a quella posseduta all'istante $t_0 = 0$.
[$a = -v_0/(4T)$]

C14) Un punto materiale inizia a muoversi all'istante $t_0 = 0$ di moto rettilineo lungo l'asse x con accelerazione $a(t) = A + B t$. L'accelerazione iniziale vale 1 m/s^2 e dopo 2 s la velocità vale 6 m/s . Quanto spazio è stato percorso nel frattempo?
[$s = 4,67 \text{ m}$]

C15) Un'automobile corre a velocità costante su un circuito costituito da due semicirconferenze di raggio $R = 100 \text{ m}$ raccordate da due tratti rettilinei paralleli lunghi ognuno $2 R$. Calcolare la massima accelerazione dell'automobile sapendo che compie un giro al minuto.
[$a = 2,94 \text{ m/s}^2$]

C16) Un'auto si muove di moto circolare lungo una pista di raggio $R = 100 \text{ m}$. Parte da ferma e mantenendo costante l'accelerazione tangenziale compie il primo giro in 30 s . Quanto valgono la velocità periferica massima e l'accelerazione totale massima nell'intervallo temporale considerato?
[$v_{\text{MAX}} = 40\pi/3 \text{ m/s}$; $a_c = 17,5 \text{ m/s}^2$]

C17) Un circuito automobilistico a forma di 8 costituito da due circonferenze di raggio $R = 40 \text{ m}$ viene percorso a velocità costante in 3 minuti. Determinare l'accelerazione massima e individuare dove, sulla pista, assume il valore minimo.
[$a = 0,19 \text{ m/s}^2$]

C18) Il moto di un punto materiale è descritto dalle equazioni (k, c, p costanti positive)

$$x(t) = k t \quad y(t) = c - p t^2$$

Si ricavi la dipendenza temporale del modulo della velocità e dell'accelerazione e il tipo di moto.

$$[v(t) = \sqrt{k^2 + 4p^2 t^2} ; a(t) = 2p; \dots]$$

C19) Un'asta omogenea sottile di lunghezza L è inclinata di un angolo θ rispetto alla verticale ed è sospesa per il centro. Viene lasciata cadere da ferma quando il centro è a quota $h > L/2$ rispetto al pavimento. Determinare la dipendenza dall'angolo θ della velocità con la quale l'estremità inferiore dell'asta tocca il pavimento.
 {l'asta non ruota; $v = [2g(h-L/2 \cos\theta)]^{1/2}$ }

C20) Un corpo viene lanciato verticalmente verso l'alto con velocità iniziale $v_0 = 20$ m/s. Quando raggiunge la massima quota un corpo identico viene lanciato verso di lui con velocità $2 v_0$. Trascurando l'attrito, dopo quanto tempo dal lancio del secondo oggetto si urtano?
 $[t^* = v_0/(4g) = 0,5 \text{ s}]$

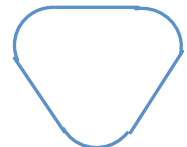
C21) Un oggetto viene lanciato verso l'alto con velocità iniziale $v_0 = 10$ m/s. Se la velocità cambia segno a 6 m di altezza, da che quota è stato lanciato? Quanto vale l'accelerazione nel momento in cui la velocità cambia segno?
 $[h_0 = 1 \text{ m}; a = -g]$

C22) Un astronauta raccoglie un sasso di massa $m = 0,5$ kg dalla superficie lunare e lo scaglia verso l'alto. Dopo 5 secondi il sasso si ferma all'altezza di 20 m. Quanto pesa in quel momento il sasso? E al momento del lancio?
 $[p = 0,8 \text{ N}]$

C23) Un grave viene lanciato dall'origine degli assi con un'inclinazione di 45° verso l'alto e raggiunge la massima quota Y avendo percorso orizzontalmente un tratto X . Con quale inclinazione dovrebbe essere lanciato in assenza di gravità per arrivare allo stesso punto di coordinate (X,Y) ?
 $[\theta = \arctg \frac{1}{2} = 26,6^\circ]$

C24) Il moto circolare di un punto materiale viene descritto dall'ascissa curvilinea $s(t) = k_1 t + k_2 t^2$ ($k_1 = 2$ m/s; $k_2 = 1$ m/s²). Sapendo che all'istante $t^* = 2$ s il modulo dell'accelerazione del punto vale $a^* = 2,5$ m/s², determinare il raggio della circonferenza.
 $[R = 24 \text{ m}]$

C25) Un punto materiale si muove di moto uniforme percorrendo in 2 s una pista costituita da tre archi ampi 120° di raggio $R = 1$ m raccordati da tre segmenti lunghi $3R$. Calcolare l'accelerazione massima.
 $[a = (\pi+9/2)^2 \text{ m/s}^2]$



C26) Un corpo di massa m ruota lungo una traiettoria circolare verticale trattenuto da un filo ideale di lunghezza $R = 1$ m. Quando il corpo è nel punto più alto della traiettoria si trova a quota $2R$ con velocità $v_0 = 5$ m/s. In quell'istante viene tagliato il filo. Trascurando l'attrito con l'aria, dopo quanto tempo il corpo cade a terra e a quale distanza (in orizzontale)?
 $[t = 2/\sqrt{9,8} \text{ s}; d = 10/\sqrt{9,8} \text{ m}]$

C27) Un punto materiale si muove di moto rettilineo con velocità $v(t) = s_0/(k + t)$. A che distanza si troverà quando la sua velocità sarà un terzo di quella iniziale? In quel momento quanto varrà l'accelerazione tangenziale? Dati: $s_0 = s(0) = 4$ m; $k = 2$ s.
 $[s = 4(1+\ln 3) \text{ m}; a = -1/9 \text{ m/s}^2]$

C28) Un fiume largo $d = 100$ m scorre a $v_t = 3$ km/h. Una barca parte da una sponda e si muove in modo da approdare al pontile posto di fronte sull'altra riva. Quanto tempo impiegherebbe la barca per attraversare il fiume raggiungendo il punto desiderato se il motore le imprimesse una velocità di 5 km/h? Quale sarebbe invece il tempo minimo di attraversamento se il punto di attracco fosse indifferente?
 $[t_1 = 90 \text{ s}; t_2 = 72 \text{ s}]$

C29) Un punto materiale si muove lungo una guida di equazione $x^2 + (y-R)^2 = R^2$ con $R = 10$ cm compiendo 5 giri ogni minuto. Un altro punto materiale si muove lungo una guida rettilinea ($y=0$). In ogni istante la coordinata x del secondo punto è uguale alla coordinata x del primo. A partire dalle leggi orarie dei corpi determinare la relazione fra le loro accelerazioni.

$$[\omega = \pi/6 \text{ rad/s}; a_1 = 2,74 \text{ cm/s}^2; a_2 = -a_1 \cos(\omega t)]$$

C30) Una barca lunga $L = 10$ m naviga controcorrente ad una velocità $v_1 = 20$ km/h rispetto a un fiume che scorre a velocità $v_2 = 2$ km/h rispetto alla riva. Un passeggero percorre tutta la lunghezza della barca camminando nel verso del fiume con velocità $v_3 = 0,5$ m/s; di quanto si è spostato rispetto alla riva nel frattempo? [90 m]

C31) Un oggetto puntiforme viene lanciato dall'altezza h verso l'alto con una velocità verticale iniziale $v_0 = 5$ m/s e tocca il suolo 2 s dopo il lancio. Dopo quanti secondi sarebbe arrivato a terra se fosse stato lanciato con la stessa velocità iniziale ma verso il basso? [$\Delta t = -1,02$ s]

C32) Un corpo puntiforme si muove lungo una circonferenza di raggio $R = 10$ cm di moto uniformemente decelerato. Nell'istante in cui il corpo ha velocità v_0 le componenti tangenziale e normale dell'accelerazione sono uguali. A partire da quel momento, quanto spazio percorre il corpo prima di arrestarsi? [5 cm]

C33) Un punto materiale oscilla di moto rettilineo armonico intorno all'origine dell'asse x . All'istante iniziale si trova spostato di 10 cm verso destra e ha una velocità nello stesso verso che diminuisce di 2 cm/s ogni secondo. Determinare dopo quanto tempo il punto ripassa la seconda volta per la posizione iniziale. [14 s]

C34) Un motore posto al centro di una stanza vibra a 10 Hz producendo oscillazioni del pavimento ampie fino a 3 mm ($\pm 1,5$ mm). Quanto vale l'accelerazione massima? Se supera quella di gravità gli oggetti saltano producendo rumore. Giustificare se questo è il caso. [$a_{\text{MAX}} = 5,92 \text{ m/s}^2$]

C35) Due automobili partono da ferme dallo stesso punto, una Δt dopo l'altra, e si muovono nella stessa direzione e verso con la stessa accelerazione costante a . Dopo quanto tempo dalla partenza della prima automobile la loro distanza relativa è d ?

Eseguire il calcolo $\Delta t = 10$ s, $a = 2 \text{ m/s}^2$, $d = 200$ m. [15 s]

C36) Un treno, inizialmente fermo, si muove con accelerazione costante ($a = 4 \text{ m/s}^2$). All'interno, nell'istante della partenza, un oggetto puntiforme viene lanciato verso l'alto con velocità di 6 m/s. Dopo quanto tempo l'oggetto ricade a terra e a che distanza dal punto di lancio? [1,22 s; 3 m]

C37) Un punto materiale si muove lungo una circonferenza con velocità angolare $\omega(t) = kt^3$. Determinare il valore dell'accelerazione angolare nell'istante in cui compie il primo giro.

$$[\alpha = 6(2\pi k)^{1/2}]$$

C38) Un punto materiale viene lanciato verso l'alto con velocità v_0 e inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale. Determinare dopo quanto tempo raggiunge la quota massima e il valore dell'accelerazione tangenziale in quell'istante. [$t = v_0 \sin\theta/g$; $a_t = 0$]

C39) Un punto materiale si muove lungo una circonferenza. Se viaggia con accelerazione centripeta costante $|a|$ impiega $T = 10$ s per percorrere un giro. Quanto tempo impiega il punto a percorrere un giro, partendo da fermo, se è l'accelerazione tangenziale a valere $|a|$? $[t=T/\sqrt{\pi}]$

C40) Un oggetto puntiforme viene lanciato con velocità orizzontale v_0 dall'altezza h . Determinare l'intensità dell'accelerazione tangenziale quando i moduli delle componenti della velocità, orizzontale e verticale, sono uguali. $[g/\sqrt{2}]$

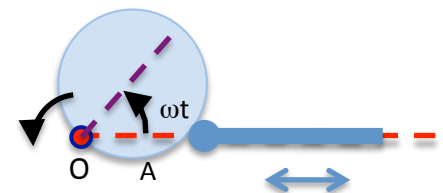
C41) Scrivere la legge oraria $[x(t) = \dots; y(t) = \dots]$ di un punto della circonferenza di una ruota di raggio R che rotola con velocità angolare ω senza strisciare su un piano orizzontale e ricavarne il modulo della velocità $[v(t) = \omega R [2(1 + \sin(-\omega t + \varphi))]^{1/2}]$

C42) Un oscillatore armonico di periodo T si trova, in un certo istante, a distanza x_0 dal centro di oscillazione posto nell'origine ed ha velocità v_0 . Determinare l'ampiezza dell'oscillazione. $\{A = [x_0^2 + (v_0 T / 2\pi)^2]^{1/2}\}$

C43) Il meccanismo di un agitatore meccanico è costituito da due elementi posti su un piano orizzontale:

a) una piastra a forma di cerchio di raggio R che ruota con velocità angolare ω costante intorno ad un perno verticale O tangente al cerchio e collegato a un motore

b) un'asta premuta contro il bordo della piastra e vincolata a muoversi lungo un asse passante per O .



Determinare il massimo valore dell'accelerazione dell'asta

[suggerimento: la distanza dell'estremità A dell'asta da O è ricavabile considerando che il diametro passante per O è l'ipotenusa di un triangolo ...] $[a_{MAX} = 2 R \omega^2]$

C44) Il lettino di un tomografo trasla a velocità costante mentre il tubo (T) a raggi X ruota a velocità costante lungo una circonferenza di raggio R . La traiettoria di T, prendendo come origine O la testa del paziente, è descritta dalle equazioni (elica cilindrica): $x(t) = R \cos \omega t$; $y(t) = R \sin \omega t$; $z(t) = v_0 t$

Determinare, in funzione del tempo, il modulo della velocità di T e l'angolo che OT forma rispetto all'asse z .



- C1) $v_{MAX} = a t_a$; $0 = v_{MAX} - 2a t_d$; $t_{TOT} = 3/2 v_{MAX}/a$; $d = d_a + d_d$
- C2) i calcoli sono più rapidi se si inizia a considerare la relazione tra velocità e accelerazione
- C3) imporre nell'equazione oraria le tre condizioni al contorno
- C4) $-bv^2 = a = dv/dt \rightarrow dv/v^2 = -b dt \rightarrow v = 1/(1/v_0 + bt) \rightarrow v_0/2 = 1/(1/v_0 + bt^*)$; quando $v=0$ $a=...$
- C5) ricavare le componenti della velocità lungo gli assi. La velocità con la quale il palloncino arriva a 5 m è costante: $y = v_y t$. Ricavare le componenti dell'accelerazione lungo gli assi e sommare quadraticamente. L'accelerazione tangenziale è legata al modulo della velocità...
- C6) $v_{1/2} = \pm v_0/2$ e $v(t) = v_0 - gt$; ricavare la quota massima h_{MAX} ; $h_{MAX}/2 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t_{1,2}$
- C7) la velocità nel punto V è la velocità periferica del nastro in corrispondenza delle bobine; il nastro si srotola a 2π cm/s in 1800 s; l'area della corona circolare di raggi 2cm e 5 cm è pari alla lunghezza del nastro moltiplicata per il suo spessore
- C8) $\frac{1}{2}v_0 = v_0 e^{-\gamma t^*} \rightarrow t^* = \ln 2$; $s(t) = v_0/\gamma (1 - e^{-\gamma t})$
- C9) $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$ con $\theta_0 = 0$; dopo il primo giro $\theta(t_1) = 2\pi$
 $a_t = \alpha R$; $a_n = v^2/R$; $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$; $\tan \theta = a_n/a_t = 2\pi/(\pi-2)$
- C10) Scrivere l'equazione oraria di un moto armonico e ricavarne velocità e accelerazione
- C11) Comporre il moto circolare uniforme con la velocità di trascinamento e calcolarla nel punto più alto e più basso (perché?) della ruota
- C12) In $[t_0; t_1]$ $v(t) = v_0 - a t \rightarrow t_1 = \frac{1}{2} v_0/a$; in $[t_1; t_2]$ $v(t) = v_0/2 - 2a (t-t_1) \rightarrow t_2 = \frac{3}{4} v_0/a$
 $s(t_2) = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 + v_0/2 (t_2-t_1) - \frac{1}{2} 2a (t_2-t_1)^2$; $v_m = s(t_2)/t_2$
- C13) Ricavare l'espressione dell'accelerazione; calcolare la metà della velocità a $t = 0$
- C14) Ricavare per integrazioni successive la velocità e lo spostamento; $A = 0 \text{ m/s}^2$ $B = 2 \text{ m/s}^3$
- C15) Calcolare la lunghezza di un giro del circuito e...
- C16) Trovare la relazione fra l'angolo percorso nel giro e il tempo impiegato; sommare quadraticamente l'accelerazione tangenziale e quella centripeta
- C17) Calcolare la velocità e poi l'accelerazione centripeta
- C18) Ricavare le componenti della velocità e dell'accelerazione. Il moto è parabolico in analogia con la caduta di un grave
- C19) Quanto spazio percorre il centro prima che l'asta arrivi al suolo?
- C20) Ricavare la legge oraria dei due corpi a partire dall'istante in cui sono entrambi in moto e considerare che quando si urtano sono alla stessa quota (nello stesso istante)
- C21) Quando la velocità cambia segno $v(h^*) = 0$; $v(t^*) = v_0 - gt^* = 0 \rightarrow t^* = v_0/g$; $h(t^*) = h_0 + v_0 t^* - \frac{1}{2} g t^{*2} \rightarrow h_0 = h(t^*) - v_0^2/2g$
- C22) $p = m a$ con a accelerazione di gravità lunare: $h = v_0 t^* - \frac{1}{2} a t^{*2}$
- C23) Determinare le coordinate X e Y in presenza della gravità: $X = v_0^2/g$ $Y = v_0^2/2g$; disegnare il triangolo di cateti X e Y
- C24) Ricavare la velocità e, da questa, l'accelerazione centripeta e. derivando. quella tangenziale
- C25) Calcolare la lunghezza della pista, la velocità e l'accelerazione centripeta nei diversi tratti curvi del circuito
- C26) Moto di un grave con velocità iniziale orizzontale
- C27) $v(0) = s_0/k$; $v(t^*) = s_0/(3K) \rightarrow t^* = 2k$; calcolare un t^* integrale e derivata temporale
- C28) Considerare vettorialmente velocità relativa, assoluta e di trascinamento, separatamente nei due casi.
- C29) Il primo punto si muove di moto circolare uniforme (accelerazione centripeta costante) con legge oraria: $x(t) = R \cos(\omega t)$; $y(t) = R + R \sin(\omega t)$; il secondo di moto armonico
- C30) Calcolare gli spazi percorsi da fiume, barca e passeggero durante il tempo necessario a quest'ultimo per percorrere la lunghezza della barca
- C31) $\Delta t = -2 v_0/g$: indipendentemente dal tempo necessario per toccare il suolo nel primo caso. Ricavare la quota h nei due casi e uguagliarle

C32) $s = v_0 t - \frac{1}{2} a_t t^2$; $v = v_0 - a_t t$; $a_t = v_0^2/R$

C33) Con l'aiuto di un disegno si evidenzia che il tempo richiesto è pari al periodo di oscillazione.

$$x(0) = A \sin(\varphi); a(0) = -\Omega^2 A \sin(\varphi) \rightarrow \Omega^2 = -a(0)/x(0) = 0,2 \text{ s}^{-2}$$

C34) Ricavare la relazione fra accelerazione massima e ampiezza in un moto armonico

C35) $d = \frac{1}{2} a t^2 - \frac{1}{2} a (t-\Delta t)^2 \rightarrow t = d/(a\Delta t) + \frac{1}{2} \Delta t$

C36) Y: $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = 2v_0/g$ X: $d = \frac{1}{2} a t^2 = 2 a (v_0/g)^2$

C37) $d\theta = kt^3 dt \rightarrow 2\pi = \frac{1}{4} k t^{*4}$; $\alpha(t) = 3kt^2 \rightarrow \alpha(t^*) = \dots$

C38) L'accelerazione tangenziale è la derivata rispetto al tempo del modulo della velocità calcolata nell'istante in cui viene raggiunta la quota massima $v = [(v_0 \cos \theta)^2 + (v_0 \sin \theta - gt)^2]^{\frac{1}{2}}$. In alternativa si può considerare che g è la somma vettoriale dell'accelerazione centripeta e di quella tangenziale e che alla quota massima...

C39) $a_c = \omega^2 R$; $\omega = 2\pi/T$; $2\pi R = \frac{1}{2} a_t t^2$

C40) $v_x = v_0$; $v_y = -gt \rightarrow t^* = v_0/g$; $a_t = d/dt [v_0^2 + g^2 t^2]^{\frac{1}{2}}$; in alternativa, quando le componenti della velocità sono uguali la traiettoria forma un angolo di 45° rispetto all'asse orizzontale: $\tan \theta = v_y/v_x = 1$ e quindi l'accelerazione totale g forma angoli di 45° rispetto alle componenti tangenziale e centripeta

C41) Per una ruota che avanza nel verso delle X crescenti la rotazione è in senso orario; il moto è la somma di una traslazione dell'asse della ruota a velocità costante ωR e della rotazione del punto lungo la ruota con velocità $-\omega R$: $x(t) = \omega R t + R \cos(-\omega t + \varphi)$; $y(t) = R + R \sin(-\omega t + \varphi)$;

$$v_x(t) = \omega R + \omega R \sin(-\omega t + \varphi); v_y(t) = -\omega R \cos(-\omega t + \varphi); v(t) = [v_x^2(t) + v_y^2(t)]^{\frac{1}{2}}$$

C42) $x(t^*) = x_0 = A \sin(\omega t^* + \varphi)$; $v(t^*) = v_0 = A \omega \cos(\omega t^* + \varphi)$; $\sin^2(\omega t^* + \varphi) + \cos^2(\omega t^* + \varphi) = 1$

C43) $OA(t) = 2R \cos(\omega t)$ da cui $v(t) = -2R\omega \sin(\omega t)$ e $a(t) = -2R\omega^2 \cos(\omega t) \rightarrow 2R\omega^2$

C44) $v(t) = [v_x(t)^2 + v_y(t)^2 + v_z(t)^2]^{\frac{1}{2}} = [(\omega R)^2 + v_0^2]^{\frac{1}{2}}$; $\tan \theta(t) = R/v_z(t)$

DINAMICA DEL PUNTO

D1) Un oggetto di massa $m = 100 \text{ g}$ viene lanciato orizzontalmente con velocità $v_0 = 2 \text{ m/s}$ da un tavolo alto h . Tocca terra a una distanza orizzontale h dal punto del lancio. Determinare h , la componente orizzontale della quantità di moto al momento dell'urto e la velocità massima raggiunta fino al momento dell'urto.
[0,82 m; 0,2 kg m/s; $\sqrt{5} v_0$]

D2) Un corpo puntiforme di massa m si muove nel piano XY con la legge oraria:

$$x(t) = -b t^2 + c t$$

$$y(t) = c t + d$$

Determinare l'intensità della forza che agisce sul corpo e la sua quantità di moto lungo l'asse y in funzione del tempo
[2b; 2bm]

D3) La velocità di un punto materiale di massa 1 kg , libero di muoversi lungo un piano orizzontale, è $v(t) = C e^{-Kt}$ con $K = 1 \text{ s}^{-1}$.

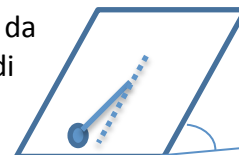
Determinare lo spazio percorso prima dell'arresto sapendo che dall'inizio del moto vengono dissipati $L = 12,5 \text{ J}$.
[s = 5 m]

D4) Un pendolo è costituito da un oggetto puntiforme di massa $0,1 \text{ kg}$ appeso a un sostegno tramite un filo ideale lungo $l = 1 \text{ m}$. L'oggetto viene lasciato andare quando forma un angolo di 60° rispetto alla verticale. Determinare l'accelerazione centripeta alla quale è sottoposto l'oggetto quando, passato per la posizione di equilibrio, risale fino a formare un angolo di 45° con la verticale.
[a = 4,06 m/s²]

D5) Un pendolo viene lasciato oscillare partendo da $\theta_0 = 90^\circ$. Per quali angoli l'accelerazione centripeta e quella tangenziale hanno lo stesso modulo?
[+/- atang(2)]

D6) Un punto materiale si muove su un piano inclinato di un angolo α trattenuto da un filo ideale lungo L . Il punto viene spostato leggermente dalla posizione di equilibrio e inizia a oscillare. Determinare il periodo di tali oscillazioni.

$$\{T = 2\pi [L/(g \sin \alpha)]^{1/2}\}$$



D7) Il moto periodico smorzato di un punto materiale è descritto dalla soluzione dell'equazione $d^2x/dt^2 + 2\gamma dx/dt + \Omega^2 x = 0 \rightarrow x(t) = x_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t - \varphi)$. Determinare il valore di γ sapendo che in 100 s l'ampiezza si riduce di un fattore 22000 ($\approx e^{10}$).
[$\gamma = 10/100 \text{ s}$]

D8) L'ammortizzatore di un carrello può essere schematizzato come una massa $m = 5 \text{ kg}$ collegata ad una molla di costante elastica k racchiusa in un cilindro all'interno del quale è contenuto un olio viscoso che sviluppa una forza $-b v$.

Il sistema è tarato in modo che, in caso di perturbazione del sistema dalla condizione di equilibrio, le oscillazioni vengano completamente smorzate in regime di smorzamento critico.

Determinare il coefficiente b sapendo che in caso di perdita dell'olio le oscillazioni, non più smorzate, avvengono con una pulsazione $\Omega = 2 \text{ rad/s}$.
[$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$] [$b = 20 \text{ kg/s}$]

D9) Un oscillatore armonico è costituito da una massa $m = 1 \text{ kg}$ collegata a una molla di costante elastica $K = 9 \text{ N/m}$. Viene forzato sinusoidalmente con una forza massima $F_0 = 3 \text{ N}$ in presenza di attrito viscoso $-b\vec{v}$ ($b = 20 \text{ Ns/m}$).

La legge oraria del moto è:

$$x(t) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}} \sin\left(\omega t + \arctg\left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\gamma\omega}\right)\right)$$

Determinare la frequenza di risonanza (in hertz) e l'ampiezza dell'oscillazione (in centimetri) in condizioni di risonanza.

(Suggerimento: iniziare con lo scrivere con i simboli del testo l'equazione differenziale che porta alla soluzione) [0,48 Hz; 5 cm]

D10) Un punto materiale di massa $m = 5$ kg si muove di moto rettilineo sotto l'azione della risultante di due forze parallele al moto: una forza costante $F_0 = 10$ N che lo accelera e una che lo fa decelerare proporzionalmente alla velocità ($F = -b v$ con $b = 0,5$ Ns/m). Considerando nulla la velocità iniziale, ricavare l'espressione della velocità in funzione del tempo e dopo quanto tempo dall'inizio del moto la velocità è la metà di quella massima [$t^* = 6,93$ s]

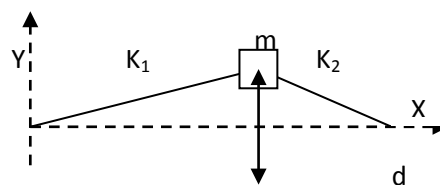
D11) Una pallina viene lasciata cadere da ferma dall'altezza $h = 1$ m. Urta il pavimento e rimbalza quasi elasticamente con un coefficiente di restituzione $\varepsilon = 80\%$ (cioè nell'urto la pallina perde il 20% della quantità di moto iniziale). A quale altezza massima rimbalza dopo l'urto? [$h = 0,64$ m]

D12) Un oggetto puntiforme di massa m cade da fermo dall'altezza h su un pavimento elastico modellizzabile come una molla di costante elastica K . Sapendo che dopo l'urto il pavimento si deforma di una quantità Δx (trascurabile rispetto ad h) fino all'arresto (momentaneo) dell'oggetto, determinare il valore dell'accelerazione del corpo nel momento in cui entra in contatto col pavimento [$a = g$]

D13) Il cestello cilindrico (raggio $R = 5$ cm) di una centrifuga ruota intorno all'asse verticale con velocità angolare $\omega_0 = 100$ rad/s. Un oggetto è posto al suo interno in modo tale che l'attrito gli impedisca di scivolare lungo la parete ruotante. Il moto rotatorio viene decelerato uniformemente e dopo un tempo pari a $t_2 = 4$ s il cestello si arresta. Calcolare il coefficiente di attrito statico sapendo che l'oggetto inizia a scivolare dopo $t_1 = 2$ s dall'inizio del rallentamento. [$\mu_s = 0,08$]

D14) Un oggetto di massa $m = 25$ g viene posto su un piano orizzontale (XY) liscio e viene collegato a due molle con lunghezza a riposo trascurabile e costanti elastiche $K_1 = 2,5$ N/m e $K_2 = 7,5$ N/m.

Le due molle vengono tese (lungo la direzione x) finché le estremità libere non distano d . L'oggetto, inizialmente fermo lungo l'asse x , viene spostato nel piano in direzione Y della quantità y_0 e lasciato andare. Determinare il periodo delle oscillazioni sul piano orizzontale [$T = 0,314$ Hz]



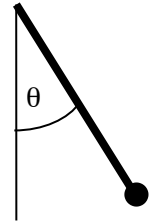
D15) Una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo trascurabile è collegata ad un corpo di massa m appoggiato su un piano orizzontale scabro. L'estremità libera della molla viene spostata orizzontalmente allungandola di una quantità d dopodiché il corpo inizia a muoversi. Da quel momento l'estremità libera della molla non viene più spostata, il corpo percorre la distanza d e si ferma. Quanto vale il rapporto fra i coefficienti di attrito statico e dinamico μ_s/μ_d ? [$\mu_s/\mu_d = 2$].

D16) Una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo d è collegata ad un corpo di massa m appoggiato su un piano orizzontale scabro. L'estremità libera della molla viene spostata orizzontalmente comprimendola di una quantità $d/2$ dopodiché il corpo inizia a muoversi. Da quel

momento l'estremità libera della molla non viene più spostata, il corpo percorre una distanza $d/2$ e si ferma. Quanto vale il rapporto fra i coefficienti di attrito statico e dinamico μ_s/μ_d ? [$\mu_s/\mu_d = 2$]

D17) Un'asta di massa trascurabile e lunghezza l è vincolata a ruotare intorno ad un asse verticale al quale è incernierata in modo da poter variare l'angolo di apertura θ . L'estremità inferiore dell'asta è appesantita da una massa puntiforme m . Se l'asta è posta in rotazione intorno all'asse verticale con velocità angolare ω , quanto deve valere ω affinché l'angolo θ sia pari a 45° ? Quale forza agisce in quel caso sulla cerniera e in quale direzione?

$$[\omega = (\sqrt{2}g/l)^{1/2}; R = \sqrt{2} mg]$$



D18) Un'asta omogenea di massa m e lunghezza L poggiata su un piano orizzontale scabro (μ_d noto) è vincolata a ruotare intorno ad un asse verticale passante per una estremità. Quanto vale il momento meccanico della forza di attrito che si sviluppa durante la rotazione dell'asta? [suggerimento: considerare la forza di attrito infinitesima che agisce su una porzione infinitesima di asta ...]

$$[M_A = \frac{1}{2} \mu_d g m L]$$

D19) Su un piano orizzontale scabro è poggiato un corpo di massa m . Una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo d viene compressa fra il corpo e una parete verticale fino a rendere trascurabile la loro distanza. Quando la molla viene lasciata libera di agire il corpo si sposta allontanandosi fino alla distanza $D = 3/2 d$ per poi arrestarsi definitivamente. Determinare il coefficiente di attrito dinamico e porre dei limiti per quello statico (considerando che il corpo si muove dopo la compressione e che nella situazione finale resta fermo definitivamente)

$$[\mu_d = kd/(4mg); \frac{1}{2}kd/(mg) < \mu_s < kd/(mg)]$$

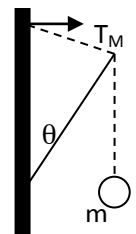
D20) Un punto materiale è libero di muoversi lungo l'asse x sotto l'azione di un campo di forze conservative con un'energia potenziale $U(x) = 2x^3 - 3x^2$. Determinare la posizione e il tipo di eventuali punti di equilibrio stabile e instabile.

$$[x=0 \text{ instabile}; x=1 \text{ stabile}]$$

D21) Un corpo puntiforme di massa $m = 1,6 \text{ kg}$ è libero di muoversi lungo l'asse X sottoposto a forze conservative la cui energia potenziale (in joule) è descritta dalla funzione $U(x) = x^3 + x^2$ (con x distanza in metri dall'origine). Determinare eventuali punti di equilibrio, definire se sono stabili, instabili o indifferenti e determinare intensità e verso dell'accelerazione alla quale è sottoposto il corpo quando si trova 2 m a destra dell'origine.

D22) Una sbarra di lunghezza l e massa trascurabile è incernierata a una parete verticale formando un angolo θ rispetto ad essa. Nella parete, a distanza l dalla cerniera, sulla sua verticale, è conficcato un chiodo al quale è fissato un filo ideale di lunghezza opportuna. Il filo passa poi attraverso un foro posto all'estremità della sbarra e all'altra estremità viene agganciata una massa m . Determinare l'angolo θ per il quale l'asta è in equilibrio e il massimo valore di m per il quale il chiodo, che può resistere alla trazione massima T_M perpendicolarmente alla parete, non si sfilava da essa. [Suggerimento: considerare le tre forze applicate all'estremità libera dell'asta; il triangolo è isoscele!]

$$[\theta = 60^\circ; m < T_M/(g \sin 60^\circ)]$$



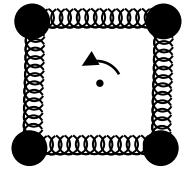
D23) Un blocco di massa m può scendere lungo un piano, inclinato di θ rispetto all'orizzontale, trattenuto da una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo trascurabile fissata all'estremità superiore del piano. Il blocco viene lasciato libero di scendere lungo il piano e si arresta senza

oscillare dopo aver percorso uno spazio d . Ricavare la relazione che determina il coefficiente di attrito dinamico fra blocco e piano.

$$[\mu = \tan\theta - \frac{1}{2}kd/(mg \cos\theta)]$$

D24) Quattro corpi puntiformi di massa $M = 50 \text{ g}$ sono posti ai vertici di un quadrato i cui lati sono formati da 4 molle di costante elastica $k = 10 \text{ N/m}$ e lunghezza a riposo trascurabile. Il quadrato, di lato L , è in rotazione intorno ad un asse verticale passante per il centro. Per quale valore della velocità angolare il lato del quadrato non varia? [studiare prima cosa succede a una sola delle masse]

$$[\omega = 20 \text{ rad/s}]$$



D25) Un nastro trasportatore scorre orizzontalmente verso sinistra (rispetto ad un osservatore fermo) con $v = 1 \text{ m/s}$. Una cassa di massa $m = 100 \text{ kg}$ cade sul nastro, dapprima slitta, poi si ferma sul nastro a causa dell'attrito ($\mu_s = \mu_d = 0,5$). Calcolare l'energia dissipata in attrito e lo spostamento nei due sistemi di riferimento fino all'arresto. [$\Delta E = 50 \text{ J}$; $d_R = 10,2 \text{ cm}$; $d_A = -9,8 \text{ cm}$]

D26) Una barca risale a velocità costante la corrente di un fiume che scorre alla velocità $u = 2,5 \text{ m/s}$ e in un'ora raggiunge una località distante $D = 9 \text{ km}$ dal punto di partenza. Sapendo che il motore ha sviluppato una potenza costante di 10 kW e ipotizzando una forza frenante ($F = -bv$) calcolare il coefficiente di attrito b per stabilire se è superiore o inferiore a 400 N/(m/s) .

$$[b = 400 \text{ N/(m/s)}]$$

D27) Un oggetto puntiforme di peso $p = 1 \text{ N}$ è appeso tramite una molla di lunghezza a riposo trascurabile al soffitto di un vagone ferroviario. Sapendo che la molla forma un angolo di 30° rispetto alla verticale determinare l'accelerazione del vagone. Il momento della forza apparente calcolato rispetto al punto di sospensione vale 1 Nm ; determinare l'allungamento della molla

$$[a = 5,7 \text{ m/s}^2; x = 2 \text{ m}]$$

D28) Un blocco viene appoggiato su un piano scabro opportunamente inclinato (30°) affinché il blocco possa scendere con moto rettilineo uniforme. Quanto vale il coefficiente di attrito dinamico? A quale accelerazione verrebbe sottoposto il blocco se inizialmente si muovesse invece verso l'alto?

$$[\mu_d = 1/\sqrt{3}; a = g]$$

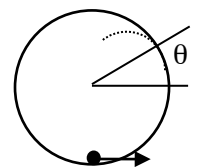
D29) Un corpo puntiforme di massa m partendo da fermo scende da una quota h lungo un piano inclinato liscio che si raccorda con un altro piano, inclinato di 30° rispetto all'orizzontale. Determinare il coefficiente di attrito con questo secondo piano sapendo che il punto risale su di esso fino alla quota $h/2$

$$[\mu_d = 0,58]$$



D30) Un oggetto puntiforme di massa m è appoggiato nel punto più basso all'interno di una guida circolare di raggio R posta in un piano verticale. All'oggetto viene impressa una velocità orizzontale v_0 . Trascurando l'attrito si calcoli l'altezza alla quale avviene il distacco dalla parete (si consideri il caso in cui la velocità iniziale non è sufficiente per consentire all'oggetto di raggiungere il punto più alto della guida: $0 < \theta < \pi/2$)

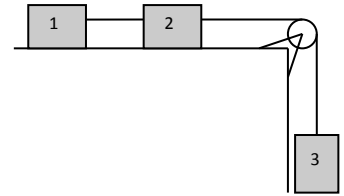
$$[h = (v_0^2 + gR)/(3g)]$$



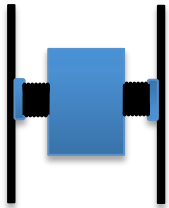
D31) Un oggetto puntiforme scende, partendo da fermo, lungo un piano scabro inclinato di 30° . Dopo avere percorso un tratto d si trova in fondo alla guida che si raccorda con un piano orizzontale anch'esso scabro. Dopo aver percorso un ulteriore tratto d il corpo si ferma. Determinare il valore

del coefficiente di attrito dinamico (uguale per il tratto inclinato e quello orizzontale). $[\mu_d = 0,27]$

D32) Sul piano orizzontale liscio di un tavolo sono poggiati due corpi di massa m_1 e m_2 collegati da un filo ideale. Il corpo di massa m_2 è collegato tramite un secondo filo ideale ad un corpo di massa m_3 che pende verticalmente dal bordo del tavolo. Questo secondo filo scorre senza attrito intorno ad una puleggia. Ricavare l'espressione della differenza di tensione dei due fili mentre il sistema è in moto.



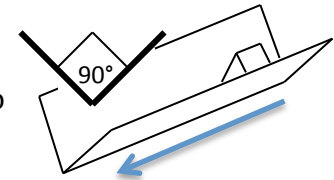
$$[\Delta T = g m_2 m_3 / (m_1 + m_2 + m_3)]$$



D33) Il sistema frenante di emergenza di un ascensore sperimentale è in grado di ridurre a un decimo l'accelerazione che avrebbe in caduta libera. E' costituito da due pattini frenanti che agiscono su due rotaie poste ai lati della cabina di massa $M = 400$ kg. Se il coefficiente di attrito dinamico vale 0,8 quale forza deve essere applicata a ciascun freno (se non ci fossero passeggeri)? $[F = 2,2 \text{ kN}]$

D34) Determinare l'accelerazione a cui è sottoposto un cubo omogeneo di massa M lanciato lungo una guida orizzontale di sezione a forma di L (con angolo retto). Il coefficiente di attrito dinamico fra guida e cubo vale μ_d .

$$[a = -\sqrt{2} \mu_d g \cos \theta]$$



D35) Poco dopo il lancio dall'aereo un paracadutista scende (moto smorzato esponenzialmente) alla velocità massima ($v_L = 180$ km/h). Calcolare il valore dell'accelerazione nell'istante in cui il paracadute si apre e quindi la forza di attrito quadruplica.

$$[a = -3 g]$$

D36) Un piano inclinato è liscio per la metà in alto e scabro per la metà in basso. Un oggetto di dimensioni trascurabili scende partendo da fermo nel punto più alto e si ferma nel punto più basso. Ricavare la relazione fra il coefficiente d'attrito μ_d e l'inclinazione θ del piano. $[\tan \theta = \mu_d / 2]$

D37) Un oggetto di massa M_1 appeso ad un elastico lungo L_1 è quasi a contatto col pavimento. Perché un altro oggetto di massa M_2 si trovi anch'esso a sfiorare il pavimento l'estremità libera dell'elastico deve essere portata all'altezza L_2 . Considerando che non sono note né la costante elastica, né la lunghezza a riposo dell'elastico (modellizzabile come una molla), calcolare la differenza di energia potenziale tra le due configurazioni.

$$[\Delta U = \frac{1}{2} (M_1 + M_2) g \Delta L]$$

D38) Un blocco puntiforme di massa M è poggiato su un piano scabro. Quando l'inclinazione del piano viene aumentata fino a raggiungere i 45° il blocco inizia a scendere con accelerazione pari a $g/(2\sqrt{2})$. Determinare i coefficienti di attrito statico e dinamico.

$$[\mu_s = 1; \mu_d = 0,5]$$

D39) Un oscillatore armonico è costituito da corpo di massa m libero di muoversi su un piano orizzontale e da una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo d . La molla viene compressa fino a dimezzarne la lunghezza e poi viene lasciata libera. Calcolare la velocità e l'accelerazione massime.

$$[v_M = d/2 \sqrt{k/m}; a_M = k/m d/2]$$

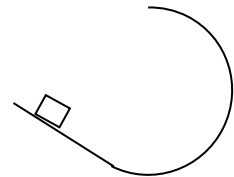
D40) Una molla di costante elastica K è appesa al soffitto e in posizione di riposo è lunga L_0 . All'altra estremità della molla viene poi appesa una massa m che viene lasciata e inizia a oscillare. Determinare l'ampiezza delle oscillazioni e calcolare, nell'istante in cui la massa ha accelerazione nulla, la lunghezza L della molla e la velocità della massa.

$$[A = mg/K; L = L_0 + A; v = \pm g \sqrt{m/K}]$$

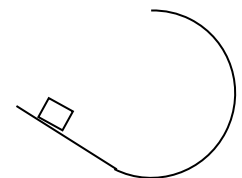
D41) Un corpo puntiforme di massa $m = 20 \text{ g}$ poggiato su un piano orizzontale liscio è collegato a una molla di lunghezza a riposo $d = 5 \text{ cm}$ fissata, all'altra estremità, sul piano. La molla viene compressa della quantità $A = 1 \text{ cm}$ e lasciata libera. Calcolare la massima energia cinetica del corpo sapendo che la frequenza di oscillazione è $f = 5 \text{ Hz}$.
 $[T_{\text{MAX}} = 0,99 \text{ mJ}]$

D42) Un blocco di massa $M = 30 \text{ kg}$ viene trascinato mediante una fune su un piano orizzontale scabro, per un tratto $d = 10 \text{ m}$. Alla fune, che forma un angolo $\theta = 40^\circ$ con l'orizzontale, è applicata una forza costante di modulo $F = 5 \text{ N}$. Sapendo che il blocco si muove con velocità costante si determinino il lavoro compiuto dalla forza d'attrito e il coefficiente d'attrito fra blocco e piano.
 $[L = -38,3 \text{ J}; \mu_d = 0,013]$

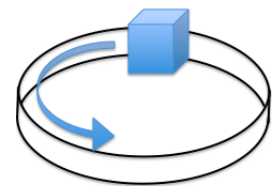
D43) Un punto materiale scende a partire dalla quota h strisciando senza rotolare lungo un piano scabro con coefficiente d'attrito μ_d inclinato di un angolo θ . In fondo al piano inclinato è posta una guida circolare liscia di raggio $R > h$. Quale quota massima h' raggiunge il punto materiale? $[h' = h (1 - \mu_d / \tan \theta)]$



D44) Un punto materiale viene lanciato verso il basso con velocità v_0 dalla quota h lungo un piano inclinato. In fondo al piano inclinato è posta una guida circolare di raggio R . Se $h = R$ e gli attriti sono trascurabili qual è il valore minimo di v_0 per il quale il punto resta in contatto con la guida circolare anche nel suo punto più alto?
 $[v = (3 g R)^{1/2}]$

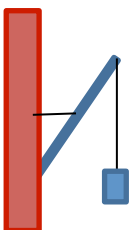
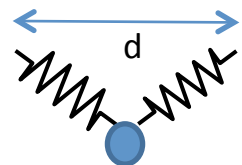


D45) Un blocco di massa $m = 1 \text{ kg}$, appoggiato su una superficie ruvida, ruota all'interno di una guida circolare liscia di raggio $R = 0,1 \text{ m}$. Se inizialmente l'energia cinetica vale 3 J e dopo un giro la velocità è pari a 2 m/s , quanti giri deve compiere complessivamente perché si fermi? Quanto vale il coefficiente di attrito dinamico?
 $[n = 3 \text{ giri}; \mu_d = 0,16]$



D46) Un blocco di massa $M_1 = 1 \text{ kg}$ poggia su un tavolo scabro (il coefficiente di attrito dinamico tra blocco e piano è $\mu_1 = 0,3$); un altro blocco di massa $M_2 = M_1/2$ poggia sul blocco precedente (coefficiente di attrito dinamico blocco-blocco: μ_2). Sul secondo corpo agisce una forza $F = 5 \text{ N}$ costante parallela al piano in modo tale che M_1 si muova di moto uniforme. Determinare il valore di μ_2 e le accelerazioni dei due corpi.
 $[\mu_2 = 0,9; a_1 = 1,18 \text{ m/s}^2]$

D47) Un corpo puntiforme m è appeso, come in figura, a due molle uguali di costante elastica K e lunghezza a riposo trascurabile. Le altre due estremità delle molle sono fissate a distanza d . Il corpo viene poi abbassato spostato verticalmente dalla posizione di equilibrio di A e lasciato libero di oscillare. Determinare il periodo delle oscillazioni.
 $[T = \pi \sqrt{2m/K}]$



D48) Una sbarra sottile omogenea di massa M e lunghezza L è libera di ruotare incernierata a una parete. Un filo ancorato a metà della sbarra è fissato orizzontalmente alla parete mentre all'estremità libera della sbarra è fissato un altro filo che porta appesa una massa m . Determinare la tensione del filo orizzontale in funzione dell'angolo formato dalla sbarra con la parete. $[T = (2m+M)g \tan \theta]$

D49) Un'asta omogenea di massa M e lunghezza L è libera di ruotare incernierata a una parete. L'altra estremità dell'asta è fissata a una corda ancorata alla parete a distanza L sopra lo snodo. Determinare la tensione della corda sapendo che l'angolo fra l'asta e la parete è 120° .

$$[T = 0,87 Mg]$$



D50) L'estremità inferiore di un'asta omogenea lunga $L = 3$ m e di massa $M = 20$ kg è incernierata a una parete verticale. All'estremità superiore è appesa una massa $m = 10$ kg. L'asta è mantenuta a 45° da una fune orizzontale attaccata all'asta a un punto a distanza $d = 2$ m dalla cerniera. Calcolare la tensione della fune orizzontale.

$$[T = 208 \text{ N}]$$

D51) Un corpo di massa m ruota lungo una traiettoria circolare verticale trattenuto da un filo ideale di lunghezza R . Determinare la differenza tra i moduli della tensione del filo nel punto più basso e quello più in alto della traiettoria (trascurare l'attrito con l'aria). $[\Delta T = 6 \text{ mg}]$

D52) Un punto materiale di massa m percorre una guida circolare verticale di raggio R liscia possedendo la minima energia per la quale il punto resta unito alla guida anche nel punto più elevato della traiettoria. Determinare la reazione vincolare esercitata dalla guida nel punto più basso.

$$[6mg]$$

D53) Un punto materiale di massa m si muove su un piano con la seguente legge oraria:

$$x(t) = x_0 - k t$$

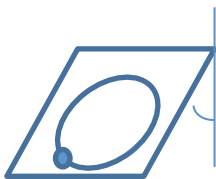
$$y(t) = 2k t - (k^2/x_0) t^2$$

Determinare l'espressione della forza agente sul punto e la sua energia cinetica.

$$\{F_x = 0, F_y = -2 m k^2/x_0; T = \frac{1}{2} m [k^2 + (2k - 2 k^2/x_0 t)^2]\}$$

D54) Un punto materiale di massa m è vincolato a muoversi lungo una guida circolare verticale di raggio R . La guida ruota con velocità angolare ω_0 costante intorno a un asse verticale passante per il suo centro O . Determinare la posizione di equilibrio P in termini dell'angolo q formato da OP rispetto alla verticale.

$$[\tan \theta = \omega_0^2 R/g]$$



D55) Determinare il periodo delle piccole oscillazioni di un punto materiale libero di muoversi lungo una guida circolare di raggio R giacente su un piano inclinato di un angolo α rispetto alla verticale.

$$\{T = 2\pi [R/(g \cos \alpha)]^{1/2}\}$$

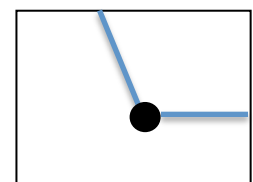
D56) Un corpo puntiforme di 10 g di massa, appeso a una molla, oscilla verticalmente a 10 Hz intorno alla posizione di equilibrio con una ampiezza di 2 cm. Calcolare la massima energia cinetica del corpo.

$$[T_{\text{MAX}} = 7,9 \text{ mJ}]$$

D57) Un blocco di massa m è poggiato su un piano scabro inclinato di un angolo 30° rispetto all'orizzontale. Una forza costante F orizzontale tira il corpo verso il basso in modo che possa scendere con velocità costante. Determinare il valore di F sapendo che il coefficiente di attrito dinamico vale $\sqrt{3}$.

$$[F = mg/\sqrt{3}]$$

D58) Un corpo puntiforme di massa $m = 1$ kg è appeso tramite un filo ideale al soffitto della cabina di un ascensore fermo. Un secondo filo orizzontale fa sì che il sistema sia in equilibrio formando un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto alla verticale. Determinare il valore della tensione del filo orizzontale. La tensione di rottura del filo in questione è $T_R = 10$ N; qual è la minima accelerazione che



deve essere impressa alla cabina (e in quale verso) affinché il filo orizzontale si rompa?

[5,7 N; 7,5 m/s² verso l'alto]

D59) Un'automobile di massa $M = 10^3$ kg sale con velocità costante $v = 120$ km/h lungo una strada inclinata di $\theta = 10^\circ$. Approssimando la resistenza dell'aria con una forza $F = -b v^2$, determinare b sapendo che il motore sta erogando una potenza $P = 60$ kW.

[$b = 0,09$ kg/m]

D60) Un punto materiale di massa $m = 10$ g viene lanciato dalla quota $h = 1$ m verso l'alto con una velocità di 2 m/s inclinata di 30° rispetto alla verticale. Determinare, durante l'evoluzione della traiettoria, l'energia cinetica minima e massima.

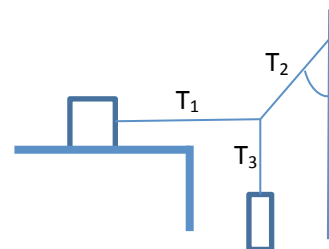
[5 mJ; 118 mJ]

D61) Un piano inclinato è liscio per la metà in alto e scabro per la metà in basso. Un corpo puntiforme scende partendo da fermo nel punto più alto e si ferma nel punto più basso. Ricavare la relazione fra i coefficienti d'attrito e l'inclinazione del piano.

[$\mu_s > \mu_d = 2 \tan \theta$]

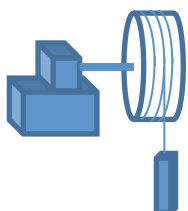
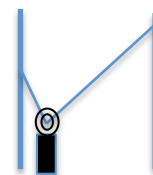
D62) Un corpo puntiforme di massa M , appoggiato su un piano orizzontale con coefficiente di attrito μ_s , è connesso ad una fune ideale orizzontale. All'altra estremità della fune è appesa una massa m . Tra le due estremità della fune ne è annodata un'altra (come descritto in figura) che è fissata a una parete e forma con questa un angolo θ . Calcolare la forza di attrito quando il sistema è in equilibrio.

[$mg \tan \theta$]



D63) Una fune lunga $2d$ viene fissata a due pareti (distanti d) in due punti a quote diverse. Una massa m viene appesa mediante un anello alla fune in modo da poter scorrere lungo di essa. Verificare che gli angoli che la fune forma con le due pareti sono uguali e ricavare la tensione della fune.

[$T = mg/\sqrt{3}$]



D64) L'asse orizzontale del motore di un montacarichi è connesso a quello di una puleggia di raggio R . Intorno alla puleggia è avvolta una fune alla cui estremità è appeso un carico di massa $m = 100$ kg che sale a velocità costante $v_0 = 1$ m/s. Determinare la potenza erogata dal motore.

[$P = m g v_0$]

D65) Su un piano orizzontale scabro (coefficiente di attrito: μ_d) è posto un blocco di massa M legato a un filo ideale. All'altra estremità del filo è appesa una massa m che scende con accelerazione costante: determinare il suo valore.

[$\mu_d = m/M$]

D66) Una massa m è in equilibrio appesa a una molla di costante elastica K . Applicando una forza verticale $F = 1$ N la massa si sposta di $x = 10$ cm. Se la forza variasse sinusoidalmente con una frequenza $f = 0,5$ Hz il sistema entrerebbe in risonanza. Determinare il valore della massa (trascurare gli attriti)

[$m = 1,01$ kg]

D67) Un blocco di massa $m = 5$ kg è libero di muoversi lungo un piano liscio orizzontale sotto l'azione di un attrito viscoso $F = -b v$ [$b = 0,5$ Ns/m]. Determinare l'espressione della velocità in funzione del tempo e dopo quanto tempo dall'inizio del moto la velocità si è dimezzata

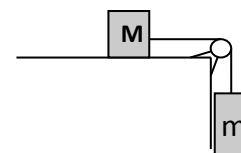
[$v(t) = v_0 \exp(-t/10 \text{ s})$; 6,9 s]

D68) Una massa puntiforme oscilla armonicamente sotto l'unica azione di una molla. La sua energia meccanica è di 12 J mentre l'energia potenziale, in unità del S.I., è $U(x) = 3(x-x_0)^2$. Determinare l'ampiezza dell'oscillazione.
[A = 2 m]

D69) Due corpi di massa $m_1 = 1$ kg e $m_2 = 2$ kg sono collegati tramite una molla di costante elastica $k = 56$ N/m e lunghezza a riposo $d_0 = 5$ cm. I due corpi sono poggiati su un piano orizzontale scabro con coefficienti di attrito dinamico rispettivamente pari a $\mu_1 = 0,6$ e $\mu_2 = 0,7$. Calcolare la lunghezza della molla quando le masse si muovono a velocità costante per via di una forza F che tira orizzontalmente la massa m_1 . Quanto vale F ?
[d = 29,5 cm ; F = 19,6 N]

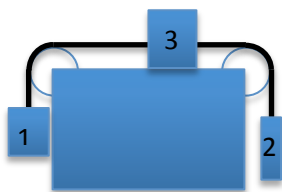
D70) Un corpo puntiforme di massa m si muove senza attrito di moto armonico lungo una guida orizzontale essendo collegato a una molla di costante elastica k . Sapendo che il moto ha ampiezza $A = 5$ cm determinare la distanza fra i due punti in cui l'energia cinetica uguaglia quella potenziale
[7,1 cm]

D71) Su un piano orizzontale scabro è posta una massa $M = 1$ kg collegata da un filo ideale a una seconda massa m . Il filo scorre senza attrito intorno alla puleggia fissa. L'accelerazione del sistema è $g/4$. Se M raddoppiasse il sistema si muoverebbe a velocità costante. Determinare m e il coefficiente di attrito fra M e il piano scabro.



[m = M; $\mu_d = 0,5$]

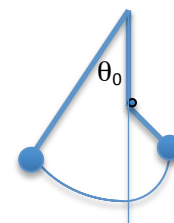
D72) Una massa puntiforme di 1 kg è appesa a un filo ideale lungo 50 cm e viene lasciata oscillare a partire da un angolo θ_0 . In quale punto della traiettoria è massima la tensione del filo? Qual è il massimo valore di θ_0 se il carico di rottura T_R del filo vale 15 N?
[$\cos\theta_0 = 0,735 \rightarrow 42,7^\circ$]



D73) Un oggetto di massa $m_3 = 3 m_1$ è libero di muoversi su un tavolo liscio. Il corpo è collegato tramite due fili ideali a due masse m_1 e $m_2 = 2 m_1$ che pendono dalle due estremità del tavolo. Determinare la differenza delle tensioni dei due fili ($m_1 g = 10$ N).
[$\Delta T = 5$ N]

D74) Un corpo puntiforme di massa $m = 50$ g inizialmente fermo viene lasciato scendere lungo un piano scabro ($\mu_d = 0,4$) inclinato di $\theta = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. Determinare la velocità del corpo quando ha percorso una distanza $d = 20$ cm
[v = 0,39 m/s].

D75) Un pendolo è costituito da un corpo puntiforme di massa m appeso a un filo ideale di lunghezza $L = 100$ cm. Il pendolo viene lasciato andare quando forma con la verticale un angolo $\theta_0 = 60^\circ$. Quando il pendolo passa per la verticale il filo urta un perno posto a $d = 40$ cm dal punto di sospensione. Determinare la massima velocità raggiunta dal corpo e il massimo angolo formato dal filo rispetto alla verticale dopo l'urto del filo col perno.
[3,13 m/s; $\cos\theta = 1/6$]

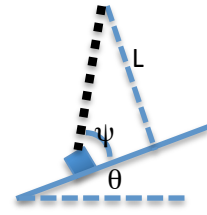


D76) Una molla ideale di lunghezza a riposo x_0 e costante elastica K è poggiata su un piano orizzontale liscio. A un'estremità è fissata una massa puntiforme M mentre l'altra è fissata sul piano. Inizialmente la molla è totalmente compressa. A un certo istante viene lasciata libera di allungarsi; dopo quanto tempo raggiunge per la prima volta la massima estensione?
[$t = \pi \sqrt{(M/K)}$]

D77) Un corpo puntiforme di massa m è fermo in equilibrio su un piano liscio inclinato di θ rispetto

all'orizzontale. Il corpo è trattenuto da una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo trascurabile la cui altra estremità è fissata a un punto di sospensione O a distanza L dal piano. Determinare, rispetto al punto di sospensione preso come polo, il momento della reazione vincolare esercitata dal piano inclinato supponendo noti: m , g , k , L , θ e l'angolo ψ fra la molla e il piano.

$$[M = L \cot \psi (kL - mg \cos \theta) = -mgL \cos(\psi + \theta) / \sin \psi]$$



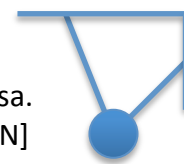
D78) Due corpi di massa m_1 e m_2 , legati da un filo ideale, sono poggiati su un piano orizzontale scabro. Una forza F inclinata di un angolo θ rispetto all'orizzontale è applicata a m_1 che a sua volta trascina m_2 . Determinare la tensione del filo conoscendo il coefficiente di attrito tra i corpi e il piano.

$$[T = m_2 / (m_1 + m_2) F (\cos \theta + \mu \sin \theta)]$$



D79) Un corpo di peso 10 N è legato a due fili di massa trascurabile. Il primo filo è appeso al soffitto di una stanza e forma un angolo di 30° rispetto alla verticale; il secondo è fissato a una parete formando un angolo di 45° rispetto ad essa. Determinare la tensione dei due fili.

$$[7,3 \text{ N}; 3,7 \text{ N}]$$



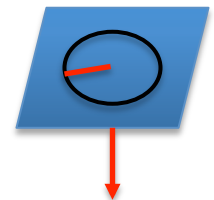
D80) Determinare, in funzione dell'angolo, l'andamento della tensione del filo di un pendolo di massa m lungo l che compie larghe oscillazioni partendo da un angolo θ_0 . $[T = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_0)]$

D81) Un'automobile di peso 9,2 kN ha un motore in grado di erogare una potenza massima di 150 kW e raggiungere in piano la velocità massima di 180 km/h. Sapendo che l'attrito con l'aria è funzione della velocità: $F_{\text{att}} = -b v^2$ determinare la forza erogata del motore quando a 30 m/s sale un pendio inclinato ($\sin\theta = 0,1$).

$$[F_M = 2 \text{ kN}]$$

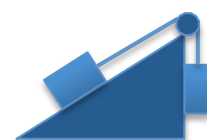
D82) Un punto materiale si muove senza attrito su un piano orizzontale trattenuto da una fune ideale. La fune passa per un foro del piano ed è tirata verso il basso costringendo il punto, che ha un'energia cinetica T_0 , a descrivere una traiettoria circolare di raggio R . Determinare quanto lavoro occorre svolgere tirando il filo affinché il raggio della traiettoria si dimezzi.

$$[3 T_0]$$



D83) Un oggetto di massa $m = 1 \text{ kg}$ oscilla orizzontalmente di moto armonico smorzato sotto l'azione di una molla con costante elastica $k = 36 \text{ N/m}$ e un coefficiente di attrito viscoso ($\mathbf{F} = -b\mathbf{v}$) pari a $b = 0,1 \text{ kg/s}$. Determinare dopo quanto tempo l'ampiezza si dimezza e, trascurando l'effetto dell'attrito, il periodo dell'oscillazione. {sugg.: $x(t) = x_0 e^{-\frac{b}{2m}t} \cos(\omega t - \phi)$ } $[t = 13,9 \text{ s}; T = 1,047 \text{ s}]$

D84) Due oggetti di uguale massa $m = 10 \text{ kg}$ sono collegati da un filo ideale come in figura; la puleggia ha massa trascurabile mentre il piano inclinato di 30° e la parete verticale sono entrambi scabri ($\mu_D = 0,4$). Gli oggetti, inizialmente fermi, iniziano a muoversi. Determinare di quanto varia l'energia meccanica, rispetto alla situazione iniziale, quando l'oggetto di destra si è mosso di $d = 10 \text{ cm}$. $[-3,4 \text{ J}]$



D85) Una forza F inclinata di 30° rispetto alla verticale spinge un blocco di peso 10 N con velocità costante sul piano orizzontale (coefficiente di attrito $\mu_d = 0,5$). La stessa forza, con la stessa inclinazione, viene applicata ad un altro blocco di ugual massa ma con un coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0,8$ per il quale rimane in quiete. Determinare il valore della forza di attrito in questo secondo caso.

$$[F = 37,3 \text{ N}]$$



D86) Un punto materiale di massa $m = 1 \text{ kg}$ è fermo alla base di un piano liscio inclinato di 30° . Una forza $F = 10 \text{ N}$ orizzontale viene applicata al corpo per $\Delta t = 2 \text{ s}$. Determinare la massima quota alla quale arriva il punto durante l'azione della forza F .
 $[h = 13,6 \text{ m}]$

D87) Un sasso di massa 100 g viene fatto roteare nel piano verticale legato ad uno spago inestensibile, di massa trascurabile e lunghezza $R = 40 \text{ cm}$. Quando lo spago è lungo la direzione orizzontale viene lasciata l'altra estremità così che il sasso venga lanciato verso l'alto raggiungendo una quota massima superiore di 8 m rispetto a quella del rilascio. Determinare la velocità angolare dello spago al momento del rilascio. $[9,9 \text{ rad/s}]$



D88) Un trattore sta arando un campo. A quale velocità deve muoversi affinché uno schizzo di terra possa staccarsi verticalmente da una delle ruote di raggio 1 m e arrivare a 5 m di altezza? Ipotizzare un moto di rotolamento puro
 $[v = 8,9 \text{ m/s}]$

D89) Un punto materiale viene poggiato su un piano scabro (sono noti m_s e m_d) incernierato in modo da poterne variare l'angolo. L'angolo viene aumentato fino al valore per il quale il corpo inizia a scivolare. Determinare l'accelerazione con cui scende, fissato quell'angolo.

$$[a = g (\mu_s - \mu_d) / (1 + \mu_s^2)^{1/2}]$$

D90) Approssimando la terra a una sfera di raggio $R = 6400 \text{ km}$ determinare di quale angolo, a causa della rotazione terrestre [$1d = 86400 \text{ s}$], un filo a piombo viene deviato rispetto alla normale alla superficie. Eseguire il calcolo per $\lambda = 45^\circ$ di latitudine [$g_N = 9,80665 \text{ m/s}^2$] $[\theta \approx 0,1^\circ]$

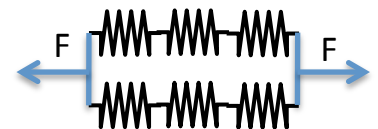
D91) Un satellite si trova su un'orbita equatoriale geostazionaria compiendo una rotazione completa intorno alla terra in un giorno (86400 s). Determinare a che distanza si trova dal centro della terra utilizzando come altri dati solo i valori di g e del raggio terrestre $R_T = 6,4 \times 10^3 \text{ km}$.

$$[R = 42,3 \times 10^3 \text{ km}]$$

D92) Qual è la massa più grande che si può trascinare a velocità costante su un pavimento orizzontale con attrito dinamico $\mu_d = 0,5$ utilizzando una fune ideale opportunamente inclinata che può reggere una tensione massima $T_{MAX} = 10 \text{ N}$? A quale angolo rispetto al piano va tenuta la fune?
 $[M = 2,28 \text{ kg}; 26,6^\circ]$

D93) Il principio di funzionamento di un fascio muscolare viene studiato con un modello in scala costituito da sei molle identiche di lunghezza a riposo $d = 2 \text{ cm}$ e costante elastica $k = 400 \text{ N/m}$. Se $F = 10 \text{ N}$ quali sono la lunghezza finale del sistema e la sua energia potenziale?

$$[D = 6,75 \text{ cm}; U = 0,75 \text{ J}]$$



D1) X: $h = v_0 t$; Y: $h = \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow h = 2v_0^2/g$. Considerare le forze che agiscono in direzione orizzontale. Conservare l'energia.

D2) Derivare...

D3) $L = \frac{1}{2} m v^2(0) = \frac{1}{2} m C^2$; $s = s(\infty) - s(0) = \int v(t) dt = C/K = 1/K \sqrt{2L/m}$

D4) Applicare la conservazione dell'energia $\rightarrow a = 2g/L (\cos 30^\circ - \cos 60^\circ)$

D5) $a_c = v^2/R$; $a_t = g \sin \theta$; $mgR(1 - \cos \theta_0) = mgR(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2} m v^2$; $\rightarrow v^2/R = 2g (\cos \theta - \cos \theta_0) = 2g \cos \theta$
 $\rightarrow g \sin \theta = 2g \cos \theta$

D6) La proiezione della forza peso lungo il piano inclinato è $mg' = mg \sin \alpha$.

D7) $A(t) = x_0 e^{-\gamma t} \rightarrow A(200) = A(0) e^{-\gamma 100} = A(0)/e^{10}$

D8) $b = 2 \text{ m } \Omega$

D9) $v_0 = 1/(2\pi) (K/m)^{1/2}$; $A(\omega_0) = F_0/b (m/K)^{1/2}$

D10) $t^* = m/b \ln 2$

D11) Nell'urto la quantità di moto $m v_0$ si riduce a $\varepsilon m v_0$; l'energia cinetica si riduce a ... e quella potenziale...

D12) scrivere la risultante delle forze nell'istante in cui la molla sta per contrarsi

D13) La velocità angolare risulta pari a $\omega(t) = \omega_0 (1 - t/t_2)$. L'oggetto inizia a scivolare quando la forza di attrito (dipendente dalla forza centrifuga) diventa inferiore al suo peso

D14) Considerare le componenti delle forze elastiche lungo l'asse X (dove la risultante si annulla) e lungo l'asse Y; il moto si svolge solo lungo l'asse Y. Può agevolare la soluzione introdurre l'angolo fra la molla e l'asse X, calcolare, in funzione dell'angolo, la forza esercitata da una molla e le proiezioni lungo i due assi di tale forza: lungo l'asse X scompare la dipendenza dall'angolo, lungo l'asse Y la componente è proporzionale a $y \rightarrow \omega^2 = (K_1 + K_2)/m$

D15) Una relazione è data dalla risultante della forza di attrito e quella elastica nel momento del distacco; un'altra dal confronto fra l'energia potenziale della molla in quel momento e il lavoro della forza d'attrito

D16) Una relazione è data dalla risultante della forza di attrito e quella elastica nel momento del distacco; un'altra dall'uguaglianza fra l'energia potenziale della molla in quel momento e il lavoro della forza d'attrito

D17) Considerare la risultante dei momenti della forza peso, della reazione vincolare e della forza centrifuga nel sistema di riferimento rotante. La sollecitazione sulla cerniera è opposta alla reazione vincolare

D18) $dM_A = x dF = x \mu_d g \lambda dx$

D19) Calcolare la variazione di energia meccanica. Nella posizione iniziale la forza esercitata dalla molla è sufficiente per vincere la forza di attrito statico; in quella finale la forza esercitata dalla molla non è sufficiente

D20) Nei punti di equilibrio stabile/instabile l'energia potenziale è minima/massima

D21) $F(x) = -dU/dx = -3x^2 - 2x$. La forza si annulla nell'origine e per $x = -2/3 \text{ m}$. $-d^2U/dx^2 = -6x - 2$ quindi nell'origine l'equilibrio è stabile mentre a $x = -2/3 \text{ m}$ è instabile. $F(x=2 \text{ m}) = -16 \text{ N} \rightarrow a_x = -10 \text{ m/s}^2$ cioè verso sinistra (il corpo tende a tornare nella posizione di equilibrio in $x = 0$)

D22) Perché ci sia equilibrio la risultante delle tensioni del filo applicate all'estremità libera della sbarra deve essere nella direzione della sbarra; alternatively calcolare la risultante dei momenti prendendo come polo la cerniera

D23) Considerare la conservazione dell'energia e il lavoro contro la forza di attrito. Alternativamente va risolta l'equazione differenziale che descrive il moto ponendo come condizioni al contorno $x(0)=0$; $v(0)=0$; $x(t^*)=d$; $v(t^*)=0 \rightarrow t^* = \pi (m/k)^{1/2}$

D24) Le masse si muovono di moto uniforme lungo una circonferenza. La forza centripeta su ogni massa è pari alla risultante delle forze esercitate dalle due molle a cui è collegata

D25) Nel sistema di riferimento inerziale solidale col nastro, la cassa dissipa tutta l'energia cinetica. Ricavare il tempo necessario per arrestarsi (moto uniformemente decelerato) e utilizzarlo per calcolare lo spostamento rispetto a un osservatore fermo

D26) Determinare la velocità della barca rispetto al fiume (5 m/s). Inserirla nell'espressione della potenza in funzione della velocità

D27) $F_{app}/p = \tan 30^\circ \rightarrow ma/(mg) = a/g \rightarrow a = g \tan 30^\circ$; $M = F_{app} \times \cos 30^\circ = p \tan 30^\circ \cos 30^\circ \rightarrow x = 2 M/p$

D28) Velocità uniforme implica che la risultante delle forze: peso, reazione vincolare e attrito è nulla. Nel secondo caso la forza d'attrito e la componente della forza peso lungo il piano inclinato sono concordi

D29) $\Delta E = L_{Att}$: $mgh/2 - mgh = -\mu_d mg \cos \theta h/2 \cdot 1/\sin \theta \rightarrow \mu_d = \tan \theta$

D30) Sul punto agiscono la forza peso e, fino al momento del distacco, la reazione vincolare esercitata della guida. La loro risultante è una forza centripeta. La dipendenza della velocità dalla quota si ricava dalla conservazione dell'energia

D31) $\mu_d = 1/2(1 + \cos 30^\circ)$

D32) Proiettare lungo la direzione del moto la seconda equazione della dinamica per ognuna delle tre masse

D33) Applicare il secondo principio della dinamica facendo attenzione nel considerare le forze che agiscono sull'ascensore

D34) Scomporre la forza peso perpendicolarmente alle due superfici della guida per ottenere le due forze prementi e quindi le due forze d'attrito

D35) Calcolare la risultante delle forze (peso + nuovo attrito) nel momento dell'apertura del paracadute

D36) Considerare l'energia meccanica (l'oggetto è fermo all'inizio e alla fine del moto) e quella dissipata per attrito

D37) $M_1 g = K(L_1 - L_0)$; $M_2 g = K(L_2 - L_0)$; $\Delta M g = K \Delta L \rightarrow K = \Delta M g / \Delta L$

$\Delta U = 1/2 K [(L_1 - L_0)^2 - (L_2 - L_0)^2] = 1/2 (M_1 + M_2) g \Delta L$

D38) Applicare il secondo principio della dinamica considerando sia l'attrito statico che dinamico a 45° .

D39) Utilizzare la conservazione dell'energia per ricavare la massima velocità. Analizzare l'equazione differenziale del moto per ricavare la massima accelerazione.

D40) Scrivere la legge oraria del moto armonico e derivarne velocità e accelerazione. Il centro di oscillazione è a $L_0 + A$

D41) $T_{MAX} = \pi^2 \cdot 10^{-4} J$

D42) Scomporre la forza parallelamente e perpendicolarmente al piano. Calcolare il lavoro delle forze non conservative

D43) Durante la discesa parte dell'energia meccanica viene dissipata per il lavoro della forza di attrito. Lungo la guida circolare non è presente attrito e quindi tutta l'energia cinetica si trasforma in energia potenziale quando il corpo arriva alla quota massima

D44) La reazione vincolare nel punto più alto della guida è nulla $\rightarrow v_f = \sqrt{gR}$

D45) la forza di attrito è costante e quindi ad ogni giro viene dissipata la stessa quantità di energia

$T_0 = 3 J$; $T' = 1/2 m v^2 = 2 J$; $\Delta T/\text{giro} = 1 J \rightarrow n = T_0/(\Delta T/\text{giro})$; $F_A 2\pi R = \Delta T \rightarrow \mu_d = \Delta T/2\pi R mg$

D46) Fare attenzione nel calcolare le cinque forze applicate al corpo di massa M_1 :

$\mu_2 = \mu_1 (1 + M_1/M_2)$; $a_2 = F/M_2 - \mu_2 g$

D47) Proiettare le forze elastiche delle molle lungo i due assi (è possibile eliminare la dipendenza angolare)

D48) Calcolare la risultante dei momenti delle forze rispetto alla cerniera;

D49) Calcolare la risultante dei momenti delle forze rispetto alla cerniera: $T = Mg/2 \sin 60^\circ / \sin 30^\circ$

D50) Calcolare la risultante dei momenti delle forze rispetto alla cerniera: $T = (M/2 + m)Lg \sin 45^\circ / d$

D51) Considerare separatamente le accelerazioni centripete nei due punti; l'energia si conserva

D52) nel punto più alto $E = mg \cdot 2R + \frac{1}{2}mv_1^2$; con $mv_1^2/R = mg$.

Nel punto più basso $E = \frac{1}{2}mv_0^2 \rightarrow v_0^2 = 5gR$ e $T = mv_0^2/R + mg$

D53) derivare...

D54) nel sistema di riferimento rotante solidale con la guida agiscono tre forze la cui risultante è nulla

D55) il moto è quello di un pendolo sul quale agisce una forza peso ridotta dalla reazione vincolare del piano inclinato

D56) calcolare l'energia potenziale massima: $\frac{1}{2} (4\pi^2 m f^2) A^2$

D57) la componente di F lungo il piano fa scendere il blocco mentre quella perpendicolare al piano riduce la forza d'attrito

D58) proiettare le tensioni dei due fili e la forza peso lungo due assi ortogonali $\rightarrow T = mg \tan 30^\circ$.

nel sistema accelerato compare la forza $-ma_T$ per cui il filo si spezza se $a_T > T_R/(m \tan 30^\circ) - g$

D59) la forza erogata dal motore si oppone all'attrito e alla componente della forza peso lungo il piano $\rightarrow b = (1/v^2)(P/v - m g \sin \theta)$

D60) l'energia cinetica minima corrisponde a quella potenziale massima che si ha nel punto più alto della traiettoria dove $v_x = v_0 \cos 60^\circ \rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 \cos^2 60^\circ$; $\frac{1}{2} m v_0^2 + mgh$

D61) tutta l'energia potenziale mgh viene dissipata per attrito $L = -\frac{1}{2} \mu_d mg h / \tan \theta$

D62) in modulo: $F_A = T_1$; $T_2 \sin \theta = T_1$; $T_2 \cos \theta = T_3 = mg$

D63) la tensione è la stessa in ogni punto della fune; la massa è in equilibrio e quindi non è sottoposta, in particolare, a forze orizzontali a risultante non nulla cioè $X: T \cos \theta_1 + T \cos \theta_1 = m a_x = 0$

$Y: T \sin \theta + T \sin \theta + mg = m a_y = 0$. Inoltre $d_1 + d_2 = 2d$ e $d_1 \cos \theta = d_2 \cos \theta = d \rightarrow \theta = 60^\circ$ e $T = mg/\sqrt{3}$

D64) $P = M \omega$; $M = m g R$ (la velocità è costante $\rightarrow T = mg$); $\omega R = v_0$; alternativamente: $P = F v$ tutta la potenza del motore viene trasmessa alla massa che si muove contro la forza peso

D65) $T - \mu Mg = Ma$; $mg - T = ma \rightarrow -\mu Mg + mg = (M+m) a = 0$ (v costante)

D66) $m = 10/\pi^2 \text{ kg}$

D67) $v(t) = v_0 \exp(-b/m t)$; $t^* = m/b \ln 2$

D68) La massima energia potenziale $\frac{1}{2} k A^2$ è pari a tutta l'energia meccanica; $F = -k(x-x_0)$ con

$F = -dU/dx = -6(x-x_0) \rightarrow k = 6 \text{ N/m}$

D69) $d = d_0 + \mu_2 m_2 g/k$; $F = \mu_1 m_1 g + \mu_2 m_2 g$

D70) $E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = 2 \frac{1}{2} k x^2 \rightarrow x_1 = A/\sqrt{2}$; $x_2 = -A/\sqrt{2}$; $\Delta x = \sqrt{2} A$; alternativamente se

$x = x_0 + A \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow v = A \omega \cos(\omega t + \varphi)$; $\frac{1}{2} k(x-x_0)^2 = \frac{1}{2} m v^2$; $\omega^2 = k/m \rightarrow \sin^2(\omega t + \varphi) = \cos^2(\omega t + \varphi) \rightarrow$

$\omega t + \varphi = \pi/4$ quindi $x_1 = x_0 + A/\sqrt{2}$ e $x_2 = x_0 - A/\sqrt{2}$

D71) studiare separatamente il sistema legato nei due casi $a=g/4$ e $a=0$ ($M \rightarrow 2M$) per ottenere due equazioni nelle due incognite m e μ_d

D72) La tensione è data dalla somma vettoriale della forza peso e della forza centrifuga; entrambe sono massime per $\theta = 0^\circ$. Conservando l'energia si ottiene $T_R = mg(3 - 2 \cos \theta_0)$

D73) $\Delta T = 3 m_1 a$; $a = g/6$

D74) $\frac{1}{2} m v^2 - mg d \sin \theta = -\mu_d mg \cos \theta d$

D75) dalla conservazione dell'energia applicata sulla verticale (massima velocità) $v^2 = 2gL(1 - \cos \theta_0)$. Uguagliando le due energie potenziali $\rightarrow mg(L-d)(1 - \cos \theta) = mgL(1 - \cos \theta_0)$

D76) considerare la relazione fra il tempo richiesto e il periodo dell'oscillazione $[T = 2\pi \sqrt{(M/K)}]$

D77) $X: -mg \sin \theta + F_{el} \cos \psi = 0$; $Y: -mg \cos \theta + F_{el} \sin \psi + R = 0$; $F_{el} = kL/\sin \psi \rightarrow R = mg \cos \theta - kL$

$b_R = L \cot \psi$ senso antiorario. Alternativamente considerare che la somma dei momenti è nulla e che il momento della forza elastica rispetto a O è nullo. Si può verificare che le due espressioni coincidono.

D78) $F \cos \theta - \mu(m_1 g - F \sin \theta) - T = m_1 a$; $T - \mu m_2 g = m_2 a$

D79) $T_1 = 10/(1+\sqrt{3})$ N; $T_2 = 20/(1+\sqrt{3})$ N

D80) conservare l'energia; la tensione è data dalla proiezione della forza peso lungo il filo aumentata della forza centrifuga

D81) ricavare $b = 1,2$ kg/m dal moto orizzontale e inserirlo nell'espressione $P = F v$ del moto lungo il piano inclinato

D82) La forza è centrale e quindi il suo momento rispetto al foro è nullo. Dalla conservazione del momento angolare $m v_0 R = m v R/2 \rightarrow v = 2 v_0$ si ha $T_f = \frac{1}{2} m 4 v_0^2$ e quindi $L = T_f - T_0 = 3 T_0$

D83) $x_0/2 = x_0 e^{-\frac{b}{2m} t^*} \rightarrow t^* = 2 m/b \ln 2$; $\omega^2 = k/m - (b/2m)^2 \approx 36 s^{-2}$

D84) $mg \sin \theta - \mu_d mg \cos \theta < mg \rightarrow$ il corpo di destra scende. Se il piano inclinato fosse liscio l'energia si conserverebbe; dato che non lo è diminuisce di $\mu_d mg \cos \theta d$

D85) dal primo caso si ricava $F = 74,6$ N

D86) $F \cos \theta - mg \sin \theta = m a$; $h = \frac{1}{2} a t^2 \sin \theta$

D87) la velocità è tangente alla traiettoria per cui al momento del rilascio è verticale.

Conservare l'energia $\rightarrow \omega = 1/R (2gh)^{1/2}$

D88) la velocità ωR di un punto sulla ruota è pari alla velocità del trattore (ipotesi di rotolamento puro). Perché la traiettoria sia verticale il distacco deve avvenire a quota R . $\frac{1}{2} m v^2 = m g (h-R)$

D89) per il calcolo, ottenute le relazioni relative ai due casi, considerare che se $\tan \theta = t$ allora $\sin \theta = t/\sqrt{1+t^2}$; $\cos \theta = 1/\sqrt{1+t^2}$. Oppure ricavare $\sin \theta$, $\cos \theta$, quadrare e sommare

D90) angolo fra i vettori di intensità mg e $m \omega^2 R \cos \lambda$: $\tan \theta = m \omega^2 R \cos \lambda \sin \lambda / (mg - m \omega^2 R \cos^2 \lambda)$ dove mg domina il termine al denominatore $\rightarrow [\theta \approx \tan \theta \approx \frac{1}{2} \omega^2 R / g \sin 2\lambda = 0,0017$ rad

D91) $R = (g R_T^2 T^2 / (4\pi^2))^{1/3}$

D92) $M(\theta) = T_{MAX} (\cos \theta + \mu \sin \theta) / (\mu g) \rightarrow \tan \theta_{MAX} = \mu e^{T_{MAX}/g (1/\mu^2 + 1)^{1/2}}$

D93) La forza F bilancia la forza elastica del sistema; ogni serie di tre molle esercita una forza $F/2$; ogni molla esercita quindi una forza $F/2$ allungandosi di $F/(2k) = 1,25$ cm e aumentando la sua energia potenziale di $1/8 F^2/k = 0,125$ J.

Altri suggerimenti

D8) Si ha smorzamento critico quando $b^2 = 4 k m$; $\Omega^2 = k/m$

D9) $-Kx - bv + F_0 \sin(\omega t) = ma \rightarrow d^2x/dt^2 + b/m dx/dt + K/m x = F_0/m \sin(\omega t)$ in cui, ponendo $\omega_0 = (K/m)^{1/2}$; $\gamma = \frac{1}{2} b/m$ si ottiene: $d^2x/dt^2 + 2\gamma dx/dt + \omega_0^2 x = F_0/m \sin(\omega t)$.

Quindi $\nu_0 = 1/(2\pi) (K/m)^{1/2} = 0,48$ Hz; $A(\omega_0) = F_0/(2m\gamma\omega_0) = F_0/b (m/K)^{1/2} = 5$ cm

D10) $F_0 - bv = ma \rightarrow mdv/(F_0 - bv) = dt \rightarrow v = F_0/b [1 - \exp(-b/m t)] \rightarrow v_{MAX} = F_0/b$; $t^* = m/b \ln 2$

D31) $mg d \sin 30^\circ = \mu_d (mg \cos 30^\circ + mg) d$

D41) Calcolare l'energia potenziale $\frac{1}{2} k A^2$; $F = kx \rightarrow k = F/x$; $\Omega^2 = k/m \rightarrow m = F/(x 4\pi^2 f^2)$

D67) $m dv/dt = -b v \rightarrow dv/v = -b/m dt$. $v_0/2 = v_0 \exp(-b/m t^*) \rightarrow t^* = m/b \ln 2$

D79) Calcolare la risultante delle tre forze, separatamente per la direzione verticale e quella orizzontale

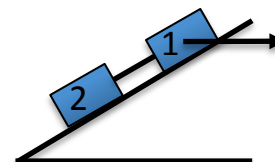
D91) $G M_T m / R_T^2 = m g$; $G M_T m / R^2 = m \omega^2 R \rightarrow (2\pi/T)^2 = g R_T^2 / R^3$

D92) X: $T_{MAX} \cos \theta - \mu_d N = M a = 0$; Y: $T_{MAX} \sin \theta + N - M g = M a = 0$; trovare il massimo della funzione $M(\theta)$

MECCANICA DEI SISTEMI DI PUNTI E DEL CORPO RIGIDO

S1) Una molla di lunghezza a riposo $d = 6 \text{ cm}$ viene compressa fra due corpi puntiformi di massa M_1 e $M_2 = 3M_1$ fino a portarli a contatto. Quando la molla viene lasciata libera di allungarsi i due corpi si muovono sul piano liscio sul quale sono appoggiati fino ad arrivare alla massima estensione D della molla. Determinare D e la distanza massima d_M di M_2 dal centro di massa del sistema
 $[D = 12 \text{ cm}; d_M = 3 \text{ cm}]$

S2) Una forza orizzontale F viene applicata a un blocco liscio di massa m_1 poggiato su un piano scabro inclinato di un angolo θ . A questo primo blocco è fissata una fune ideale collegata, all'altra estremità, a un blocco di massa m_2 (coefficiente di attrito statico μ_s). Determinare la forza di attrito che agisce sul secondo blocco sapendo che il sistema è fermo



$$[F_{\text{Att}} = F \cos\theta - (m_1 + m_2) g \sin\theta]$$

S3) Sul punto più alto di un disco omogeneo ($M = 1 \text{ kg}$, raggio $R = 30 \text{ cm}$) è fissata una massa puntiforme ($m = 100 \text{ g}$). Il disco viene spostato leggermente dalla posizione d'equilibrio e inizia a ruotare senza strisciare sul piano scabro orizzontale sul quale è posto. Determinare la velocità angolare del disco quando la massa m si trova nel punto più basso della sua traiettoria.



$$[\omega^2 = 8/3 \text{ m/M g/R} \rightarrow \omega = 2,95 \text{ rad/s}]$$

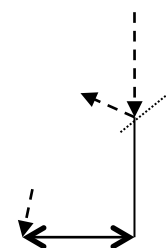
S4) Un oggetto di massa $m = 0,2 \text{ kg}$ si muove su un piano orizzontale scabro quando urta centralmente un altro oggetto di massa $M = 1,8 \text{ kg}$ fermo. Subito prima dell'urto il primo oggetto possedeva un'energia cinetica $T = 10 \text{ J}$; dopo l'urto i due oggetti aderiscono e percorrono $d = 0,2 \text{ m}$ prima di arrestarsi. Quanto vale il coefficiente di attrito?
 $[v' = 1 \text{ m/s}; \mu = 0,25].$

S5) Un corpo puntiforme di massa m è sospeso mediante un filo ideale di lunghezza R a un sostegno posto all'altezza R rispetto a un piano orizzontale. Inizialmente il filo è teso e in posizione orizzontale; poi il corpo viene lasciato cadere finché urta anelasticamente un altro corpo puntiforme di massa M posto sul piano sulla verticale del punto di sospensione. Quale quota massima può raggiungere il sistema formato dai due corpi se dopo l'urto restano uniti?

$$\{h = R [m/(m+M)]^2\}$$

S6) Una pallina cade da ferma dalla quota $h = 1 \text{ m}$ quando a $h' = 0,5 \text{ m}$ incontra una lastra piana inclinata verso il basso di 45° rispetto all'orizzontale. Se l'urto è elastico a che distanza d cadrà la pallina dal punto nel quale sarebbe caduta se non avesse incontrato la lastra?

[Suggerimento: scomporre la quantità di moto della pallina lungo le direzioni parallela e perpendicolare alla lastra; quella perpendicolare nell'urto cambia segno; sommare vettorialmente le due componenti dopo l'urto e riflettere sulla nuova direzione della quantità di moto]
 $[d = h]$



S7) Un corpo scende lungo un piano inclinato scabro quando ne urta centralmente un altro con la stessa massa che in quel momento viaggia in verso opposto e a metà della sua velocità. Subito dopo l'urto il primo corpo cambia verso risalendo e dimezzando la sua velocità. Stabilire se la forza

impulsiva che si sprigiona durante l'urto è conservativa (quantificare l'eventuale variazione di energia)

$$[\Delta E = 0]$$

S8) Un corpo puntiforme di massa m posto nel punto di ascissa $-x_0$ viene lanciato verso l'alto con velocità v_0 in una direzione formante con l'orizzontale un angolo θ ($90^\circ > \theta > 0^\circ$).

Contemporaneamente dal punto di ascissa x_0 viene lanciato un corpo identico al primo con la stessa velocità ma angolo $\pi - \theta$. Ricavare la legge oraria che descrive il moto del centro di massa e dedurre il valore dell'accelerazione.

$$[x_{CM}(t) = 0; y_{CM}(t) = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow a_{CM}(t) = -g]$$

S9) Un corpo viaggia di moto rettilineo uniforme quando ne urta centralmente un altro con massa doppia che viaggia nello stesso verso ma a un quarto della sua velocità. Dopo l'urto il primo corpo si ferma. Stabilire se l'urto è elastico e determinare l'intensità della forza impulsiva che si manifesta nell'ipotesi che questa sia costante durante la durata Δt dell'urto.

$$[\text{urto elastico}; F = m v / \Delta t]$$

S10) Due dischi cilindrici di uguale spessore, raggi r e R , costituiti dallo stesso materiale omogeneo sono appoggiati orizzontalmente su una superficie liscia. Il disco di raggio r viene lanciato contro l'altro disco lasciato fermo. Che relazione intercorre fra r e R se, in seguito all'urto centrale elastico il primo disco si arresta?

$$[R = r]$$

S11) Un disco di massa M e raggio R è poggiato orizzontalmente su un piano liscio. Un corpo puntiforme di massa m urta tangenzialmente con velocità v_0 il bordo del disco rimanendovi conficcato. Determinare la traiettoria del centro di massa del sistema dopo l'urto e la sua velocità.

$$[\text{retta distante } mR/(m+M) \text{ dal centro del disco parallela a } v_0; v = m/(m+M)v_0]$$

S12) Un disco di massa M e raggio R è poggiato orizzontalmente su un piano liscio e ruota con velocità angolare ω_0 . A un certo istante una porzione puntiforme di massa m del disco si stacca dal suo bordo. Determinare la traiettoria del centro di massa del disco dopo il distacco e la sua velocità. [retta distante $-mR/(M-m)$ dal centro del disco e parallela a $v_0 = \omega_0 R$; $v = -m/(M-m) v_0$]

S13) Calcolare l'energia che viene dissipata nel momento in cui un carrello di massa $M = 100$ kg con velocità $V = 3$ m/s si aggancia ad un altro carrello di massa $m = 50$ kg che si muove nello stesso verso a $v = 2$ m/s sullo stesso binario.

$$[\Delta E = -16,67 \text{ J}]$$

S14) Un grave viene lanciato da terra verso l'alto con una velocità iniziale v_0 . Raggiunta la massima quota esplode in due frammenti identici che inizialmente viaggiano orizzontalmente con velocità relativa v_0 . Calcolare la massima quota raggiunta e la distanza relativa dei due frammenti quando toccano terra.

$$[h = v_0^2/(2g); d = v_0^2/g]$$

S15) Un corpo di massa m_1 con velocità iniziale v_0 , urta centralmente ma non elasticamente un secondo corpo fermo avente massa m_2 . Dopo l'urto il primo corpo prosegue nella stessa direzione con velocità dimezzata. Ricavare il rapporto fra l'energia cinetica totale dopo e prima dell'urto.

$$[T_f/T_i = \frac{1}{4} (1+m_1/m_2)]$$

S16) Due corpi puntiformi di uguale massa sono appesi allo stesso punto su un soffitto tramite due fili inestensibili di eguale lunghezza. Uno dei due corpi viene posto a 90° rispetto alla verticale mantenendo il filo in tensione e poi lasciato cadere. Quando passa per la verticale urta il secondo

corpo. Determinare il massimo angolo di oscillazione raggiunto dopo l'urto sapendo che esso è completamente anelastico.

$$[\cos\theta = 3/4]$$

S17) La massa puntiforme $m = 10$ g di un pendolo lungo 1 m viene spostata di 60° dalla verticale e lasciata libera. Quando il corpo passa per la verticale urta elasticamente un altro corpo puntiforme di massa $m' = 20$ g. Calcolare la massima ampiezza dell'oscillazione di m dopo l'urto.

$$[\cos\theta = 17/18].$$

S18) Una pallina cade verticalmente dall'altezza $h = 1$ m, rimbalza al suolo e arriva alla quota $h' = 60$ cm dopodiché cade nuovamente e, dopo il nuovo rimbalzo, arriva alla quota h'' . Determinare h'' sapendo che ad ogni urto, parzialmente anelastico, la pallina dissipa la stessa frazione di energia.

$$[h'' = 36 \text{ cm}]$$

S19) Due particelle di ugual massa $m = 1$ kg si muovono di moto rettilineo lungo i due assi cartesiani X, Y. I due moti sono descritti da: 1) $v_x(t) = b + c t$ 2) $y(t) = b t$. Determinare i valori di b e c sapendo che dall'esterno agisce sul sistema una forza F di 10 N e che per $t = t^* = 0$ s la quantità di moto del centro di massa è $P = 2$ kg m/s.

$$[b = 1,4 \text{ m/s}; c = 10 \text{ m/s}^2]$$

S20) Una pallina di massa m viene lanciata orizzontalmente con velocità v_0 da un'altezza h rispetto al suolo. Quando tocca terra subisce un urto parzialmente elastico nel quale perde metà della sua energia cinetica. Determinare la componente orizzontale della quantità di moto della pallina dopo l'urto. Eseguire i calcoli per $m = 50$ g, $v_0 = 5$ m/s

(leggere bene il testo: non occorre conoscere la quota h)

$$[0,25 \text{ kg m/s}]$$

S21) Una pallina cade verticalmente dall'altezza h , rimbalza al suolo e arriva alla quota $h' = h/2$ dopodiché cade nuovamente e, dopo il nuovo rimbalzo, arriva alla quota h'' .

Determinare h'' sapendo che negli urti parzialmente anelastici la pallina dissipa la stessa frazione di energia.

$$[h'' = h'/4]$$

S22) Un punto materiale di massa m_1 ne urta elasticamente un altro di massa m_2 fermo. Dimostrare che dopo l'urto le due velocità non possono essere uguali e concordi. [per assurdo...]

S23) Un punto materiale di massa m urta elasticamente una superficie fissa formando un angolo θ rispetto alla normale. Determinare la velocità del corpo sapendo che nell'urto trasferisce un impulso J alla superficie. Svolgere i calcoli per $m = 1$ kg, $\theta = 60^\circ$, $J = 2$ Ns

$$[2 \text{ m/s}]$$

S24) Un corpo puntiforme di massa $M_1 = m$ viaggia con velocità $v_0 = 6$ m/s quando ne urta centralmente un altro di massa $M_2 = 2m$ dissipando metà dell'energia. Determinare le velocità delle due masse dopo l'urto.

$$[4 \text{ m/s}; 1 \text{ m/s}]$$

S25) Un punto materiale di massa m urta centralmente un corpo fermo di massa M e torna indietro con metà velocità. Determinare se l'energia meccanica del sistema è variata sapendo che $M = 3 m$.

$$[\text{no}]$$

S26) Alle estremità di un'asta lunga L e di massa trascurabile sono poste due masse m e $2m$. L'asta può ruotare senza attrito intorno ad un asse fisso orizzontale passante per il centro dell'asta e ad esso perpendicolare.

Determinare l'accelerazione angolare dell'asta quando, inizialmente ferma, viene lasciata andare dalla posizione orizzontale. Determinare la sua velocità angolare quando si trova in posizione verticale
 $[\alpha = 2/3 \text{ g/L}; \omega = \sqrt{4/3 \text{ g/L}}]$

S27) Un blocco di massa m e velocità iniziale v_0 viaggia su un piano scabro orizzontale e, dopo aver percorso una distanza $d = 1,2 \text{ m}$ dimezza la sua velocità. In quell'istante urta un secondo corpo della stessa massa (inizialmente fermo) e, dopo aver percorso entrambi una distanza d' , i due si arrestano. Determinare d' sapendo che l'urto è completamente anelastico e che i due corpi hanno lo stesso coefficiente d'attrito col piano.
 $[d' = 10 \text{ cm}]$

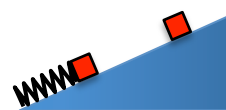
S28) Un corpo puntiforme di massa M viaggia orizzontalmente con energia cinetica T quando esplode in due frammenti. Uno, di massa $M/5$ si ferma; l'altro continua a viaggiare in avanti. Quanta energia è stata sviluppata nell'esplosione? Riportare il risultato come frazione dell'energia cinetica iniziale T .
 $[\Delta E = T/4]$

S29) Una scala di massa trascurabile lunga $L = 2 \text{ m}$ è appoggiata a una parete liscia e forma un angolo di 60° rispetto al pavimento orizzontale scabro ($\mu_s = 0,5$). Un uomo di massa m (non nota) inizia a salire la scala. A che quota può arrivare prima che la scala inizi a slittare?
 $[h = 1,5 \text{ m}]$

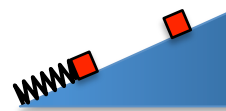
S30) Cadendo, un corpo di massa m_1 con velocità $v_0 = 1 \text{ m/s}$ ne urta centralmente un altro di massa $m_2 = 2 m_1$ che in quel momento è fermo in aria. Determinare le velocità delle due masse subito dopo l'urto in cui viene dissipata metà dell'energia cinetica. $[(2/3 v_0; 1/6 v_0) \text{ oppure } (0; 1/2 v_0)]$

S31) Un proiettile di massa $m = 20 \text{ g}$ penetra per una profondità $d = 11 \text{ cm}$ in un blocco di legno (di massa $M = 200 \text{ g}$) tenuto rigidamente fermo. Di quanto penetrerebbe il proiettile se il blocco, inizialmente fermo, fosse lasciato libero di muoversi? Supporre che la forza che frena il proiettile sia costante e uguale nei due casi e che il piano di appoggio del blocco sia liscio. (sugg.: il lavoro necessario per arrestare il proiettile...)
 $[d' = 10 \text{ cm}]$

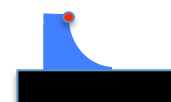
S32) Un corpo puntiforme scende, partendo da fermo, lungo un piano inclinato liscio. Quando ha acquistato un'energia cinetica pari a 2 J urta, rimanendovi attaccato, un corpo identico, inizialmente fermo, collegato con una molla di costante elastica $k = 200 \text{ N/m}$. Determinare la massima compressione della molla trascurando la variazione di quota durante la sua compressione.
 $[\Delta x = 10 \text{ cm}]$

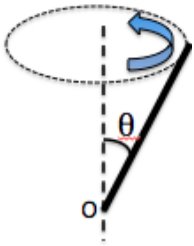


S33) Un corpo puntiforme di massa $m = 0,5 \text{ kg}$ scende, partendo da fermo, lungo un piano liscio inclinato di $\theta = 30^\circ$. Ad un certo istante urta, rimanendovi attaccato, un corpo identico, inizialmente fermo, collegato con una molla di costante elastica 40 N/m che si comprime di Δx . Sapendo che nel processo sono stati complessivamente dissipati $\Delta E = 10 \text{ J}$, determinare la velocità del primo corpo al momento dell'urto. [Non tutti i dati riportati sono necessari per la soluzione]
 $[v = \sqrt{80} \text{ m/s}]$



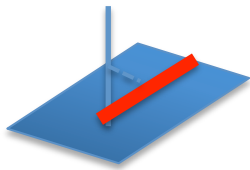
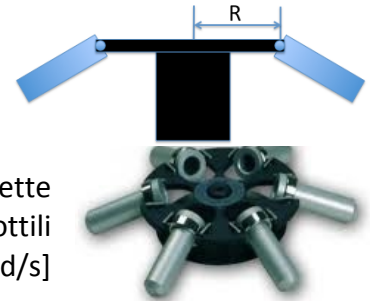
S34) Su uno scivolo liscio inizialmente fermo la cui sezione è un quarto di circonferenza di raggio $R = 30 \text{ cm}$ viene fatto scendere, con velocità iniziale nulla, un punto materiale di massa m da un'altezza R rispetto al piano orizzontale liscio su cui è posto lo scivolo. La massa dello scivolo è $M = 2 \text{ m}$. Qual è la velocità dello scivolo dopo che il punto ha raggiunto il piano orizzontale?
 $[V = 0,99 \text{ m/s}]$





S35) Un'asta omogenea di massa m lunga L ruota con velocità angolare ω intorno ad un asse inclinata di $\theta = 15^\circ$. Determinare il momento della forza centrifuga rispetto al polo O.
 $[M = m/12 \omega^2 L^2]$

S36) Una centrifuga da laboratorio a bracci mobili sta girando ad una velocità tale per cui le provette formano un angolo di 60° rispetto alla verticale. Il supporto di ogni provetta è fissato a $R = 5$ cm dall'asse della centrifuga. Le provette sono lunghe $d = 6$ cm. Determinare la velocità di rotazione della centrifuga ipotizzando che le provette e il loro contenuto siano ben approssimate da sbarrette omogenee sottili ognuna di massa $m = 10$ g.
 $[\omega = 14,2 \text{ rad/s}]$



S37) Determinare il momento d'inerzia di un'asta sottile omogenea di massa $M = 500$ g e lunghezza 60 cm rispetto ad un asse perpendicolare al piano passante per l'asta e distante $L = 30$ cm dal suo centro di massa.
 $[0,06 \text{ kg m}^2]$

S38) Determinare il momento d'inerzia di una lastra omogenea quadrata di massa M e lato L libera di ruotare intorno ad un asse ad essa complanare passante per uno dei lati. $[I = M L^2/3]$

S39) Un solido è costituito da una sfera di ferro ($\rho_1 = 7,8 \text{ g/cm}^3$) di raggio $R_1 = 2$ cm ricoperta da un guscio sferico concentrico di alluminio ($\rho_2 = 2,7 \text{ g/cm}^3$) spesso 1 cm (raggio interno R_1 e raggio esterno $R_2 = 3$ cm). Determinare il momento d'inerzia della sfera rispetto ad un asse baricentrale
 $[I_{\text{sfera piena}} = 2/5 M R^2]$ $[8/15 \pi (\rho_1 R_1^5 + \rho_2 R_2^5 - \rho_2 R_1^5)]$

S40) Ricavare l'espressione del momento d'inerzia di una lastra omogenea a forma di settore circolare pari a un quarto di cerchio libera di ruotare intorno ad un asse perpendicolare passante per il vertice del settore. Il settore circolare ha raggio R e massa M . $[I = MR^2/2]$

S41) Un cilindro omogeneo di raggio $R = 1$ cm e altezza $h = 10$ cm rotola senza strisciare su un piano scabro. Il cilindro è costituito da un materiale omogeneo di densità $d = 4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. Determinare il momento d'inerzia del cilindro calcolato rispetto all'asse istantaneo di rotazione.
 $[I = 6 \pi 10^{-2} \text{ kg m}^2]$

S42) Su un disco omogeneo di massa M e raggio R viene praticato un foro di raggio $r = R/3$ a distanza $R/2$ dal centro O . Determinare la posizione del centro di massa del disco forato e il suo momento d'inerzia calcolato rispetto a un asse perpendicolare al disco e passante per O .
 $[\text{il centro di massa è a } -R/16 \text{ rispetto a } O; I = 151/324 MR^2]$

S43) Al centro di un disco omogeneo di massa m e raggio $2R$ viene effettuato un foro concentrico di raggio R . Determinare il momento d'inerzia rispetto ad un asse perpendicolare al disco e passante a distanza $3/2 R$ dal centro.
 $[I = 57/16 m R^2]$

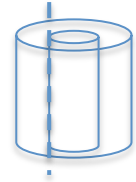
S44) Una puleggia è costituita da due dischi omogenei coassiali solidamente uniti fra loro. Il disco maggiore ha raggio $R = 4$ cm; il minore ha raggio $r = 3$ cm; entrambi i dischi hanno massa 40 g. Determinare il momento d'inerzia della puleggia calcolato rispetto all'asse baricentrale e rispetto ad un asse passante a 3 cm dal centro.
 $[I_{\text{CM}} = 500 \text{ gcm}^2; I_a = 1220 \text{ gcm}^2]$

S45) Calcolare, rispetto a un asse perpendicolare passante per il suo centro, il momento d'inerzia di un disco omogeneo di massa M e raggio R dal quale viene poi asportato un settore circolare ampio 90° .

$$[I = 3/8 M R^2]$$

S46) Determinare il momento d'inerzia di un cilindro cavo (raggio interno R_1 ; raggio esterno R_2 , massa M) rispetto a un asse parallelo a quello baricentrale distante R_1 da esso

$$[I = M(R_1^2 + \frac{1}{2} R_2^2)]$$

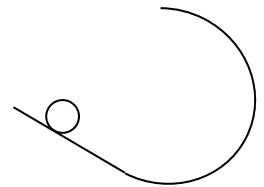


S47) Un disco omogeneo di massa M e raggio R viene lanciato con velocità v_0 su un piano orizzontale scabro. La forza d'attrito trasforma il moto iniziale di pura traslazione in un moto rototraslatorio che, dopo avere percorso la distanza d , diventa di puro rotolamento con velocità traslazionale $2/3 v_0$. Quanta energia viene dissipata in totale dopo che il disco ha percorso complessivamente la distanza $2d$ dal punto del lancio?

$$[\Delta E = -1/6 M v_0^2]$$

S48) Un cilindro omogeneo di massa m e raggio r rotola senza strisciare lungo un piano inclinato scabro partendo da fermo dalla quota h . In fondo al piano inclinato è posta una guida circolare liscia di raggio $R > h$. Quale altezza massima h' raggiunge il corpo?

$$[h' = 2/3 h]$$



S49) Un cilindro di massa m e raggio R viene lanciato con velocità v_0 traslatoria su un tratto di piano orizzontale scabro (μ_d noto). Determinare il tempo necessario per percorrerne un tratto di lunghezza d sapendo che nel frattempo il moto diventa di puro rotolamento.

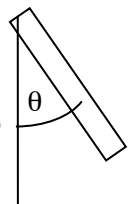
$$[t = 3/2 d/v_0 + v_0/(12\mu_d g)]$$

S50) Un cilindro omogeneo di massa M e raggio $R=10$ cm ruota a velocità $\omega_0 = 3$ rad/s intorno al suo asse quando viene appoggiato su un piano orizzontale scabro con coefficiente di attrito dinamico μ_d e lasciato libero di muoversi. Determinare la velocità di traslazione del cilindro quando inizia il puro rotolamento. [l'accelerazione del centro di massa e quella di rotazione sono costanti fino al raggiungimento del puro rotolamento...]

$$[v = \omega_0 R/3]$$

S51) Un'asta di massa m e lunghezza h è vincolata a ruotare intorno a un perno orizzontale scabro posto in prossimità di una estremità. L'asta è inizialmente in posizione orizzontale ($\theta = 90^\circ$) quando viene lasciata cadere. Quanto vale il momento della forza di attrito M_A esercitato dal perno se quando l'asta passa la prima volta per la posizione di equilibrio ($\theta = 0^\circ$) è stata dissipata metà dell'energia meccanica? Supporre costante M_A durante il moto dell'asta.

$$[M_A = m g h / (2\pi)]$$

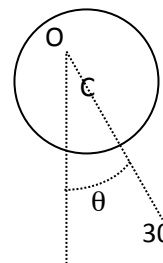


S52) Un pendolo è costituito da un'asta leggera lunga L libera di ruotare intorno a un perno orizzontale passante per una estremità. L'altra estremità è fissata al centro di un disco omogeneo di raggio r giacente nel piano dell'oscillazione. Determinare, per piccole oscillazioni, la pulsazione del moto.

$$[\Omega^2 = gL/(\frac{1}{2}r^2 + L^2)]$$

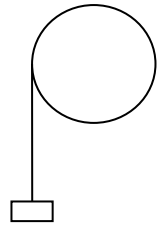
S53) Un disco omogeneo di massa m e raggio r è libero di muoversi nel piano verticale ruotando intorno ad un perno orizzontale privo di attrito passante per il punto O distante $r/2$ dal centro C del disco. Calcolare il periodo delle piccole oscillazioni.

$$[T = 2\pi \sqrt{3/2 r/g}]$$



S54) Un oggetto di massa $m = 4 \text{ kg}$ è appeso tramite un filo flessibile e senza peso a una puleggia cilindrica di massa $M = m$ e raggio $R = 10 \text{ cm}$ che può ruotare intorno a un asse orizzontale. Se il corpo scende con accelerazione $g/3$ quanto vale il momento M_A delle forze di attrito fra disco e perno?

$$[M_A = 1,96 \text{ Nm}]$$



S55) Una carrucola di massa M e raggio R ruota intorno a un asse orizzontale fisso passante per il suo centro. Intorno alla carrucola è avvolta una fune ideale a cui è appeso un corpo puntiforme di massa $m = M/2$. Il corpo viene lasciato cadere. Calcolare la tensione della fune sapendo che l'attrito fra il perno e la carrucola genera un momento frenante (coppia) M_{ATT} .

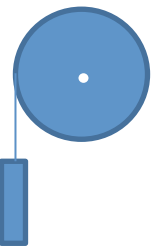
$$[T = \frac{1}{2} (mg + M_{ATT}/R)]$$

S56) Un disco di massa M e raggio R è libero di ruotare intorno all'asse baricentrale orizzontale. Una fune di massa trascurabile è avvolta intorno al disco e porta appesa all'estremità libera una massa m . Determinare la velocità angolare del disco quando la fune, inizialmente ferma, si è srotolata di un tratto pari alla circonferenza.

$$[v^2 = 4\pi mgR/(m+M/2)]$$

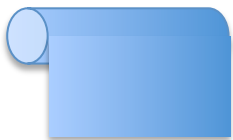
S57) Una ruota di bicicletta (di massa $m = 2 \text{ kg}$) ruota intorno a un perno orizzontale fisso passante per il suo centro. I raggi della ruota (di massa trascurabile) sono lunghi 30 cm . Attorno al bordo esterno viene avvolta una fune ideale a cui è appeso un corpo puntiforme di massa m . Il corpo viene lasciato cadere. Calcolare la tensione della fune sapendo che l'attrito fra il perno e la ruota genera un momento frenante (coppia) $M_A = 2 \text{ Nm}$.

$$[T = 13,13 \text{ N}]$$



S58) Un corpo di massa $m_1 = 2 \text{ kg}$ è appeso a una fune ideale arrotolata intorno a un disco di massa $m_2 = 20 \text{ kg}$ e momento d'inerzia $I = 0,1 \text{ kg m}^2$ libero di ruotare intorno al suo asse baricentrale orizzontale fisso. Quale momento di forze di attrito M_{Att} è presente sull'asse se il corpo scende a velocità costante?

$$[M_A = 1,96 \text{ Nm}]$$



S59) Su un rullo orizzontale cilindrico omogeneo lungo $L = 1 \text{ m}$, di massa $m = 10 \text{ kg}$ e raggio $R = 10 \text{ cm}$ è stata avvolta una saracinesca (approssimabile con un nastro omogeneo largo L , spesso $0,5 \text{ cm}$ e di densità 2 g/cm^3) lunga $H = 3 \text{ m}$. Il sistema, inizialmente fermo, viene lasciato libero di srotolarsi. Ricavare con considerazioni energetiche la velocità angolare del supporto quando la saracinesca si è completamente srotolata (assumere che il suo moto sia perfettamente verticale).

$$[\omega = 47 \text{ rad/s}]$$

S60) Un'asta omogenea di massa M e lunghezza L è libera di ruotare intorno a un perno orizzontale privo di attrito passante per una estremità. Un oggetto puntiforme di massa m colpisce orizzontalmente alla velocità v_0 l'estremità inferiore dell'asta restandovi conficcato.

- Se nell'urto viene dissipato un terzo dell'energia cinetica iniziale, quanto vale il massimo valore assunto dall'angolo θ ?

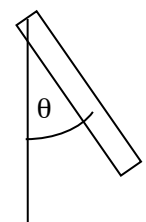
$$\{\cos\theta = 1 - (1/3 mv_0^2)/[(M/2+m) g L]\}$$

- Che rapporto deve esistere fra le masse m e M affinché nell'urto si perda $1/3$ dell'energia cinetica iniziale?

$$[m/M = 2/3]$$

- Se la massa m non rimanesse conficcata nell'asta con quale frequenza oscillerebbe l'asta? (Supporre valida l'approssimazione $\sin\theta = \theta$)

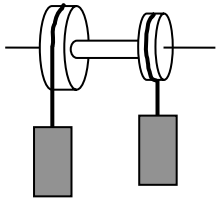
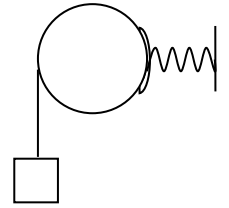
$$[\nu = 1/(2\pi) \sqrt{3/2 g/L}]$$



S61) Un cilindro cavo di massa M , raggio R e spessore trascurabile, scende rotolando senza strisciare lungo un piano inclinato. Il baricentro del cilindro acquista una velocità v dopo essere

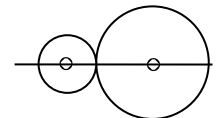
sceso di una quota h . Se con un lubrificante venisse eliminato l'attrito da quale quota h' dovrebbe scendere il cilindro per arrivare nello stesso punto con la stessa velocità v ? [$h' = \frac{1}{2} h$]

S62) Su un cilindro libero di ruotare intorno a un perno passante per il suo asse baricentrico è avvolta una fune ideale alla quale è appesa una massa m . Lateralmente una molla di costante elastica k , vincolata a muoversi orizzontalmente, è compressa della quantità d . La molla preme su un freno di massa trascurabile sulla cui superficie agisce una forza di attrito di coefficiente statico μ_s . Qual è il massimo valore di m affinché la fune non si srotoli?
[$m = \mu_s k d / g$]



S63) Un sistema rigido è costituito da due pulegge di raggi R_1 e R_2 e da una sbarra di collegamento di raggio trascurabile. I tre elementi sono di materiali omogenei ma diversi perché hanno la stessa massa M . Sulle due pulegge sono arrotolate in versi opposti due funi ideali alle cui estremità sono appese due masse m uguali. Determinare l'accelerazione del sistema. [Suggerimento: iniziare col calcolare il momento d'inerzia assiale del sistema rotante] $\{\alpha = mg(R_1 - R_2) / [(M/2 + m)(R_1^2 + R_2^2)]\}$

S64) Due dischi omogenei di ugual spessore, masse m e $M = 2m$ e raggi r e $R = 2r$ giacciono su un piano e sono saldati in un punto della circonferenza. Determinare la posizione del centro di massa del sistema e valutarne il momento d'inerzia rispetto ad un asse perpendicolare al piano e passante per il centro di massa

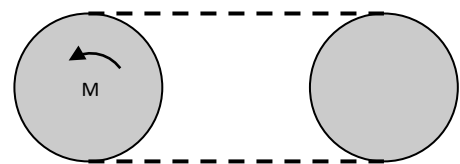


[il CM è a distanza r dal punto di saldatura; $I_{CM} = 21/2 m r^2$]

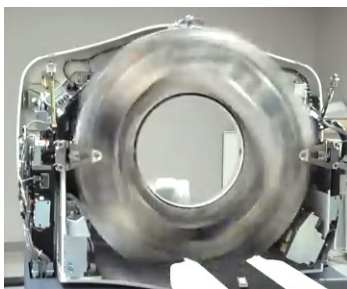
S65) Un cilindro inizialmente fermo scende (puro rotolamento) lungo un piano inclinato di un angolo θ e, dopo aver percorso un tratto L , acquista una velocità v . Viene lasciato scendere da fermo anche un cubo con la stessa massa che, dopo aver percorso lo stesso tratto L , raggiunge la stessa velocità v . Calcolare il coefficiente di attrito dinamico.
[$\mu = 1/3 \tan \theta$]

S66) Due corpi A e B puntiformi di massa M sono collegati da una barretta leggera lunga L . Calcolare il momento d'inerzia per una rotazione del sistema intorno ad un asse ortogonale alla barretta e passante per il suo punto distante x dal corpo A. Determinare il minimo valore di I e il valore di x corrispondente.
[$I_{min} = \frac{1}{2} M L^2$; $x = L/2$]

S67) Una coppia motrice M viene applicata ad un volano di raggio R e momento d'inerzia I . Il moto rotatorio viene trasmesso da una cinghia ad un secondo volano identico al primo. Gli assi dei due volani sono fissi e paralleli. Determinare la differenza di tensione tra i due tratti di cinghia non a contatto con i volani.



$$[T_{sup} - T_{inf} = M / (2R)]$$



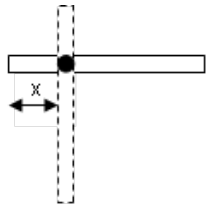
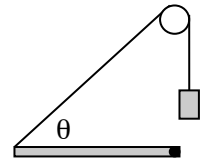
S68) L'apparato rotante di un tomografo a raggi X può essere schematizzato come un anello omogeneo di diametro interno 80 cm, diametro esterno 1,4 m e massa 800 kg. Quanto lavoro deve compiere il motore per portarlo da fermo alla massima velocità di rotazione che è 3 giri/s? [$I = \frac{1}{2} M (R_{int}^2 + R_{ext}^2)$]



$$[L = 46,2 \text{ kJ}]$$

S69) Una sbarra omogenea di massa M e lunghezza L è incernierata ad una estremità mentre è collegata ad una fune ideale all'altra. La fune forma un angolo di 45° con la sbarra, passa nella gola di una puleggia ed è fissata ad una massa m libera di scendere verticalmente. Che relazione deve intercorrere fra le due masse affinché la sbarra inizi a sollevarsi?

$$[M/m < \sqrt{2}]$$

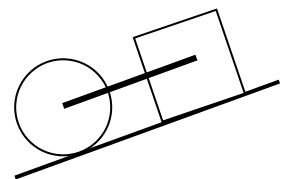


S70) Una sbarra omogenea di massa M e lunghezza L è libera di ruotare senza attriti intorno ad un asse orizzontale posto a distanza x da una estremità. Viene lasciata cadere dalla posizione orizzontale. Quando la sbarra arriva in posizione verticale ha acquistato una velocità angolare ω . Ricavare l'espressione di ω in funzione di x .

$$\omega = \sqrt{\frac{2g(L/2-x)}{L^2/12 + (L/2-x)^2}}$$

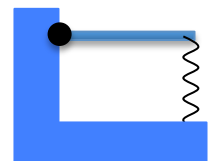
S71) Un cilindro omogeneo di massa M e raggio R scende lungo un piano inclinato di un angolo θ senza strisciare. Al suo asse sono collegate esternamente due sbarre rigide leggere connesse, all'altra estremità, a un cubo omogeneo di massa M ; il coefficiente di attrito dinamico cubo-piano inclinato vale μ . Descrivere il moto del sistema [le sbarre sono parallele al piano inclinato].

$$[a = g(4/5 \sin \theta - 2/5 \mu \cos \theta); \alpha = a/R]$$



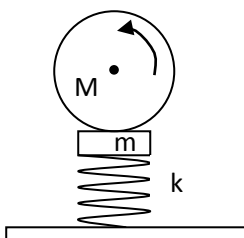
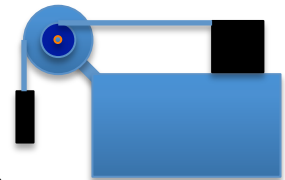
S72) Un'asta omogenea di massa M e lunghezza L ha un'estremità incernierata a una parete. All'altra estremità è posta verticalmente una molla di costante elastica k , poggiata a terra e compressa di $L/4$. In queste condizioni l'asta è in equilibrio e in posizione orizzontale; ricavare la relazione fra k e M e la forza agente sulla cerniera.

$$[k = 2Mg/L; R_x = 0; R_y = -Mg/2]$$



S73) Su un piano orizzontale liscio è appoggiato un blocco di massa M collegato tramite un filo ideale a una puleggia di raggio R . La puleggia è costituita da due dischi concentrici. Intorno a quello di raggio $2R$ è avvolto un altro filo ideale alla cui estremità è appesa una massa $m = M/4$. Determinare l'accelerazione angolare della puleggia sapendo che ha un momento d'inerzia I rispetto all'asse di rotazione.

$$[\alpha = 2mgR/(I + 4mR^2 + MR^2)]$$

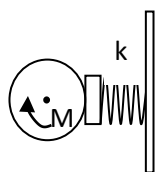


S74) Un disco omogeneo di massa M e raggio R ruota intorno ad un perno fisso passante per l'asse baricentrale con velocità angolare iniziale ω_0 . Un blocco di massa m , vincolato a muoversi verticalmente, viene spinto contro il disco da una molla di costante elastica k compressa di una quantità Δx . Noto il coefficiente di attrito dinamico μ fra il blocco e il disco, dopo quanto tempo il disco si ferma? Determinare la reazione vincolare offerta dal perno.

$$\{t = \omega_0 MR/[2\mu(k\Delta x - mg)]; R_x = \mu(k\Delta x - mg); R_y = Mg - (k\Delta x - mg)\}$$

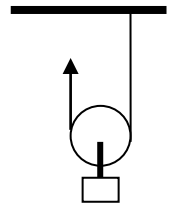
S75) Un disco omogeneo di massa $M = 0,5$ kg e raggio $r = 10$ cm ruota in senso orario intorno ad un perno fisso passante per l'asse baricentrale. Un blocco di massa trascurabile, vincolato a muoversi orizzontalmente, viene spinto contro il disco da una molla di costante elastica $k = 100$ N/m compressa di una quantità $\Delta x = 3$ cm. Noto il coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0,3$ fra il blocco e il disco, determinare modulo e direzione della reazione vincolare offerta dal perno.

$$[R = 5 \text{ N}; \arctg(3/4) \text{ verso l'alto a destra, in figura}]$$



S76) Una puleggia è collegata come in figura. All'estremità libera della fune viene applicata una forza F ; a quale accelerazione viene sottoposto il corpo di massa m appeso? La fune scorre senza slittare sulla puleggia (disco omogeneo di raggio R) che ha massa M .

$$[a = \{2F - (M+m)g\} / (m + 3/2M)]$$



S77) All'interno di un cilindro cavo omogeneo di massa m , raggio R e spessore trascurabile viene inserito un altro cilindro omogeneo pieno di massa M e raggio R . Il sistema inizialmente fermo viene lasciato scendere rotolando senza strisciare per un tratto d lungo un piano inclinato. Determinare la relazione fra la velocità finale nel caso in cui fra i due cilindri non c'è nessun attrito e la velocità finale nel caso in cui i due cilindri sono solidalmente connessi.

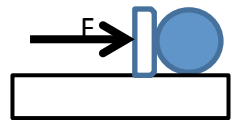
$$[\text{il rapporto fra i quadrati delle velocità è } (4m + 2M) / (4m + 3M)]$$

S78) Una sfera omogenea di raggio $R = 2 \text{ cm}$ e massa $M = 250 \text{ g}$ ruota intorno a un perno fisso passante per un suo asse baricentrale. A causa dell'attrito col perno, che produce un momento (coppia) frenante M_A costante, l'energia cinetica iniziale della sfera, pari a 1 J , viene dissipata integralmente dopo 50 giri. Calcolare l'accelerazione angolare della sfera. ($I_{CM} = 2/5 MR^2$)

$$[\alpha = 250/\pi \text{ rad/s}^2]$$

S79) Un cilindro omogeneo di massa M e raggio R rotola senza strisciare su un piano orizzontale spinto da un blocco scabro di massa trascurabile sul quale è applicata una forza orizzontale F costante diretta verso il centro del disco. Detto μ_d il coefficiente d'attrito tra blocco e cilindro, determinare l'accelerazione del centro di massa del cilindro (considerare trascurabile l'attrito fra il blocco e il piano)

$$[a = 2/3 (1 - \mu_d) F/M]$$

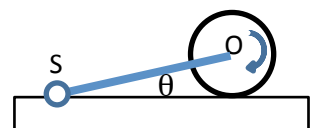


S80) Un disco omogeneo ruota con velocità iniziale ω_0 intorno a un asse perpendicolare scabro passante per il suo centro. Calcolare la velocità angolare del disco al termine del primo giro sapendo che il momento di attrito costante dissipa tutta l'energia al decimo giro. [$\omega = 3/\sqrt{10} \omega_0$]

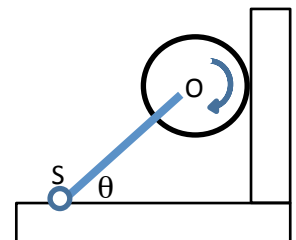
S81) Un cilindro omogeneo di massa m e raggio r rotola lungo un piano inclinato. Qual è la massima inclinazione del piano oltre la quale il moto non è più di rotolamento puro? [$\tan \theta < 3 \mu_s$]

S82) Un cilindro omogeneo di raggio R e massa m ruota intorno al suo asse baricentrale O . L'asse O è vincolato a uno snodo nel punto fisso S mediante un'asta rigida leggera OS che forma un angolo θ rispetto al piano. Il cilindro viene poggiato su un piano ruvido orizzontale con coefficiente d'attrito μ_d . Determinare l'accelerazione angolare del cilindro.

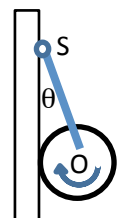
$$[\alpha = (2 \mu_d g/R) / (1 + \mu_d \tan \theta)]$$



S83) Un cilindro omogeneo di raggio R e massa m ruota intorno al suo asse baricentrale O . L'asse O è vincolato a uno snodo nel punto fisso S mediante un'asta rigida leggera OS che forma un angolo θ rispetto al piano orizzontale. Il cilindro viene poggiato su un piano ruvido verticale con coefficiente d'attrito μ_d perpendicolare a un piano orizzontale contenente lo snodo S . Determinare l'accelerazione angolare del cilindro. [$\alpha = (2 \mu_d g/R) / (\tan \theta + \mu_d)$]



S84) Un cilindro omogeneo di raggio R e massa m ruota intorno al suo asse baricentrale O . L'asse O è vincolato a uno snodo nel punto fisso S mediante un'asta rigida leggera OS che forma un angolo θ rispetto al piano. Il cilindro viene poggiato su una parete ruvida

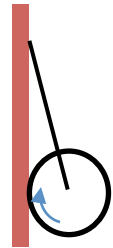


verticale con coefficiente d'attrito μ_d . Determinare l'accelerazione angolare del cilindro.

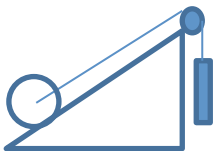
$$[\alpha = (2 \mu_d g/R)/(\cot\theta - \mu_d)]$$

S85) Un disco omogeneo di massa M e raggio R viene appeso, tramite un filo collegato a un perno orizzontale passante per il suo baricentro, a una parete scabra. Detto θ l'angolo formato fra il filo e la parete e μ_d il coefficiente di attrito dinamico, determinare la tensione del filo nel caso in cui il disco ruoti nel verso indicato in figura.

$$[T = Mg/(\cos\theta - \mu_d \sin\theta)]$$



S86) Un pattinatore di massa m e momento d'inerzia I_0 sta traslando sul ghiaccio con velocità v_0 e contemporaneamente eseguendo una piroetta su se stesso. In quell'istante ha una energia cinetica T . Subito dopo, mentre ancora trasla e ruota su se stesso, allarga le braccia portando il suo momento d'inerzia a 1,2 volte quello iniziale. Calcolare l'energia cinetica finale ipotizzando trascurabile l'attrito. Dati: $T = 80 \text{ J}$; $m = 60 \text{ kg}$, $v_0 = 1 \text{ m/s}$; $I_0 = 1 \text{ kg m}^2$. [$T' = 71,66 \text{ J}$]



S87) Un cilindro omogeneo di massa M e raggio R sta risalendo lungo un piano inclinato di 30° rotolando senza strisciare. Un filo ideale collegato all'asse del cilindro lo trascina verso l'alto perché all'altra estremità è appeso un corpo di massa $m = M/2$. Determinare la tensione del filo trascurando la massa della puleggia. [$T = mg$]

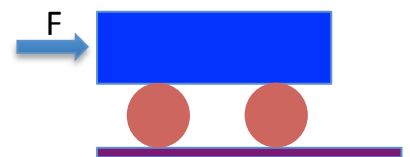
S88) Durante una seduta di riabilitazione un ragazzo di massa $M = 60 \text{ kg}$ cammina a 1 m/s (fermo sul posto) su un semplice tapis roulant senza motore né freno. Il tappeto può essere schematizzato come una lamina sottile di massa trascurabile avvolta attorno a due cilindri omogenei di massa $m = 10 \text{ kg}$ e raggio $R = 5 \text{ cm}$ i cui assi sono distanti $1,2 \text{ m}$. Quanto lavoro ha compiuto il ragazzo per arrivare, da fermo a quella velocità? Trascurare il lavoro muscolare necessario per sollevare i piedi ad ogni passo. La soluzione non richiede l'uso di tutti i dati.

$$[L = 5 \text{ J}]$$



S89) Una lastra di dimensioni opportune e massa M viene appoggiata su due cilindri omogenei di raggio r e massa m a loro volta appoggiati su una superficie orizzontale. Il coefficiente di attrito statico fra piastra e i cilindri e fra i cilindri e la superficie di appoggio è lo stesso. Sapendo che il moto dei cilindri è di puro rotolamento (quindi i due punti di contatto di ogni ruota sono fermi) e che la piastra trasla con velocità costante v , determinare l'intensità della forza orizzontale F e la velocità del centro di massa del sistema.

$$[F=0, v_{CM} = v (M+m)/(M+2m)]$$



S90) Una piattaforma circolare omogenea di raggio R e massa M è libera di ruotare orizzontalmente attorno ad un asse verticale passante per il suo centro. Sul perimetro della piattaforma è posto un cannoncino di massa m che può sparare un proiettile di massa m' . Il sistema è inizialmente in rotazione alla velocità ω . Con quale velocità minima e in quale direzione e verso deve essere sparato il proiettile affinché la piattaforma si fermi (fare un disegno approssimativo). [durante l'esplosione non si conserva la quantità di moto del sistema]

$$[v = \omega R (1/2 M + m + m')/m']$$

S91) Una piattaforma circolare omogenea di massa $M = 163 \text{ kg}$ e raggio $R = 2 \text{ m}$ inizialmente ferma è libera di ruotare intorno all'asse baricentrale verticale. Seduto sul bordo della piattaforma un uomo di massa $M_u = 60 \text{ kg}$ lancia orizzontalmente un sasso di massa $m = 400 \text{ g}$ alla velocità v_0 di 10 m/s formando un angolo $\theta = 45^\circ$ rispetto alla tangente alla piattaforma. Determinare la velocità angolare della piattaforma dopo il lancio.

$$[\omega = 0,01 \text{ rad/s}]$$

{Un disegno aiuta a calcolare il momento angolare del sasso}

S92) Un corpo puntiforme di massa m in moto rettilineo con velocità v_0 urta un disco omogeneo di massa M e raggio R libero di ruotare intorno ad un perno verticale passante per il suo centro. Sapendo che la traiettoria iniziale è tangente al bordo del disco e che dopo l'urto il corpo resta conficcato nel disco inizialmente fermo, calcolare la velocità del sistema dopo l'urto. [la reazione vincolare esercitata dal perno durante l'urto non è trascurabile]

$$[\omega = mv/(\frac{1}{2}MR + mR)]$$

S93) Una sbarretta omogenea di massa M e lunghezza L è incernierata ad una estremità su un piano orizzontale liscio ed è inizialmente ferma. Un punto materiale di massa $M/3$ colpisce perpendicolarmente con velocità v la sbarretta all'altra estremità. Determinare la velocità angolare della sbarretta e la velocità del punto materiale dopo l'urto sapendo che non è trascurabile la forza vincolare impulsiva esercitata dalla cerniera durante l'urto che è elastico.

$$[\omega = v/L; v' = 0]$$

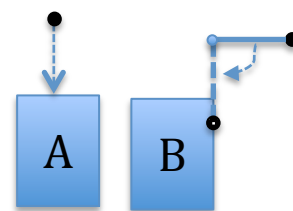
S94) Un disco di massa $M = 400 \text{ g}$ e raggio $R = 20 \text{ cm}$ inizialmente fermo è libero di ruotare intorno ad un asse fisso verticale, ad esso perpendicolare, passante per un punto del bordo. Il punto diametralmente opposto viene colpito da un corpo puntiforme di massa $m = 20 \text{ g}$ con velocità $v_0 = 10 \text{ m/s}$ tangente alla circonferenza. Considerando l'urto completamente anelastico determinare in quanto tempo il disco compie un giro completo.

$$[t = 2,14 \text{ s}]$$

S95) Un'asta di massa M e lunghezza L è incernierata ad una estremità ad un piano orizzontale. Viene inclinata di 60° rispetto alla verticale e lasciata cadere. Quanto vale la velocità dell'estremità non incernierata nel momento in cui l'asta tocca terra?

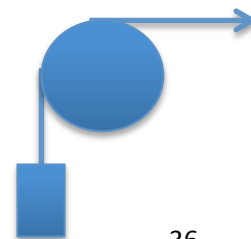
$$[v = \sqrt{3/2 g L}]$$

S96) Per verificare la resistenza agli urti di una apparecchiatura elettromedicale viene lasciata cadere da $1,3 \text{ m}$ di altezza, sulla sua superficie orizzontale, una sfera di massa $0,5 \text{ kg}$ (configurazione A). Assumendo che la massa sia puntiforme e l'urto sia perfettamente elastico determinare l'impulso trasmesso alla superficie. Per applicare il test alle superfici verticali (configurazione B) la stessa sfera viene legata a un filo approssimativamente ideale di lunghezza opportuna e lasciato cadere a partire da una posizione in cui il filo è perfettamente teso in direzione orizzontale. Determinare la lunghezza del filo affinché l'impulso trasferito sia lo stesso nei due casi.



S97) Un carrello è costituito da un pianale, un telaio e 4 ruote cilindriche ognuna di massa $m = 5 \text{ kg}$ per una massa complessiva $M = 100 \text{ kg}$. Un sistema di respingenti assimilabile a una molla di costante elastica K può arrestare il carrello in $d = 40 \text{ cm}$ se inizialmente viaggia a $v_0 = 1 \text{ m/s}$. Determinare K nell'ipotesi che il moto delle ruote sia di puro rotolamento. $[687,5 \text{ N/m}]$

S98) Una puleggia di massa M e raggio R è libera di ruotare intorno ad un asse orizzontale. Un corpo di massa m viene appeso tramite una fune che passa sulla puleggia mettendola in rotazione. L'altra estremità della fune è sottoposta all'azione di una forza F orizzontale costante. Quanto deve valere F perché m si



muova con accelerazione g ?

$$[F=(2m+M/2)g]$$

S99) Un disco ($R = 0,5 \text{ m}$; $M = 4 \text{ kg}$) ruota intorno al suo asse a velocità angolare decrescente a causa dell'attrito col perno e la presenza di un freno che, strusciando sul suo bordo, esercita una forza di attrito $F = 1 \text{ N}$. Determinare il momento delle forze d'attrito esercitato dal perno sapendo che ogni 2 secondi la velocità angolare si riduce di 4 rad/s .

$$[M_A = 0,5 \text{ Nm}]$$

S100) Un'estremità di un'asta sottile omogenea di massa $m = 2 \text{ kg}$ e lunga $L = 50 \text{ cm}$ è fissata a una parete tramite una cerniera (l'attrito sviluppa un momento costante $M_{\text{Att}} = 2 \text{ Nm}$). L'asta, inizialmente ferma in posizione orizzontale, viene lasciata libera di ruotare verso la parete. Determinare l'accelerazione angolare nell'istante in cui l'asta inizia a ruotare e l'energia cinetica al momento dell'urto.

$$[17,4 \text{ rad/s}^2; 1,77 \text{ J}]$$

S101) Determinare la pulsazione per piccole oscillazioni di un'asta omogenea di massa M e lunghezza L vincolata a ruotare intorno a un perno orizzontale liscio posto al centro. Ad un'estremità dell'asta è fissata una massa $M/2$; all'altra una massa $M/3$.

$$[\Omega^2 = (11/39) g/L]$$

S102) Un disco omogeneo di massa $M = 1 \text{ kg}$ ruota senza strisciare lungo un piano orizzontale scabro. Sapendo che in un tempo $\Delta t = 2 \text{ s}$ il disco compie $n = 10$ giri e percorre una distanza $d = 20 \text{ m}$ determinarne il raggio e l'energia cinetica.

$$[1/\pi \text{ m}; 75 \text{ J}]$$

S103) Un'asta sottile è costituita da due elementi omogenei lunghi L e di masse M_1 e M_2 . Preso un punto O sull'asse dei due elementi, determinare la distanza x di O dal punto di giunzione dei due elementi affinché il momento d'inerzia rispetto a un asse passante per O e perpendicolare all'asta sia il più piccolo possibile. [determinare $I(x)$ e poi calcolarne il minimo] $[x = L/2 (M_1 - M_2)/(M_1 + M_2)]$

S104) Una molla ideale di costante elastica k e lunghezza a riposo l_0 è poggiata su un piano orizzontale liscio. Un'estremità della molla è fissata a una parete, l'altra a una sferetta di massa M . Una seconda sferetta di massa m e energia cinetica T verso la prima con la direzione dell'asse della molla. Determinare di quanto si contrae la molla in seguito all'urto completamente anelastico delle due sferette.

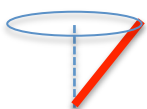
$$\{\Delta x = \{2mT/[k(m+M)]\}^{1/2}$$

S105) Un'asta sottile omogenea di massa M è incernierata all'estremità superiore ad un perno orizzontale liscio. All'estremità inferiore è applicata una forza verticale incognita che tiene l'asta in equilibrio inclinata rispetto alla verticale. Determinare direzione, verso e intensità della reazione verticale esercitata dal perno.

$$[\text{verticale, verso l'alto, } Mg/2]$$



S106) Un carrello di massa M_1 si muove con velocità v_0 lungo un binario orizzontale finché urta il respingente di un altro carrello di massa M_2 inizialmente fermo. Dopo l'urto i due carrelli rimangono agganciati. Schematizzando il respingente posto fra i due carrelli come una molla di costante elastica K che si è compressa di una quantità d , ricavare l'espressione che determina quanta energia è stata dissipata nell'urto. $\{1/2[M_1 M_2 / (M_1 + M_2) v_0^2 - kd^2]\}$



S107) Determinare il momento d'inerzia di un'asta omogenea di massa $M = 1,2 \text{ kg}$ e lunghezza $L = 20 \text{ cm}$ rispetto ad un asse passante per una estremità e formante un angolo $\theta = 30^\circ$ con l'asta.

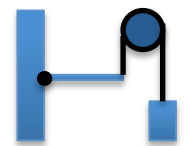
$$[I = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2]$$

S108) Un'asta rigida di massa M e lunghezza L poggiata su un piano orizzontale liscio è libera di ruotare intorno ad un asse fisso verticale passante per una sua estremità. L'asta, inizialmente ferma, viene colpita all'altra estremità da un corpo puntiforme di massa m che si muove con velocità v_0 perpendicolare all'asta. Considerando l'urto completamente elastico determinare la velocità dell'asta dopo l'urto sapendo che durante l'urto il corpo non varia la direzione della sua traiettoria.

$$[\omega = v_0/L \quad 6m/(M+3m)]$$

S109) La Terra e la Luna possono essere schematizzate come due sfere omogenee rispettivamente di raggio $R = 6,4 \cdot 10^3$ km e $r = 1,7 \cdot 10^3$ km, massa $M = 59,7 \cdot 10^{23}$ kg e $m = 0,73 \cdot 10^{23}$ kg, distanti tra loro $d = 384 \cdot 10^3$ km e orbitanti come un sistema rigido intorno al loro centro di massa. Del sistema Terra-Luna determinare la posizione del centro di massa e il momento d'inerzia rispetto a un asse passante per esso ($I_{\text{sfera}} = \frac{2}{5}MR^2$) $\{[x_c = 4,64 \cdot 10^3$ km (all'interno della Terra!) $I = 1,05 \cdot 10^{40}$ kgm²

S110) Un'asta di massa M e lunghezza $4L$ è incernierata a una parete. E' tenuta in posizione orizzontale da una fune avvolta intorno a una puleggia (massa M e raggio L) che è legata all'altra estremità a una massa m . Determinare il rapporto fra le due masse e intensità, direzione e verso della reazione vincolare generata dalla cerniera.

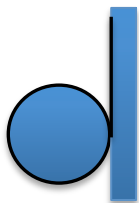


$$[M=2m; R = mg \text{ verticale verso l'alto}]$$

S111) Un cilindro omogeneo (di massa $M = 1$ kg e raggio $R = 30$ cm), collegato come in figura a un blocco massa M , ruota senza strisciare su un piano orizzontale con velocità angolare iniziale $\omega = 20$ rad/s. Determinare il coefficiente di attrito blocco-piano sapendo che l'energia cinetica del sistema viene totalmente dissipata dopo aver percorso 5 m.



$$[\mu = 0,92]$$



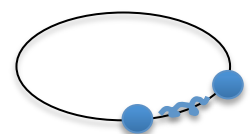
S112) Intorno ad un cilindro di massa m e raggio R è avvolto un filo ideale. Il cilindro viene appoggiato ad una parete verticale e lasciato andare mentre l'estremità libera del filo è fissata alla parete. Determinare l'accelerazione con cui scende il cilindro e la tensione del filo.

$$[a = \frac{2}{3}g; T = \frac{5}{3}Mg]$$

S113) Un pendolo fisico è inizialmente fermo nella sua posizione di equilibrio instabile. Appena viene leggermente spostato inizia a ruotare intorno al perno orizzontale senza attrito. La massima velocità angolare raggiunta è ω_{MAX} . Determinare il valore della pulsazione Ω qualora, invece, venisse spostato di poco dalla posizione di equilibrio stabile.

$$[\Omega = \omega_{\text{MAX}}/2]$$

S114) Due oggetti puntiformi di massa m e M sono liberi di muoversi lungo una guida circolare orizzontale liscia. Inizialmente fra i due oggetti viene posta una molla che viene compressa fino ad avere una lunghezza trascurabile. Successivamente la molla viene liberata e i due corpi, sganciatisi dalla molla che resta ferma, iniziano a muoversi lungo la guida. Quale angolo percorre il corpo di massa m prima di urtare contro l'altro?



$$[2\pi M/(m+M)]$$

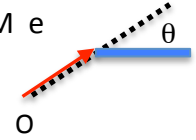
S115) Un blocco omogeneo liscio di massa M con due pareti sottili alle estremità è fermo su un piano orizzontale anch'esso liscio. A una parete è fissata una molla inizialmente compressa da un corpo cubico di massa m . Quando il blocco e il cubo vengono rilasciati il cubo si muove fino ad urtare in modo completamente anelastico la parete senza molla. Sapendo che il blocco è lungo L determinare di quanto si sposta e la velocità finale del sistema blocco più cubo. $[x = L m/(m+M); 0]$



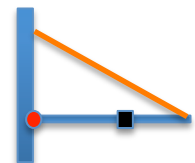
S116) Un disco omogeneo di massa M e raggio R è vincolato a ruotare con un momento di forze d'attrito M_A intorno a un perno verticale fisso passante per il suo centro. Il disco viene urtato, restandovi unito, da un punto materiale di massa m con velocità v_0 tangente al bordo. Dopo quanto tempo dopo l'urto il disco, inizialmente fermo, si arresta? $[t = mv_0 R / M_A]$

S117) Calcolare rispetto al polo O il momento d'inerzia di un'asta di massa M e lunghezza L . Eseguiere il calcolo in funzione dell'angolo (da 0 a π) fra l'asta e il vettore posizione di lunghezza r applicato all'estremità dell'asta come in figura.

$$[I = M(L^2/12 + r^2 + L^2/4 + rL \cos \theta)]$$

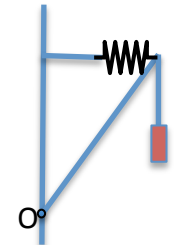


S118) Un'asta omogenea di massa M e lunghezza L è vincolata ad una estremità da una cerniera. L'asta è trattenuta in posizione orizzontale da un filo ideale collegato all'altra estremità e forma con l'asta un angolo di 30° . Un punto di massa $m = M/2$ può scorrere lungo l'asta. A che distanza massima può essere posto dalla cerniera sapendo che il carico di rottura del filo è il doppio della tensione che il filo esercita in assenza della massa m ? $[x = L]$



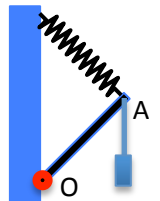
S119) Un'asta di massa M e lunghezza L è incernierata nel punto O . All'altra estremità è appesa una massa m . Un sistema di tensionamento orizzontale costituito da un filo ideale di lunghezza $L/4$ e da una molla di lunghezza a riposo trascurabile mantiene il sistema in equilibrio quando l'asta forma un angolo di 30° rispetto alla parete. Determinare il valore della costante elastica della molla in funzione delle due masse.

$$[K = (M/2 + m)g/L \tan 30^\circ / (\sin 30^\circ - 1/4)]$$



S120) Un'asta sottile omogenea di massa $M = 50$ g e lunghezza $L = 10$ cm è incernierata nel punto O . Al punto A vengono appesa una massa $M/2$ e attaccata l'estremità di una molla di lunghezza a riposo trascurabile. All'equilibrio la molla si allunga di L formando, con l'asta e la parete, un triangolo rettangolo isoscele. Determinare l'energia potenziale accumulata nella molla.

$$[U = 2,12 \text{ mJ}]$$

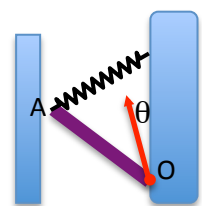


S121) Un'asta omogenea AO di massa m e lunghezza L è incernierata nel punto O a una parete verticale. Sulla stessa parete, a distanza L dalla cerniera, è fissata una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo trascurabile. L'altra estremità della molla è fissata all'estremità libera A dell'asta.

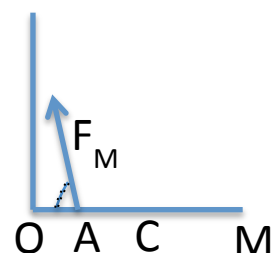
Il tutto viene appoggiato ad una seconda parete verticale; in queste condizioni l'asta forma un angolo di 60° con la verticale.

Determinare l'intensità della reazione vincolare offerta dalla seconda parete e l'angolo θ che la reazione vincolare della cerniera forma rispetto alla verticale considerando il sistema in equilibrio statico.

$$[R_p = (mg/2 - kL) \tan 60^\circ; \tan \theta = -1/\sqrt{3} (kL - 2mg)/(kL - mg)]$$

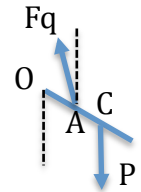


S122) La figura schematizza un modello del sistema braccio (verticale) – avambraccio (orizzontale). La distanza OA del punto di attacco del bicipite dall'articolazione del gomito O è 4 cm mentre la distanza mano-gomito OM è di 40 cm. L'angolo formato dalla forza muscolare rispetto all'avambraccio è di 60° . Ipotizzando di sostenere nella mano M un peso di 80 N e che il peso dell'avambraccio (20 N) sia applicato nel punto C ($OC = 20$ cm), determinare l'intensità della forza muscolare F_M necessaria per mantenere l'avambraccio in



posizione orizzontale e intensità, direzione e verso della reazione vincolare esercitata dal gomito approssimato da una cerniera in O. [$F_M = 1039 \text{ N}$; $R = 954 \text{ N}$; $\theta = 57^\circ$ rispetto all'orizzontale]

S123) In figura è riportato un semplice modello utile per calcolare lo sforzo muscolare necessario per mantenere, da seduti, una gamba flessa a 60° . Il peso della gamba (200 N) si può pensare concentrato nel punto C distante 20 cm dall'articolazione O del ginocchio. La forza F_q esercitata dal quadricipite è applicata, tramite un tendine, nel punto A ($OA = 10 \text{ cm}$) e forma un angolo di 30° rispetto alla verticale (nella realtà l'angolo è più piccolo ma 30° può semplificare i calcoli).

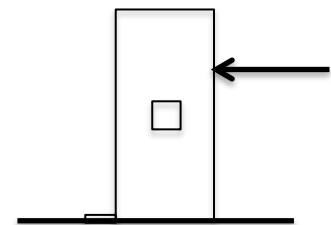


Determinare F_q e le componenti orizzontale e verticale della reazione esercitata dalla giuntura O. (I punti O, A e C sono sostanzialmente allineati) [$F_q = 693 \text{ N}$; $R_x = 346 \text{ N}$; $R_y = -400 \text{ N}$]

S124) Un'apparecchiatura elettromedicale viene sottoposta a un test antiribaltamento.

L'apparecchiatura può essere schematizzata come un cubo omogeneo di massa $m = 34 \text{ kg}$ rigidamente connesso col centro di un contenitore cavo di base $50 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$ e altezza 2 m . Le pareti del contenitore sono costituite da una lamiera omogenea di densità superficiale 20 kg/m^2 .

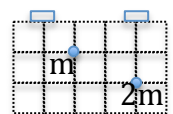
Il test viene superato se, spingendo con una forza orizzontale di 200 N a $1,5 \text{ m}$ di altezza rispetto al pavimento, il contenitore non si solleva quando la base viene messa a contatto con uno scalino di altezza trascurabile. Determinare l'esito del test; in caso venga superato determinare la quota minima alla quale dovrebbe essere posta la forza per causare il sollevamento; in caso di esito negativo determinare di quanto dovrebbe diminuire l'intensità della forza per superare il test.



S125) Un'asta sottile di massa M e lunghezza L ruota liberamente nel piano orizzontale intorno a un asse verticale passante per una estremità. Un punto di massa m vincolato a scorrere lungo l'asta è inizialmente a distanza $L/2$ dall'asse trattenuto da un filo mentre l'asta ruota con velocità angolare iniziale ω_0 .

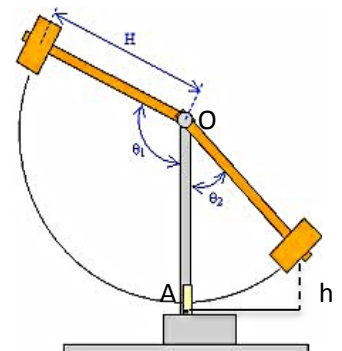
Si taglia il filo e il punto, sotto l'azione della forza centrifuga, si muove lungo l'asta. Quanto vale la velocità angolare quando il punto arriva all'estremità dell'asta? $\omega = \omega_0 (4M+3m)/(4M+12m)$

S126) Una strumentazione elettromedicale può essere trasportata da due persone agendo su due maniglie. La struttura interna può essere schematizzata come due masse puntiformi fissate alla struttura rigida, di massa trascurabile, come schematizzato nel disegno. Il carico di rottura di ognuna delle due maniglie è 800 N .



Essendo $mg = 100 \text{ N}$ spiegare se e perché la strumentazione otterrà o meno la certificazione che richiede che trasportando orizzontalmente la strumentazione le maniglie possano resistere a un carico quadruplo rispetto a quello reale.

S127) La tenacità di un materiale (capacità di assorbire l'energia di deformazione) viene di norma misurata utilizzando il "pendolo di Charpy" che consiste in un martello di peso $p = 200 \text{ N}$ (in un modello particolare) posto all'estremità di un'asta lunga $R = 1 \text{ m}$ di massa trascurabile incernierata nel punto O. Il pendolo viene lasciato andare da fermo quando forma un angolo $\theta_1 = 120^\circ$. Scendendo il martello urta nel punto A il provino del materiale da caratterizzare, lo spezza e risale fino alla quota h determinata dall'angolo θ_2 . Quanto misura θ_2 se nell'urto vengono dissipati $\Delta E = 200 \text{ J}$? [$\theta_2 = 60^\circ$]



- S1) Trattare i corpi come puntiformi. Conservazione dell'energia --> $D = 2$ d. Determinare la coordinata del centro di massa quando la molla è compressa quindi considerare la I equazione cardinale e l'effetto sul moto del centro di massa
- S2) Blocco 1: $F \cos\theta - m_1 g \sin\theta - T = m_1 a = 0$; blocco 2: $T - m_2 g \sin\theta - F_{Att} = m_2 a = 0$.
Alternativamente: $F^{ext} = M_{tot} a = 0 \rightarrow F \cos\theta - (m_1 + m_2) g \sin\theta - F_{Att} = 0$
- S3) conservazione dell'energia: l'energia potenziale della massa m si trasforma nell'energia di rotazione del disco. Nel punto in basso la massa m è ferma --> $2mgR = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} M (\omega R)^2$
- S4) Nell'urto la quantità di moto del sistema si conserva; dopo l'urto il moto della massa $m+M$ è uniformemente decelerato a causa dell'attrito.
- S5) Conservazione dell'energia prima dell'urto; conservazione della quantità di moto durante l'urto; conservazione dell'energia dopo l'urto
- S6) Calcolare la quantità di moto subito prima dell'urto; dopo l'urto è invariata in modulo ma è tutta orizzontale.
- S7) Ricavare la velocità dopo l'urto dalla conservazione della quantità di moto
- S8) Ricavare le leggi orarie dei due corpi e successivamente quella del centro di massa
- S9) Ricavare la velocità dopo l'urto dalla conservazione della quantità di moto; calcolare l'energia cinetica prima e dopo l'urto. Calcolare la variazione della quantità di moto del primo corpo
- S10) Considerare l'urto centrale elastico fra due masse m e M ; ricavare i raggi dalle masse
- S11) Durante l'urto si conserva la quantità di moto che è pari a quella del centro di massa del sistema
- S12) Inizialmente il centro di massa del sistema rimane fermo; la massa m si stacca tangenzialmente con velocità $\omega_0 R$. $[(M-m) x + m R]/M = 0$. La quantità di moto del sistema non varia e quindi quella del disco è opposta a quella della massa che si stacca
- S13) Applicare la conservazione della quantità di moto; considerare l'energia cinetica del sistema prima e dopo l'urto $\Delta E = -\frac{1}{2} mM/(m+M) (V-v)^2$
- S14) Analizzare con attenzione le velocità dei frammenti dopo l'esplosione. Sfruttare la simmetria del problema.
- S15) Ricavare le velocità dalla conservazione della quantità di moto
- S16) Conservare l'energia prima e dopo l'urto; conservare la quantità di moto durante l'urto
- S17) prima: $\frac{1}{2} m v_0^2 = mgL (1 - \cos\theta_0)$; durante: $m v_0 = m v + 2 m v'$ e $\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2 + m v'^2 \rightarrow v = -1/3 v_0$, $v' = 2/3 v_0$; dopo: $\frac{1}{2} m v^2 = mgL (1 - \cos\theta)$
- S18) Il rapporto fra l'energia dopo l'urto (pari all'energia potenziale nel punto più alto) e quella prima dell'urto (pari all'energia potenziale nel punto più alto prima del rimbalzo) è costante (60%)
- S19) $P(t) = [(mb)^2 + (mb + mct)^2]^{1/2}$; $F(t) = m c$
- S20) $x(t) = v_0 t$; $y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow y(t^*) = 0$; $t^* = (2h/g)^{1/2}$. $P_x(t^*) = m v_x(t^*) = m v_0 \dots$
- S21) l'energia cinetica prima dell'urto è pari a quella potenziale alla massima quota --> $mgh' = \frac{1}{2} mgh$, $mgh'' = \frac{1}{2} mgh'$
- S22) Per assurdo: se fossero $m_1 v = m_1 v_f + m_2 v_f$ e $\frac{1}{2} m_1 v^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_f^2$ si avrebbe $v_f = v = 0$
- S23) $J = J_x = \Delta v_x = 2 m v \cos\theta$
- S24) $m v_0 = m v + 2 m v'$; $\frac{1}{2} m v_0^2 / 2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} 2 m v'^2 \rightarrow v = 2/3 v_0$; $v' = 1/6 v_0$
- S25) $m v_0 = -\frac{1}{2} m v_0 + 3 m v'$; $\Delta E = \frac{1}{2} m v_0^2 / 4 + \frac{1}{2} 3 m v'^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$; $v' = v_0 / 2$; $\Delta E = 0$
- S26) Il cardinale: $mgL/2 = 3/4 mL^2 \alpha$. Conservazione energia (considerando separatamente i due punti): $-mgL/2 + 2mgL/2 = \frac{1}{2} m (L/2 \omega)^2 + \frac{1}{2} 2m (L/2 \omega)^2$. Alternativamente (centro di massa, I_c e Koenig): $I_c = m(2/3 L)^2 + 2m(1/3 L)^2$; $U_A = 3 mgL/6$; $T_B = \frac{1}{2} I_c \omega^2 + \frac{1}{2} M v_c^2 = \frac{1}{2} 2/3 mL^2 \omega^2 + \frac{1}{2} 3m(L/6 \omega)^2$
- S27) prima: $\mu_d = 3/8 v_0^2 / (gd)$; durante: $v' = 1/4 v_0$; dopo: $d' = \frac{1}{2} v'^2 / (\mu_d g) \rightarrow d' = d/12$
- S28) $M v = 4/5 M v'$; $\Delta E = \frac{1}{2} 4/5 M (5/4 v)^2 - \frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{4} \frac{1}{2} M v^2$
- S29) X: $R_v - mg = 0$; Y: $R_o - F_A = 0$; (polo nei piedi della scala) $-R_o L \sin\theta + mg h \cotg\theta = 0$; $F_A \leq \mu_s R_v$
--> $h = \mu_s L \sin 60 / \cotg 60$

S30) $m_1 v_0 = m_1 v_1 + 2m_1 v_2$; $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} 2m_1 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_0^2$; le due soluzioni sono dovute ai due diversi versi in cui possono muoversi le due masse nel sistema del centro di massa dopo l'urto

S31) trattenuto: $\Delta E = -\frac{1}{2} m v^2 = -F_A d$; libero $mv = (m+M) v'$; $\Delta E' = \frac{1}{2} (m+M) v'^2 - \frac{1}{2} m v^2 = -F_A d'$; $d' = d M / (m+M)$

S32) La quantità di moto prima dell'urto si ricava dall'energia cinetica iniziale. Dopo l'urto l'energia cinetica si trasforma in energia potenziale della molla pari alla metà di quella iniziale $\Delta x = (T/k)^{1/2}$

S33) esprimere la differenza di energia dovuta all'urto in termini della velocità prima dell'urto: si dissipa metà dell'energia cinetica iniziale. L'inclinazione del piano e la molla non influenzano il risultato [$v^2 = 4\Delta E/m$]

S34) lungo l'asse orizzontale non agiscono forze esterne: $mv + MV = 0$. Dalla conservazione dell'energia: $mgR = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \rightarrow V = \{2gR/[(M/m)^2 + M/m]\}^{1/2}$

S35) $dM = r \times dF$ pertanto il vettore momento della forza è perpendicolare al piano asta-asse (in cui giace la forza centrifuga) e quindi ruota insieme all'asta. Considerando un tratto dx di asta posto a distanza x da O si ha:

$$M = b dF = (x \cos \theta) [(\lambda dx) \omega^2 (x \sin \theta)] \rightarrow dM = m/L \omega^2 \sin \theta \cos \theta x^2 dx \rightarrow M = m/12 \omega^2 L^2$$

$$S36) \omega^2 = 3g/(V3R+d)$$

$$S37) \text{ Dal teorema di Huygens-Steiner: } M(2L)^2/12 + ML^2 = 4/3 ML^2$$

$$S38) dl = x^2 dm = x^2 \sigma dx dy = x^2 M/L^2 dx L \rightarrow I = L^3/3 M/L^2 L$$

S39) Il momento d'inerzia del guscio è dato dal momento d'inerzia di una sfera di alluminio di raggio R_2 sommato a quello di una sfera piena di densità $-\rho_2$ e raggio R_1 . Complessivamente si ottiene: $2/5 (4/3\pi R_1^3) \rho_1 R_1^2 + 2/5 (4/3\pi R_2^3) \rho_2 R_2^2 + 2/5 (4/3\pi R_1^3) (-\rho_2) R_1^2$

$$S40) dl = r^2 dm = r^2 \sigma r dr d\theta = r^2 M/(\pi R^2/4) r dr \pi/2 \rightarrow I = R^4/4 M/(\pi R^2/4) \pi/2$$

S41) Applicare il teorema di Huygens-Steiner facendo attenzione alle unità di misura

S42) Considerare il foro come un oggetto di densità $\sigma = M/\pi R^2$ ma negativa: scelta come origine il centro del disco si ha $X_{CM} = [0 + (-\sigma) \pi (R/3)^2 R/2] / [\sigma \pi R^2 + (-\sigma) \pi (R/3)^2]$. E, per il momento d'inerzia: $I = \frac{1}{2} (\sigma \pi R^2) R^2 + [\frac{1}{2} (-\sigma) \pi (R/3)^2 (R/3)^2 + (-\sigma) \pi (R/3)^2 (R/2)^2]$

$$S43) dl_{CM} = dm r^2 = \sigma r dr d\theta \quad r^2 = m/(\pi 4R^2) \quad r dr \quad 2\pi \rightarrow I_{CM} = m/(\pi 4R^2) [16R^4/4 - R^4/4] 2\pi = 15/8 m R^2$$

$$H-S: I = I_{CM} + M(3/2R)^2; \quad dM = \sigma r dr d\theta \rightarrow M = m/(\pi 4R^2) [4R^2/2 - R^2/2] 2\pi = \frac{3}{4} m$$

S44) Il momento d'inerzia è la somma dei due. Utilizzare Huygens-Steiner

$$S45) dl = r^2 dm = r^2 \sigma r dr d\theta = r^2 M/(\pi R^2) r dr 3/2\pi \rightarrow I = R^4/4 M/(\pi R^2) 3/2\pi$$

$$S46) V = (R_2^2 - R_1^2) H; \quad \rho = M/V; \quad dl = dm r^2 = \rho r dr d\theta dh \quad r^2 \rightarrow I_{CM} = \rho 2\pi [R_2^4/4 - R_1^4/4] H = \frac{1}{2} M(R_2^2 + R_1^2)$$

$$H-S: I = I_{CM} + M(R_1/2)^2$$

S47) nella seconda metà della traiettoria non viene dissipata energia (rotolamento puro).

$$\Delta E = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 = 2/9 M v_0^2 + 1/9 M v_0^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 = -1/6 M v_0^2$$

S48) Durante la discesa, trattandosi di un rotolamento puro, l'energia si conserva. Durante la risalita la traiettoria è circolare ($h < R$ garantisce l'aderenza del cilindro alla guida). Per l'assenza di attrito il moto rotatorio del cilindro intorno al suo asse non varia. Pertanto solo l'energia cinetica posseduta dal baricentro a inizio salita si converte totalmente in energia potenziale alla massima altezza.

$$S49) \text{ I cardinale: } F_{att} = -\mu_d mg = m a \rightarrow v(t) = v_0 + a t = v_0 - \mu_d g t;$$

$$\text{Il cardinale: } R F_{att} = I \alpha \rightarrow \omega(t) = \alpha t = R \mu_d mg / I t = 2\mu_d g / R t$$

$$\text{Al tempo } t^* \text{ si raggiunge il rotolamento puro: } v(t^*) = v_0 - \mu_d g t^* = R \omega(t^*) = 2\mu_d g t^*$$

$$\rightarrow t^* = v_0 / (3\mu_d g); \quad v(t^*) = v_0 - v_0/3 = 2/3 v_0$$

Pertanto, per un tempo t^* il moto è decelerato con $a = -\mu_d g$ durante il quale lo spazio percorso è

$$d_1 = v_0^2 / (3\mu_d g) - \frac{1}{2} \mu_d g v_0^2 / (3\mu_d g)^2 = v_0^2 / (6\mu_d g); \text{ il restante spazio } d-d_1 \text{ è invece percorso nel tempo}$$

$$t' = (d-d_1)/v(t^*) = 3/2 (d-d_1)/v_0$$

$$S50) \text{ I cardinale: } F_{Att} = Ma; \quad F_{Att} = \mu_d Mg \rightarrow a = \mu_d g; \quad v(t) = \mu_d g t$$

Il cardinale: $-R F_{Att} = I \alpha$; $\alpha = -2\mu_d g/R \rightarrow \omega(t) = \omega_0 - 2\mu_d g t/R$. Il rotolamento puro si raggiunge all'istante t^* : $v(t^*) = R \omega(t^*) \rightarrow t^* = \omega_0 R/(3\mu_d g)$; $v(t^*) = \omega_0 R/3$

S51) Il lavoro del momento M_A della forza di attrito vale $L = M_A \pi/2$ ed è pari alla variazione di energia meccanica (prendere come riferimento dell'energia potenziale il punto più basso della traiettoria del centro di massa) $\rightarrow (0 + \frac{1}{2} I \omega^2) - mgh/2 = \frac{1}{2} mgh/2 = -M_A \pi/2$

S52) $-mgL \sin\theta = (\frac{1}{2} m r^2 + m L^2) d^2\theta/dt^2$

S53) Pendolo fisico: $T = 2\pi/\Omega$; Il equazione cardinale: $\Omega^2 = (mg r/2)/I_0$; Huygens-Steiner: $I_0 = 3/4 m r^2$

S54) Il equazione cardinale: $RT - M_A = I \alpha = -I a/R$; Il principio dinamica: $T - mg = ma \rightarrow T = 2/3 mg$; $M_A = 2/3 mgR - 1/2 MR^2 g/3 1/R = m g R/2$

S55) Il equazione cardinale: $RT - M_A = I \alpha = -I a/R = -\frac{1}{2} MR a$; Il principio dinamica: $T - mg = ma$

S56) Considerare il momento della tensione della fune ($RT = -I a/R$; $T - mg = ma$) e la relazione fra l'accelerazione e la velocità raggiunta dopo aver percorso la distanza $2\pi R$: $2\pi = \frac{1}{2} \alpha t^2$; $v = \alpha R t$. Alternativamente applicare la conservazione dell'energia: $mg 2\pi R = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I (v/R)^2$

S57) Applicare la seconda equazione cardinale considerando il momento della tensione della fune e quello della forza d'attrito: $RT - M_A = I a = -I a/R$; $T - mg = ma$

S58) Applicare la seconda equazione cardinale considerando il momento della tensione della fune e quello della forza d'attrito: $RT - M_A = I a = 0$; $T - mg = ma = 0 \rightarrow M_A = Rmg$

S59) $\omega^2 = MgH/[(M+m)R^2]$

S60) $2/3$ dell'energia prima dell'urto si trasformano in energia potenziale quando l'angolo diventa massimo. $2/3 \frac{1}{2} m v_0^2 = mgL (1 - \cos\theta) + MgL/2 (1 - \cos\theta)$

- conservazione del momento angolare: $m v_0 L = (m L^2 + 1/3 M L^2) \omega$. $T' = \frac{1}{2} (m L^2 + 1/3 M L^2) \omega^2$
 $\rightarrow 1/3 = (T - T')/T = M/(3m + M)$

- pendolo composto: $v = \Omega/2\pi$; Il equazione cardinale: $\Omega^2 = (Mg L/2)/(1/3 M L^2)$

S61) Nel caso del puro rotolamento l'energia meccanica si conserva; in assenza di attrito il moto è solo traslatorio: $Mgh = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} MR^2 (v/R)^2 = M v^2$; $Mgh' = \frac{1}{2} M v^2$

S62) Equilibrare il momento della forza d'attrito massima col momento della tensione del filo calcolata rispetto ad un asse baricentrale. Rispetto a quell'asse i momenti della forza peso e della reazione vincolare sono nulli.

S63) Le accelerazioni delle masse m sono diverse. Dalla II equazione cardinale proiettata lungo l'asse di rotazione: $R_1(mg - m\alpha R_1) - R_2(mg + m\alpha R_2) = I \alpha$

S64) Il centro di massa è determinabile come il centro di massa di due punti materiali di massa m e $2m$ distanti $3r$: $x_{CM} = (-r m + 2r 2m)/3 m$.

Il momento d'inerzia è dato dalla somma dei due momenti d'inerzia calcolati tramite Huygens-Steiner: $\frac{1}{2} m r^2 + m (2r)^2 + \frac{1}{2} 2m (2r)^2 + 2m r^2$

S65) - Cilindro: nel rotolamento puro si conserva l'energia perché l'attrito non compie lavoro.

- Cubo: parte dell'energia viene dissipata dall'attrito $mgL \sin\theta = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} (\frac{1}{2} m R^2) (v/R)^2 \rightarrow v$

S66) Il momento d'inerzia è la somma di quello delle due masse: $I(x) = M x^2 + M (L - x)^2$; il minimo si ottiene per derivazione (verificare che sia un minimo).

S67) Proiettare la II equazione cardinale indipendentemente per ciascun volano considerando che l'accelerazione angolare è la stessa e che le due tensioni sono diverse

S68) $L = \frac{1}{2} I \omega^2$

S69) Il equazione cardinale utilizzando come polo la cerniera: se c'è accelerazione angolare il sistema non è più in quiete.

S70) L'energia si conserva (attenzione al calcolo di quella potenziale)

S71) Le forze che agiscono sono costanti nel tempo e quindi il moto è uniformemente accelerato. Si possono seguire almeno due strade: A) considerare i momenti delle forze che agiscono sul cilindro: $MgR \sin\theta - RT = I \alpha$ e le forze che agiscono sul cubo: $T + Mgs \sin\theta - \mu Mgc \cos\theta = Ma$.

B) considerare la conservazione dell'energia durante la discesa di un tratto x lungo il piano inclinato: $E = 2Mgx \sin\theta + \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}Mv^2 - \mu Mg \cos\theta x$ e derivare rispetto al tempo.

S72) Applicare le condizioni di equilibrio deducibili dalle equazioni cardinali: $L kL/4 - L/2 Mg = 0$

$$R_y + k L/4 - Mg = 0$$

S73) Il cardinale con polo sull'asse della puleggia: $2R T_1 - RT_2 = I \alpha$; $mg - T_1 = m 2R\alpha$; $T_2 = M R \alpha$

S74) La forza che preme sul disco è quella elastica diminuita del peso del blocco m . Utilizzarla per calcolare il momento della forza d'attrito e da questa l'accelerazione angolare $0 = \omega_0 + \alpha t$.

La reazione si oppone alla forza di attrito e alla risultante delle forze verticali

S75) I cardinale: $R_x - k\Delta x = 0$; $R_y - Mg + \mu_d k\Delta x = 0$;

S76) Il equazione cardinale con polo nell'asse istantaneo di rotazione: $-2R F + R Mg + R T = -I a/R$ e $T - mg = ma$. Alternativamente, scegliendo come polo l'asse passante il centro della puleggia, si ha: $-R F + R N = -I_0 a/R$ e dalla I equazione cardinale: $F + N - (M+m) g = (M+m) a$

S77) L'energia potenziale non cambia; quella cinetica varia perché solo nel secondo caso il cilindro interno ruota, oltre che traslare. L'energia cinetica nel primo caso è $\frac{1}{2}mR^2(v/R)^2 + \frac{1}{2}(m+M)v^2$ e quella del secondo è: $[\frac{1}{2}(mR^2)(v'/R)^2 + \frac{1}{2}mv'^2] + [\frac{1}{2}(M R^2)(v'/R)^2 + \frac{1}{2}Mv'^2]$

S78) Calcolare M_A a partire dal lavoro compiuto dal momento di una forza e utilizzarlo nella seconda equazione cardinale: $-T = L = -M_A 100\pi$; $M_A = I \alpha$.

S79) prendendo come polo l'asse istantaneo di rotazione: $-RF + R\mu F = I\alpha = -Ia/R = -3/2 MR a$; prendendo come polo l'asse baricentrale: $R\mu F - RF_A = I\alpha = -Ia/R = -1/2 MR a$ con $F - F_A = Ma$

$$S80) 20\pi = \omega_0 t_{10} - \frac{1}{2} \alpha t_{10}^2; 0 = \omega_0 - \alpha t_{10}; 2\pi = \omega_0 t_1 - \frac{1}{2} \alpha t_1^2$$

S81) I cardinale: $mg \sin\theta - F_A = ma$; Il cardinale polo in CM: $RF_A = I \alpha = m/2 r a$; $F_A \leq \mu_s m g \cos\theta$

S82) Applicare la prima equazione cardinale per ricavare il valore della forza d'attrito. Applicare la seconda equazione cardinale scegliendo come polo l'asse di rotazione.

I cardinale: $-T \cos\theta + F_A = 0$; $T \sin\theta - mg + N = 0$; $F_A = \mu_d N$; Il cardinale con polo in O: $R F_A = I \alpha$

S83) Applicare la prima equazione cardinale per ricavare il valore della forza d'attrito. Applicare la seconda equazione cardinale scegliendo come polo l'asse di rotazione.

I cardinale: $T \cos\theta - N = 0$; $T \sin\theta - mg + F_A = 0$; $F_A = \mu_d N$; Il cardinale con polo in O: $R F_A = I \alpha$

S84) Applicare la prima equazione cardinale per ricavare il valore della forza d'attrito. Applicare la seconda equazione cardinale scegliendo come polo l'asse di rotazione.

I cardinale: $-T \sin\theta + N = 0$; $T \cos\theta - mg - F_A = 0$; $F_A = \mu_d N$; Il cardinale con polo in O: $R F_A = I \alpha$

S85) Applicare la prima equazione cardinale: $-T \sin\theta + N = 0$; $T \cos\theta - mg - F_A = 0$; $F_A = \mu_d N$

S86) Il sistema è isolato per cui si conserva sia il momento angolare ($I_0\omega_0 = I\omega$) che la quantità di moto ($m v_0 = m v$) $\rightarrow T = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} I_0 \omega_0^2$; $T' = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$.

La differenza di energia è data dal lavoro muscolare guadagnato dal pattinatore

S87) Il equazione cardinale: $RT - RMg \sin\theta = I \alpha = I a/R = 3/2 MR a$; Il principio dinamica: $-T + mg = ma \rightarrow T = Mg(\sin\theta + 3/2)/(1 + 3/2 M/m)$

S88) Dato che il ragazzo è fermo, con le approssimazioni indicate nel testo, l'unico lavoro richiesto è quello necessario per mettere in rotazione i due cilindri per portare il nastro a scorrere con la velocità del ragazzo (nel sistema di riferimento del nastro): $L = 2 \cdot \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} m R^2 \omega^2 = \frac{1}{2} m v^2$.

S89) nel rotolamento puro la forza di attrito non agisce: v costante implica $F = ma = 0$. Quindi il centro di massa si muove a velocità costante: con velocità v la piastra e velocità $v/2$ gli assi dei cilindri. Il centro di massa del sistema, quindi trasla con velocità $v_{CM} = (Mv + 2mv/2)/(M + 2m)$

S90) Il proiettile deve essere sparato tangenzialmente alla circonferenza e nel verso del moto. Il sistema è isolato: il momento angolare totale si conserva $\frac{1}{2}MR^2 \omega + R(m+m') \omega R = 0 + R m'v$

S91) dopo il lancio il momento angolare totale è nullo. $(\frac{1}{2}MR^2 + MuR^2)\omega + m v_0 R/\sqrt{2} = 0 \rightarrow$

$$\omega = mv_0/[\sqrt{2}R(M/2 + Mu)]$$

S92) Durante l'urto il momento delle forze esterne calcolato rispetto al centro del disco è nullo: si conserva il momento angolare totale. $R m v = (\frac{1}{2} MR^2 + mR^2) \omega$

S93) Durante l'urto la risultante dei momenti delle forze esterne (incluso quello della reazione impulsiva), calcolati rispetto al centro del disco è nulla: si conserva il momento angolare totale:

$L M/3 v = 1/3 ML^2 \omega + M/3 Lv_x'$. La reazione vincolare che si sviluppa durante l'urto non ha componenti perpendicolari alla traiettoria iniziale del punto: durante l'urto non c'è variazione della quantità di moto nella direzione della sbarretta e quindi il punto materiale continua a muoversi lungo la direzione iniziale: $L M/3 v = 1/3 ML^2 \omega + M/3 Lv' \rightarrow v = \omega L + v'$. L'urto è elastico e quindi si conserva anche l'energia: $\frac{1}{2} M/3 v^2 = \frac{1}{2} (1/3 ML^2) \omega^2 + \frac{1}{2} M/3 v'^2 \rightarrow v^2 = \omega^2 L^2 + v'^2$

S94) Sistema isolato: il momento angolare totale si conserva: $2Rmv_0 = [(\frac{1}{2}MR^2 + MR^2) + m(2R)^2] \omega$
e $t = T = 2\pi/\omega$

S95) Dalla conservazione dell'energia: $MgL/2 \cos 60 = \frac{1}{2} ML^2/3 \omega^2$; $v = \omega L$

S96) A: $mgh = \frac{1}{2}mv^2$; $J = 2mv = 2m(2gh)^{1/2}$ (in seguito ad un urto elastico contro una massa infinita la velocità di un punto materiale cambia segno senza variare in modulo); B: $mgR = \frac{1}{2} m v'^2 \rightarrow R = h$

S97) 5 elementi traslano e 4 ruotano...l'energia si conserva e quindi quella cinetica iniziale si accumula nella compressione della molla: $\frac{1}{2} M v^2 + 4 \frac{1}{2} (1/2 mR^2) (v/R)^2 = \frac{1}{2} K d^2$

S98) L'azione della forza F e l'inerzia del disco impediscono la discesa con accelerazione g.

$RT - RF = I \alpha = -\frac{1}{2} MR^2 a/R$; $T - mg = ma$

S99) $-(M_A + R F) = I \alpha \rightarrow M_A = -\frac{1}{2} M R^2 \alpha - R F$

S100) applicare la seconda equazione cardinale nell'istante del rilascio: $\alpha = 3/2 g/L - 3M_{Att}/(mL^2)$. Fino al momento dell'urto il momento delle forze d'attrito compie lavoro negativo dissipando parte dell'energia iniziale (potenziale): $T = \frac{1}{2} mgL - M_{Att}\pi/2$

S101) Pendolo fisico: rispetto al centro dell'asta il centro di massa è spostato verso il basso di $L/22$: $Y_{CM} = (L/2 M/3 + 0 M - L/2 M/2)/(M/3 + M + M/2)$; il momento d'inerzia calcolato rispetto all'asse vale $I = [M/3 L^2/4 + M L^2/12 + M/2 L^2/4] + [11/6 M L^2/484] = 13/44 ML^2$

$\Omega^2 = (11/6 M) g (L/22)/(13/44 ML^2)$

S102) $R=d/(n2\pi)$; $T = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$; $v = d/\Delta t$

S103) $I(x) = [M_1 L^2/12 + M_1(L/2-x)^2] + [M_2 L^2/12 + M_2(L/2+x)^2]$

S104) $v_0^2 = 2T/m$; $mv_0 = (m+M) v$; $\frac{1}{2} (m+M) v^2 = \frac{1}{2} k \Delta x^2$

S105) con L lunghezza dell'asta, θ angolo rispetto alla verticale, F forza incognita si ha:

I cardinale: $R_x = 0$; $R_y + F - Mg = 0$; II cardinale: $Mg L/2 \sin\theta - F L \sin\theta = 0$

S106) la differenza fra l'energia cinetica finale $\frac{1}{2} M_1^2 v_0^2/(M_1+M_2)$ e iniziale dei carrelli non è tutta dissipata perché in parte ($\frac{1}{2} k d^2$) viene immagazzinata nella compressione della molla

S107) orientato l'asse x lungo l'asta: $dl = dm r^2 = \lambda dx (x \sin\theta)^2 \rightarrow I = \lambda L^3/3 \sin^2\theta = ML^2/3 \sin^2\theta$

S108) momento angolare: $mv_0 L = mvL + I\omega \rightarrow v$; energia: $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \rightarrow \omega$

S109) considerando come origine il centro della Terra, il CM si trova a $x_{CM} = d m/(M+m)$. Utilizzando Huygens-Steiner $I = 2/5 M R^2 + M x_{CM}^2 + 2/5 m r^2 + m (d-x_{CM})^2$.

Notare come l'approssimazione di corpi celesti puntiformi (rispetto alle distanze) sia pienamente giustificata: il 98% del momento d'inerzia è dato dal quarto termine

S110) il sistema è in equilibrio e quindi le accelerazioni sono nulle: il filo trasmette la tensione che è, in questo caso, pari al peso $mg \rightarrow -2L Mg + 4L mg = 0$; $R_x = 0$; $R_y - Mg + mg = 0$.

S111) l'energia meccanica totale ha tre contributi ma viene dissipata solo per l'attrito blocco-piano: $E = \frac{1}{2} M v_0^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} M v_0^2 = 5/4 M (\omega R)^2 = \mu_d Mg d \rightarrow \mu_d = 5/4 (\omega R)^2/(g d)$

S112) notare l'analogia col moto di puro rotolamento: il contatto cilindro-parete avviene lungo un asse istantaneo di rotazione. I cardinale: $-Mg + T = Ma$; II cardinale: $R Mg = I_0 \alpha = 3/2 MR^2 a/R$

S113) l'energia tutta potenziale per $\theta = \pi$ (in alto) diventa tutta cinetica per $\theta = 0$ (in basso): $mg(2L)/2 = \frac{1}{2}I\omega_{MAX}^2$; II cardinale: $mg(L/2)\sin\theta = I\alpha = -I d^2\theta/dt^2 \rightarrow$ (piccole oscillazioni) $\Omega^2 = \frac{1}{2} mgL/I$

S114) il sistema è isolato: $mv + MV = 0$; una volta liberi i due corpi si muovono di moto circolare uniforme: $\theta_1(t) = v/R t$; $\theta_2(t) = -v/R t$. Quando si urtano $\theta_1(t^*) + \theta_2(t^*) = 2\pi$

S115) Il sistema è isolato: il centro di massa non si sposta e la quantità di moto, inizialmente nulla, non varia $\rightarrow v_{fin} = 0$. Prendendo come origine il centro di massa del sistema prima del rilascio, alla fine il blocco si è spostato a $-x$ (a sinistra in figura) mentre il cubo si è spostato in $-x+L$ (a destra): $x_{CM} = [-xM + (L-x)m]/(m+M)$ con $x_{CM} = 0$, come era all'inizio.

S116) durante l'urto il vincolo sviluppa una forza esterna impulsiva: la quantità di moto del sistema non si conserva. Invece, prendendo come polo l'asse di rotazione, durante l'urto si conserva il momento angolare: $Rmv_0 = (\frac{1}{2}MR^2 + mR^2)\omega_0$ dopodiché, $-M_A = I \alpha \rightarrow t = \omega_0 I / M_A$

S117) dette x e y le coordinate del centro di massa nel sistema di origine O , applicando H-S si ottiene: $I = \frac{1}{12}ML^2 + MR^2$ con $R^2 = x^2 + y^2 \rightarrow x = r \cos\theta + L/2$; $y = r \sin\theta$.

S118) Il cardinale, polo nella cerniera: $-Mg L/2 + T_c/2 L \sin 30^\circ = 0$; $-Mg L/2 - M/2g x + T_c L \sin 30^\circ = 0$;

S119) Il cardinale, polo nella cerniera: $-Mg L/2 \sin 30^\circ - T L \sin 30^\circ + kx L \cos 30^\circ = 0$;

$mg - T = ma = 0$; $L/4 + x = L \sin 30^\circ$

S120) $[U = \sqrt{3/4} MgL]$

S121) Il triangolo formato da asta, parete e molla è equilatero.

Il cardinale, polo nella cerniera: $-R_p L \cos 60^\circ - kL L \cos 30^\circ + mg L/2 \sin 60^\circ = 0 \rightarrow R_p = (mg/2 - kL) \tan 60^\circ$

I cardinale: $R_p + kL \cos 30^\circ + R_{CX} = 0$; $kL \cos 60^\circ - mg + R_{CY} = 0 \rightarrow \tan \theta = R_{CY}/R_{CX} = -1/\sqrt{3} (kL - 2mg)/(kL - mg)$

S122) Il cardinale (polo in O): $F_M OA \sin 60^\circ - OC mg - OM Mg = 0 \rightarrow$

$F_M = (0,2 \text{ m } 20 \text{ N} + 0,4 \text{ m } 80 \text{ N})/(0,04 \text{ m } \sqrt{3}/2)$

I cardinale: $R_X - F_M \cos 60^\circ = 0 \rightarrow R_X = \frac{1}{2}F_M = 520 \text{ N}$; $R_Y + F_M \sin 60^\circ - mg - Mg = 0 \rightarrow R_Y = \sqrt{3}/2 F_M - 20 - 80 = 800 \text{ N}$

$R^2 = R_X^2 + R_Y^2$; $\tan \theta = R_Y/R_X$

S123) $F_q = OC/OA \tan 30^\circ$; $R_X = F_q \sin 30^\circ$; $R_Y = p - F_q \cos 30^\circ$

S124) $M = (4 \times 0,5 \text{ m} \times 2 \text{ m} + 2 \times 0,5 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}) \times 20 \text{ kg/m}^2 = 90 \text{ kg}$. Perché l'apparecchiatura si sollevi occorre che la risultante dei momenti delle forze calcolata rispetto allo scalino sia positiva.

In questo caso si ha $-(m+M)g L/2 + F h = -124 \times 9,8 \times 0,25 + 200 \times 1,5 > 0 \rightarrow$ il test viene superato.

Per non superarlo la normativa avrebbe dovuto richiedere l'applicazione della forza a una quota minima $h' > (m+M)g/F L/2 = 1,52 \text{ m}$

S125) La risultante dei momenti delle forze esterne proiettata lungo l'asse è nulla per cui si conserva il momento angolare assiale: $I_0 \omega_0 = I \omega$; $I_0 = \frac{1}{3}ML^2 + m(L/2)^2$; $I = \frac{1}{3}ML^2 + mL^2 \rightarrow$

$\omega = \omega_0 (4M+3m)/(4M+12m)$.

S126) Il cardinale con polo la prima maniglia: $-mg L - 2mg 3L + F_2 3L = 0$, con polo la seconda maniglia: $-F_1 3L + mg 2L = 0 \rightarrow F_1 = 2/3 mg$; $F_2 = 7/3 mg$; $4F_1 = 267 \text{ N} < 800 \text{ N}$; $4F_2 = 933 \text{ N} > 800 \text{ N}$!

S127) $mg R [1 + \sin(120^\circ - 90^\circ)] - \Delta E = mg R (1 - \cos \theta_2)$

Altri suggerimenti

S36) Nel sistema di riferimento rotante l'equilibrio è fra il momento del peso della provetta (concentrato nel CM) e quello della forza centrifuga distribuita non uniformemente lungo la provetta. Il cardinale con polo nello snodo a distanza R dall'asse della centrifuga:

$mg \frac{1}{2}d \sin 60^\circ - M_{c_{fg}} = 0$; $dM_{c_{fg}} = b dF_{c_{fg}} = x \cos 60^\circ \lambda dx \omega^2 (R+x \sin 60^\circ)$; $\lambda = m/d \rightarrow M_{c_{fg}} = m\omega^2 d/4 (R+d/\sqrt{3})$

S59) L'energia potenziale della saracinesca dipende dalla sua massa (30 kg) e dalla differenza di quota del suo baricentro ($H/2$) $\rightarrow U = MgH/2 = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$ dove $\omega = v/R$ e $I = \frac{1}{2} m R^2$

S120) L'asta forma con la parete un angolo $\theta = 45^\circ$. Dalla II cardinale, con polo nella cerniera, si ha: $-Mg L/2 \sin 45^\circ - T L \sin 45^\circ + kL L = 0$; $M/2 g - T = M/2 a = 0$; $U = \frac{1}{2} k L^2$

S123) Il cardinale (polo in O): $F_q OA \sin 30^\circ - OC p \cos 30^\circ = 0$; I cardinale X: $R_X - F_q \sin 30^\circ = 0$

I cardinale Y: $R_Y + F_q \cos 30^\circ - p = 0$

ELASTICITÀ

$$\sigma = F_n/S = Y \Delta L/L = Y \varepsilon$$

$$\tau = F_t/S = G \Delta L/L = G \gamma$$

$$Y = 2(1+\nu)G$$

E1) Il peso di un motore elettrico viene distribuito uniformemente su un piano di appoggio costituito da una lastra quadrata (peso complessivo motore + lastra: 2 kN). Per smorzare le vibrazioni, sotto ogni vertice della lastra viene posto un cubo di gomma di lato 5 cm. Di quanto si abbassa la lastra se la gomma ha un modulo di Young $Y = 10^7 \text{ N/m}^2$ e si è in regime elastico?

$$[d = 1 \text{ mm}]$$

E2) Una fune metallica di sezione circolare $A = 1 \text{ cm}^2$ viene appesa ad un gancio. Calcolare la massima lunghezza che può avere per poter resistere alla trazione esercitata dal proprio peso. Come varia il risultato in funzione di A? Si riportano alcuni dati relativi al materiale (Pb) della fune che potrebbero servire; altri potrebbero mancare ma sarebbero noti

$$\text{- densità } \rho = 11,4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{- modulo di elasticità } Y = 14 \times 10^9 \text{ N/m}^2$$

$$\text{- modulo di scorrimento } G = 5 \times 10^9 \text{ N/m}^2$$

$$\text{- modulo di Poisson } \nu = 0,4$$

$$\text{- carico di rottura a trazione } \sigma_M = 12 \times 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$[L = 107 \text{ m}; \text{ indipendente}]$$

E3) Le due facce opposte di un cubo di gomma di lato 5 cm vengono sollecitate da una coppia di forze di 20 N parallele alle due superfici. Di quanto si sposta una faccia rispetto all'altra sapendo che il modulo di scorrimento è $G = 10^5 \text{ N/m}^2$?

$$[\Delta L = 4 \text{ mm}]$$

E4) Un corpo di massa $m = 0,1 \text{ kg}$ viene fatto roteare su un piano orizzontale, trattenuto da un filo di massa trascurabile lungo $R = 1 \text{ m}$. Il corpo, inizialmente fermo, viene fatto ruotare con accelerazione costante $0,1 \text{ rad/s}^2$.

Sapendo che il carico di rottura σ_M del filo è 100 kN/m^2 e che la sezione del filo è $A = 1 \text{ mm}^2$ determinare dopo quanto tempo si spezza il filo.

$$[t = 10 \text{ s}]$$

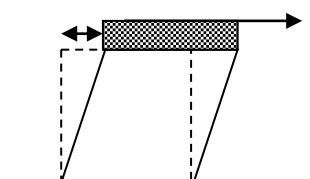
E5) Una sbarra di sezione quadrata di lato a e lunghezza L è costituita da un materiale omogeneo con modulo di Young noto. Nel limite di Hooke calcolare la costante elastica k_{eq} della molla equivalente alla sbarra quando si deforma in seguito a una trazione.

$$[k_{eq} = Y a^2/L]$$

E6) Una fune di raggio $R = 1 \text{ mm}$ e lunghezza $L = 3 \text{ m}$ è realizzata con un materiale con modulo di elasticità $Y = 8 \times 10^8 \text{ N/m}^2$. Se la fune si spezza quando si allunga per più di $\Delta L_{MAX} = 1 \text{ cm}$, qual è il valore massimo di una massa che può essere appesa al cavo senza romperlo? Trascurare il peso della fune.

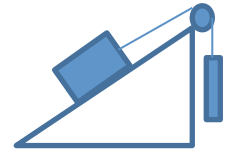
$$[M = 8/3 \pi/9,8 \text{ kg}]$$

E7) Un blocco cubico di gomma (alto L , di massa m e modulo di scorrimento G) è poggiato su un piano orizzontale scabro. Sulla faccia superiore è incollata una lastra metallica di massa M . Il tutto si muove a velocità costante sotto l'azione di una opportuna forza orizzontale F applicata alla lastra. Determinare la deformazione del cubo (indicata con la doppia freccia nella figura).



Eseguire i calcoli per $L = 5 \text{ cm}$; $m = 2,5 \text{ kg}$; $\mu_d = 0,8$; $M = 10 \text{ kg}$; $G = 10^6 \text{ N/m}^2$. $[\Delta L = 1,96 \text{ mm}]$

E8) Un filo di acciaio (modulo di elasticità $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$) è lungo 2 m ed ha una sezione quadrata di lato 2 mm. Viene utilizzato per trattenere lungo un piano liscio inclinato di 30° un carrello di massa 400 kg. All'altra estremità del filo è appesa un'opportuna massa che consente al sistema di rimanere in quiete. Di quanto si allunga il filo?



$$[\Delta L = 4,9 \text{ mm}]$$

E9) Un elastico di sezione quadrata (lato 1 mm) e lunghezza 10 cm viene allungato fino a raggiungere il limite di elasticità prima del quale è valida la legge di Hooke ($Y = 10^7 \text{ N/m}^2$). Determinare la forza che deve essere applicata alle sue estremità sapendo che tale limite si raggiunge per una deformazione del 100%.

$$[10 \text{ N}]$$

E10) Per misurare il coefficiente di Poisson di un campione di caratteristiche elastiche simili a quelle di un componente della cartilagine ne vengono realizzati due provini. Il primo, un cilindro di sezione 10 mm^2 , si allunga del 5% se sottoposto a una trazione di 300 mN. Al secondo, un cubo di 1 mm di lato, viene applicata su due superfici opposte una coppia di forze di 25 mN e si osserva uno slittamento di 0,01 mm fra le due facce.

Determinare il modulo di Poisson del materiale assumendo che le prove siano state effettuate nel regime di Hooke.

$$[\nu = 0,2]$$

E11) Un'asta di sezione S lunga $L = 2 \text{ m}$ è costituita da due elementi lunghi $L/2$ saldati insieme. Una coppia di forze F tira le due estremità. Sapendo che i moduli di Young dei materiali che costituiscono l'asta valgono rispettivamente $Y_1 = 2 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ e $Y_2 = 4 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ e che la saldatura ha un carico di rottura $\sigma_R = 10^5 \text{ N/m}^2$, determinare di quanto si allunga l'asta sottoposta alla massima trazione.

$$[\Delta L = 0,75 \text{ mm}]$$

E12) Un blocco di materiale di peso p viene trascinato lungo un piano orizzontale scabro mediante un elastico (a sezione quadrata di lato L) lungo s . Una forza orizzontale tira l'estremità libera dell'elastico. Conoscendo il modulo di elasticità e il coefficiente di attrito, di quanto si allunga l'elastico se il blocco si muove con velocità v_0 ?

$$[\Delta s = \mu p s / (Y L^2)]$$

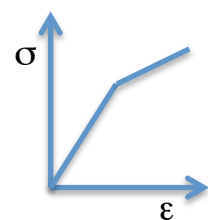
E13) Per determinare la plasticità di un materiale si utilizza una prova di pressione in cui una sfera di acciaio di diametro 5 mm viene premuta su un campione del materiale con una forza F di 20 N per 1 ora mantenendolo alla temperatura di 75°C . Alla fine del test si misura il diametro dell'impronta circolare che la sfera lascia sul materiale. Il test è superato se tale diametro è inferiore a 2 mm.

- Supponendo che questa condizione corrisponda al passaggio dal regime elastico a quello plastico, che la pressione sia distribuita uniformemente su un cerchio piano di 2 mm di diametro e che la deformazione del materiale sia del 5 %, determinare il modulo di Young del materiale.

- Determinare la profondità dell'impronta qualora il suo diametro sia esattamente 2 mm.

Non tutti i dati sono necessari per la soluzione.

$$[Y = 0,13 \text{ GPa}; d = 0,21 \text{ mm}]$$



E1) Calcolare la sollecitazione (pressione) su ognuno dei 4 supporti e determinarne la compressione: $0,5 \text{ kN}/(5 \text{ cm})^2 = 10^7 \text{ N/m}^2 \text{ d}/(5 \text{ cm})$

E2) La massima tensione si ha nel punto di sospensione al quale è applicato tutto il peso della fune: $\rho A L g \leq A \sigma_m$

E3) $\tau = F/S = G \gamma = G \Delta L/L$ con $F = 20 \text{ N} \rightarrow 20 \text{ N}/(5 \text{ cm})^2 = 10^5 \text{ N/m}^2 \Delta L/5 \text{ cm}$

E4) Calcolare la massima forza centripeta applicabile al filo: $F_c(t) = m(\alpha t)^2 R \leq \sigma_M A$

E5) $F/S = Y \Delta L/L \rightarrow F = YS/L \Delta L$

E6) $F/S = Y \Delta L/L \rightarrow F_{MAX} = M g = SY \Delta L_{MAX} / L = 8/3 \pi N$

E7) La velocità costante implica $F - F_A = 0$ con $F_A = \mu_d (M+m) g$. La coppia di forze genera la sollecitazione di taglio che produce lo slittamento: $\tau = F/S = G \gamma = G \Delta L/L \rightarrow \mu_d (M+m) g/L^2 = G \Delta L/L \rightarrow \Delta L = \mu_d (M+m) g/(GL)$

E8) $T - Mg \sin \theta = Ma = 0$; $T/S = Y \Delta L/L \rightarrow \Delta L = L Mg \sin \theta/(YS)$

E9) calcolare la forza necessaria per allungarlo di 10 cm (100% = 1 $\rightarrow$ deformazione relativa unitaria). $F/S = Y \Delta L/L \rightarrow F = S Y$

E10) I misura: $\sigma = 300 \text{ mN}/10 \text{ mm}^2$; $\varepsilon = 0,05 \rightarrow Y = 600 \text{ kPa}$

II misura: $\tau = 25 \text{ mN}/10 \text{ mm}^2$; $\gamma \approx 0,01 \text{ mm}/1 \text{ mm} \rightarrow G = 250 \text{ kPa} \rightarrow \nu = Y/(2G) - 1 = 0,2$

E11) $F/S = Y_1 \Delta L_1/(\frac{1}{2}L) = Y_2 \Delta L_2/(\frac{1}{2}L)$; $F/S = \sigma_R \rightarrow \Delta L_1 = \frac{1}{2}L \sigma_R/Y_1$; $\Delta L_2 = \frac{1}{2}L \sigma_R/Y_2 \rightarrow \Delta L = \frac{1}{2}L \sigma_R (1/Y_1 + 1/Y_2)$

E12) in assenza di accelerazione la forza che tira l'elastico è uguale ed opposta alla forza di attrito. Pertanto $F = \mu p$ e quindi $\mu p/L^2 = Y \Delta s/s \rightarrow \Delta s = \mu p s/(Y L^2)$

E13) $Y = \sigma/\varepsilon$; $\sigma = F/(\pi r^2) = 6,37 \text{ MPa}$; $\rightarrow Y = 0,13 \text{ GPa}$

Detti R il raggio della sfera, r quello dell'impronta e d la sua profondità: $d = R - (R^2 - r^2)^{1/2} = 0,21 \text{ mm}$

ONDE

$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}; v^2 = Y/\rho \text{ o } G/\rho \text{ o } T/\mu; \omega = 2\pi/T, k=2\pi/\lambda, v = \lambda/T = \omega/k; f' = f (v-v_R)/(v-v_S)$$

O1) Applicando l'equazione delle onde determinare la velocità di propagazione dell'onda elastica di equazione $f(x,t) = A \cos(x/L - t/\tau)$ [$v = L/\tau$]

O2) Un'onda armonica ($f = 10 \text{ Hz}$) trasversale si propaga in una corda di massa $m = 100 \text{ g}$ e lunghezza $L = 1 \text{ m}$ con la velocità di 2 m/s . Stabilire se l'onda è longitudinale o trasversale, la tensione della corda, il periodo dell'onda e la distanza fra due massimi consecutivi della perturbazione che soddisfa l'equazione: $\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$ [$4 \text{ N}; 0,1 \text{ s}; 20 \text{ cm}$]

O3) Calcolare frequenza, lunghezza d'onda e ampiezza dell'onda elastica armonica descritta da $f(x,t) = K \sin \omega (t - x/v)$ in cui $K = 1 \text{ cm}$, $\omega = 314 \text{ krad/s}$, $v = 1000 \text{ m/s}$. [$f=50\text{kHz}; \lambda=2\text{cm}; A=1 \text{ cm}$]

O4) Un'onda elastica piana longitudinale si propaga in un mezzo di densità $2,7 \text{ g/cm}^3$. Stabilire se l'onda è progressiva, regressiva o stazionaria e determinarne lunghezza d'onda, frequenza, velocità di propagazione, densità di energia [$\varepsilon = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2$] e intensità [$I = \frac{1}{2} \rho v A^2 \omega^2$] qualora sia rappresentata da (le costanti numeriche sono espresse nelle unità base del SI):

a) $\xi(x,t) = 10^{-4} \sin[2\pi (2x - 5000 t)]$

b) $\xi(x,t) = 10^{-4} \cos(10x + 10^4 t)$

c) $\xi(x,t) = 10^{-4} \sin(10x) \cos(10^4 t)$

O5) Un'onda sinusoidale trasversale si propaga nel verso delle x positive con le seguenti caratteristiche: ampiezza: 3 cm , lunghezza d'onda: 2 cm , velocità di propagazione: 2 m/s , deformazione a $x=0$ e $t=0$: 3 cm . Scrivere l'equazione dell'onda nelle unità base del SI [$\xi(x,t) = 0,03 \sin(100\pi x - 200\pi t)$]

O6) Un'onda elastica longitudinale si propaga in un blocco omogeneo di metallo ($\rho = 2,5 \text{ g/cm}^3$). Determinare l'intensità $I = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 v$ dell'onda sapendo che si propaga a 3 km/s , che la lunghezza d'onda è di 50 cm e la perturbazione massima vale $0,1 \mu\text{m}$. [$I = 53,3 \text{ W/m}^2$]

O7) L'equazione di un'onda elastica piana trasversale è, nelle unità SI:

$$\xi(x,t) = 10^{-5} \cos[\pi(2 \cdot 10^3 x - 10^6 t + 0,25)].$$

Determinarne l'ampiezza (in micron), la frequenza (in megahertz), la lunghezza d'onda (in centimetri), il numero d'onda (in metri^{-1}), la pulsazione (in radianti al secondo), la velocità di propagazione (in metri al secondo) e la massima velocità del moto oscillatorio del mezzo.

O8) Due onde sinusoidali (di pari ampiezza, periodo e lunghezza d'onda) viaggiano in direzione opposta. Determinare la distanza fra due nodi successivi dell'onda stazionaria che si forma. [una formula che potrebbe essere utile: $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$] [$d = \lambda/2$]

O9) Due onde sinusoidali progressive di uguale ampiezza e frequenza viaggiano lungo l'asse X in un mezzo elastico omogeneo sfalsate di un quarto di periodo. Ricavare la relazione c'è fra le due lunghezze d'onda. Dimostrare che l'ampiezza A' dell'onda formata dalla somma delle due onde interferenti è pari a $A' = \sqrt{2} A$

O10) Una sorgente sonora si muove di moto rettilineo uniforme verso un ricevitore fermo posto lungo la sua traiettoria. La frequenza rilevata è di 440 Hz durante la fase di avvicinamento e 400 Hz durante quella di allontanamento. Determinare la frequenza del suono emesso e la velocità della sorgente. Assumere la velocità del suono in aria pari a 340 m/s. $[f = 419 \text{ Hz}; v_s = 16,2 \text{ m/s}]$

O11) Una sorgente sonora si muove a velocità costante lungo una guida rettilinea alle cui estremità sono posti due ricevitori fissi R1 e R2 che percepiscono il suono rispettivamente alle frequenze di 400 Hz e 440 Hz. Determinare la frequenza del suono emesso e la velocità della sorgente. Assumere la velocità del suono in aria pari a 340 m/s. $[f = 419 \text{ Hz}; v_s = 16,2 \text{ m/s}]$

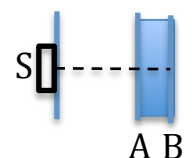
O12) La frequenza della sirena di un'autoambulanza in moto rettilineo uniforme, misurata da un osservatore fermo, varia di $\Delta f/f_{\text{med}} = 1/10$ tra quando si avvicina e quando si allontana. Quando il suono è più acuto e quando più grave? Qual è la velocità dell'autoambulanza sapendo che quella del suono in aria è di 340 m/s? $[61,2 \text{ km/h}]$

O13) Dimostrare che la funzione $f(x,t) = A(x+vt)^2$ può rappresentare un'onda che si propaga in un mezzo elastico alla velocità v .

O14) Si vuole misurare il coefficiente di Poisson di un campione di un materiale isolante innovativo per realizzare circuiti stampati. A questo scopo se ne misura la velocità del suono sia per una sollecitazione longitudinale che una trasversale. Il rapporto fra le due velocità risulta pari a 1,6. Determinare il modulo di Poisson del materiale. $[v_L = (Y/\rho)^{1/2}; Y = 2G(1+\nu)]$ $[\nu = 0,28]$

O15) Una sollecitazione armonica di frequenza $f = 2 \text{ MHz}$ viene trasmessa con la stessa fase iniziale a due sbarrette sottili parallele lungo le quali si propaga con velocità rispettivamente $v_1 = 2000 \text{ m/s}$ e $v_2 = 2500 \text{ m/s}$. A quale distanza dall'inizio delle sbarrette le perturbazioni delle due onde riassumono per la prima volta lo stesso valore iniziale?

O16) Una sonda ecografica (S) invia un impulso ultrasonico che viaggia all'interno del tessuto a 1600 m/s. La perturbazione incontra dopo $d = 10 \text{ cm}$ la superficie A di un osso ($v = 3800 \text{ m/s}$) spesso $s = 1,9 \text{ cm}$ e torna indietro. Parte dell'onda continua a propagarsi, si riflette sulla superficie B dell'osso e torna verso la sonda. Determinare il tempo che intercorre fra gli arrivi alla sonda del suono generato dalla riflessione sulle superfici A e B. $[\Delta t = 10 \mu\text{s}]$



O1) Inserire la funzione nell'equazione delle onde di D'Alambert: $\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$

$$\frac{\partial^2 A \cos(x/L - t/\tau)}{\partial x^2} = -A/L^2 \cos(x/L - t/\tau); \frac{\partial^2 A \cos(x/L - t/\tau)}{\partial t^2} = -A/\tau^2 \cos(x/L - t/\tau) \rightarrow 1/v^2 = (1/L^2)/(1/\tau^2)$$

O2) $v^2 = T/\mu \rightarrow T = M/L v^2$. Il periodo è l'inverso della frequenza; la distanza richiesta è la lunghezza d'onda $\lambda = v/f$

O3) Ricavata la frequenza ricordare la relazione fra essa, la velocità e la lunghezza d'onda

$$f = \omega/2\pi; \omega/v = k = 2\pi/\lambda; A = K$$

O4) a): progressiva; 50 cm; 5 kHz; 2500 m/s; $13 \text{ kJ/m}^3 = 13 \text{ mJ/cm}^3$; $33 \text{ MW/m}^2 = 3,3 \text{ kW/cm}^2$

b): regressiva; 62,8 cm; 1,59 kHz; 1000 m/s; $1,35 \text{ kJ/m}^3 = 1,35 \text{ mJ/cm}^3$; $1,35 \text{ MW/m}^2 = 135 \text{ W/cm}^2$

c): stazionaria; distanza nodi: 31,4 cm; $v = 0$

O5) $\xi(x,t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi) \rightarrow A = 3 \text{ cm}$; $k = 2\pi/(2 \text{ cm})$; $\omega = 2\pi f = 2\pi v/\lambda = 2\pi (2 \text{ m/s})/(2 \text{ cm})$; $\varphi = 0$

O6) $I = \frac{1}{2} (2,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3) (10^{-7} \text{ m})^2 (37,7 \cdot 10^3 \text{ rad/s})^2 (3 \cdot 10^3 \text{ m/s})$

O7) $A = 10^{-5} \text{ m} = 10 \text{ } \mu\text{m}$; $f = \omega/(2\pi) = \pi 10^6/2\pi = 0,5 \text{ MHz}$; $k = 2\pi/\lambda = 2\pi \cdot 10^3 \text{ m}^{-1} \rightarrow \lambda = 10^{-3} \text{ m} = 0,1 \text{ cm}$;
 $v = \lambda f = 10^{-3} \text{ m} \cdot 0,5 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 500 \text{ m/s}$; $d\xi(x,t)/dt = 10^{-5} \pi 10^6 \sin[\pi(2 \cdot 10^3 x - 10^6 t + 0,25)] \rightarrow v_{\text{MAX}} = 31,4 \text{ m/s}$

O8) Scrivere le equazioni delle due onde e sommarle: $A \sin(\omega t - kx) + A \sin(\omega t + kx + \varphi)$. Considerando come origine delle coordinate quella in cui a $t = 0$ le onde coincidono, si ha, senza perdere in generalità: $\varphi = 0$.

$$A \sin(\omega t - kx) + A \sin(\omega t + kx) = A[\sin \omega t \cos kx - \cos \omega t \sin kx] + A[\sin \omega t \cos kx + \cos \omega t \sin kx] = 2A \sin \omega t \cos kx.$$

Questa funzione si annulla per $kx = (n + \frac{1}{2})\pi$ e quindi la distanza fra un nodo (la perturbazione è nulla in qualsiasi istante) e il successivo è $k d = \pi \rightarrow d = \pi/(2\pi/\lambda) = \lambda/2$. Quando $\cos kx = \pm 1$ si hanno i ventri: al variare del tempo la perturbazione varia da $-2A$ a $+2A$

O9) da cosa dipende la velocità di un'onda? Stessa frequenza, stesso mezzo (stessa velocità) $\rightarrow$ stessa lunghezza d'onda

$$A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx - \omega t + \pi/2) = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx - \omega t) \cos(\pi/2) + A \cos(kx - \omega t) \sin(\pi/2) =$$

$$A [\sin(kx - \omega t) + \cos(kx - \omega t)] = \sqrt{2} A \sin(kx - \omega t + \pi/4)$$

{infatti $\sin(kx - \omega t + \pi/4) = \sin(kx - \omega t) \cos(\pi/4) + \cos(kx - \omega t) \sin(\pi/4) = 1/\sqrt{2} [\sin(kx - \omega t) + \cos(kx - \omega t)]$ }

O10) il ricevitore è fermo; la frequenza rilevata nelle due fasi è: $f'_{\text{av}} = f v/(v - v_s)$ e $f'_{\text{al}} = f v/(v + v_s)$

$$\rightarrow f = 2 f'_{\text{av}} f'_{\text{al}} / (f'_{\text{av}} + f'_{\text{al}}); v_s = v (f'_{\text{av}} - f'_{\text{al}}) / (f'_{\text{av}} + f'_{\text{al}})$$

O11) R1 (ricevitore fermo, sorgente in allontanamento) percepisce la frequenza $f'_1 = f v/(v + v_s)$

R2 (ricevitore fermo, sorgente in avvicinamento) percepisce la frequenza $f'_2 = f v/(v - v_s)$

$$\rightarrow f = 2 f'_1 f'_2 / (f'_1 + f'_2); v_s = v (f'_2 - f'_1) / (f'_1 + f'_2)$$

O12) il ricevitore fermo con la sorgente in avvicinamento percepisce la frequenza $f'_{\text{av}} = f v/(v - v_s)$; con la sorgente in allontanamento percepisce la frequenza $f'_{\text{al}} = f v/(v + v_s) < f'_{\text{av}}$ (più acuto).

$$\Delta f/f_{\text{med}} = (f'_{\text{av}} - f'_{\text{al}}) / [\frac{1}{2} (f'_{\text{av}} + f'_{\text{al}})] = 2 v_s/v \rightarrow v_s = 1/20 v$$

O13) Inserire la funzione nell'equazione delle onde di D'Alambert $\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$

$$\frac{\partial^2 A(x+vt)^2}{\partial x^2} = 2 A (x+vt); \frac{\partial^2 A(x+vt)^2}{\partial t^2} = 2 A v^2 (x+vt) \rightarrow 1/v^2 = 2 A (x+vt) / [2 A v^2 (x+vt)]$$

O14) analogamente a v_L si ha $v_T = (G/\rho)^{1/2}$; $v = Y/(2G) - 1 = v_L^2 \rho / (2 v_T^2 \rho) - 1 \rightarrow$

O15) le due lunghezze d'onda sono rispettivamente $\lambda_1 = 1 \text{ mm}$ e $\lambda_2 = 5/4 \lambda_1$. Le perturbazioni avranno per la prima volta lo stesso valore iniziale dopo $5 \lambda_1 = 4 \lambda_2 = 0,5 \text{ cm}$

O16) $t_A = d/v_t + d/v_i$; $t_B = d/v_t + s/v_o + s/v_o + d/v_i$; $\Delta t = 2s/v_o = 10 \text{ } \mu\text{s} \rightarrow$ l'osso è a profondità $d = t_A v_t$ ed è spesso $s = \frac{1}{2} \Delta t v_o$

FLUIDI

F1) Una sfera omogenea di massa $M = 1 \text{ kg}$ viene appesa ad una molla allungandola di una quantità $h = 5 \text{ cm}$. Se la sfera venisse ancorata tramite la stessa molla sul fondo di un recipiente pieno di acqua l'allungamento sarebbe ancora h . Determinare il volume della sfera. $[V = 2 \text{ dm}^3]$

F2) Un oggetto omogeneo appeso a una molla ne determina un certo allungamento. L'oggetto viene poi immerso completamente in acqua e l'allungamento si dimezza. Determinare la densità del corpo
 $[\rho = 2 \rho_{\text{H}_2\text{O}}]$

F3) Una sfera omogenea di legno (densità $= 0,9 \text{ g/cm}^3$) galleggia sull'acqua. Quale frazione del suo volume è al di sopra del pelo dell'acqua?
 $[V_{\text{em}}/V_{\text{Tot}} = 10\%]$

F4) Una sfera cava di massa $m = 1 \text{ kg}$ e raggio esterno $R = 10 \text{ cm}$ viene trattenuta sul fondo di un recipiente pieno di acqua mediante una molla di costante elastica $k = 40 \text{ N/m}$. Determinare il periodo di oscillazione della sfera considerando trascurabile l'effetto della viscosità dell'acqua.
 $[T = 0,99 \text{ s}]$

F5) Una sfera omogenea di raggio R e massa M viene lasciata sprofondare in acqua. Quanto vale il coefficiente β di attrito viscoso ($F_A = -\beta v$) se la velocità limite vale v_∞ ? $[\beta = (M - \rho_{\text{H}_2\text{O}} V)g/v_\infty]$

F6) Due sfere di uguale volume $V = 0,01 \text{ m}^3$ e masse m e M , collegate da una molla di lunghezza a riposo trascurabile, sono state immerse in acqua: una si trova in prossimità del fondo, l'altra emerge per metà. Determinare la massa complessiva delle due sfere. $[m+M = 15 \text{ kg}]$

F7) Due sfere di raggio R sono collegate da un'asta sottile di massa trascurabile. La prima ha densità $\rho_1 = 2 \rho_0$; l'altra, essendo cava, ha densità praticamente nulla. Il sistema viene immerso con l'asta in posizione orizzontale a metà di un contenitore pieno di liquido di densità ρ_0 e viene lasciato libero di muoversi. Determinare la legge del moto del centro di massa sistema. $[v(t) = 0]$

F8) Due sfere omogenee di ugual raggio e densità $d_1 = d_0/4$ e $d_2 = 3/2 d_0$, collegate da una fune ideale, vengono immerse in un liquido di densità d_0 . All'equilibrio una delle due sfere non tocca il fondo; l'altra emerge parzialmente dal liquido. Determinare la frazione di volume non immerso di questa sfera.
 $[V_{\text{em}}/V = 1/4]$

F9) Una sfera e un cubo omogenei di ugual volume V e densità rispettivamente $\rho/2$ e 2ρ sono immersi in un liquido di densità ρ . I due corpi sono collegati da una molla di costante elastica K che si allunga della quantità d una volta che il sistema si trova in equilibrio sul fondo del recipiente (sufficientemente profondo affinché i due corpi siano totalmente immersi nel liquido). Determinare l'allungamento d e la reazione vincolare esercitata dal fondo sul corpo a contatto. Come cambierebbe la reazione vincolare se la molla venisse sostituita da un filo ideale?
 $[d = \frac{1}{2}\rho Vg/K; R_v = V \rho/2 g]$

F10) Un cubo omogeneo di massa M e lato L viene immerso in un largo recipiente contenente acqua e forzato a rimanere con la superficie superiore al livello dell'acqua. Quando viene lasciato inizia ad oscillare. Determinare l'ampiezza e il periodo di tali oscillazioni.
 $[A = L [1-M/(L^3 \rho_{\text{H}_2\text{O}})]; T = 2\pi/[(L^2/M) \rho_{\text{H}_2\text{O}} g]^{1/2}]$

F11) Un corpo di massa m cade in acqua dove, mentre sprofonda, viene spinto verso l'alto da una forza di Archimede pari a F_A . Determinare il coefficiente di attrito viscoso fra il corpo e l'acqua sapendo che la velocità a regime varrebbe v_{lim} .

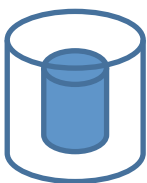
$$[\beta = (mg - F_A)/v_{lim}]$$

F12) Una sfera omogenea di diametro D e densità ρ , immersa in un fluido di densità 3ρ , si muove verticalmente a velocità costante v . Determinare il rapporto fra la costante che caratterizza la forza di attrito viscoso e D^3 .

$$[\beta/D^3 = \pi/3 \rho g/v]$$

F13) Un bastone cilindrico di lunghezza $L = 20$ cm è costituito da due elementi lunghi 10 cm, uno di legno ($\rho_{leg} = 0,8$ g/cm³) e uno di Al ($\rho_{Al} = 2,7$ g/cm³). Messo orizzontalmente in acqua, sprofonda. Determinare, trascurando la viscosità dell'acqua, l'accelerazione del centro di massa e la sua distanza dal centro del bastone.

$$[a = 4,2 \text{ m/s}^2; 2,71 \text{ cm}]$$

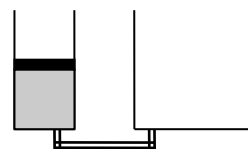


F14) Un cilindro di altezza h , raggio r e densità ρ è posto all'interno di un recipiente di raggio R e altezza opportuna. Quale volume di liquido di densità ρ_0 va versato nel recipiente affinché il cilindro si sollevi dal fondo per via della spinta di Archimede?

$$[V = \pi (R^2 - r^2) h \rho / \rho_0]$$

F15) Un recipiente cilindrico di sezione $s = 50$ cm² contiene 1 litro di acqua ed è superiormente chiuso tramite un pistone di massa $M = 0,1$ kg. Sul fondo, il recipiente comunica tramite un tubicino di sezione e lunghezza trascurabili col fondo di un altro contenitore cilindrico di sezione $S = 100$ cm² inizialmente vuoto. Calcolare il livello di acqua raggiunto nel primo recipiente una volta che i due vasi sono stati posti in comunicazione.

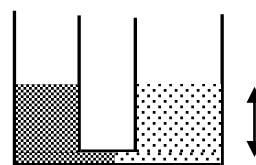
$$[h = 5,33 \text{ cm}]$$



F16) Un cilindro chiuso di sezione S e altezza H è riempito di liquido di densità ρ . Viene collegato tramite un tubo sottile ad un altro cilindro aperto di sezione $s < S$ inizialmente vuoto. Determinare l'altezza raggiunta dal liquido nel primo cilindro sapendo che la pressione atmosferica vale p_0 .

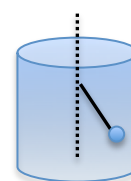
$$[h = [p_0/(\rho g) + H S/s]/(1 + S/s)]$$

F17) Due contenitori cilindrici sono collegati alla base da un tubicino orizzontale di sezione S . All'interno del tubicino c'è un sottile diaframma con carico di rottura F_R . I due contenitori vengono riempiti con due liquidi, che differiscono in densità di $\Delta\rho$, fino a raggiungere lo stesso livello h . Determinare il massimo valore di h per il quale il diaframma non si rompe. Come cambierebbe il risultato se il tutto fosse svolto all'interno di un ascensore che sale con velocità v_0 ? Esegui i calcoli per $S = 50$ cm², $F_R = 10$ N, $\Delta\rho = 200$ kg/m³, $v_0 = 2$ m/s. $[h = 1,02 \text{ m; stessa quota}]$



F18) Un cubo omogeneo di densità 2 g/cm³ e lato $L = 5$ cm scende con accelerazione pari a $1/6$ g lungo un piano inclinato di 30° completamente immerso in acqua. Trascurando la viscosità dell'acqua determinare il valore del coefficiente di attrito fra cubo e piano $[(\sqrt{3}-1)/3]$

F19) Un contenitore cilindrico viene riempito di acqua e messo in rotazione intorno al suo asse baricentrale verticale. Dentro l'acqua, anch'essa in rotazione, è posto un corpo omogeneo di massa M e volume V sospeso, tramite un filo lungo L , ad un punto dell'asse. Determinare, quando il sistema acqua-filo-massa è in equilibrio, qual è la massima velocità angolare per cui il filo, che ha un carico di rottura F_c , non si spezza.



$$[\omega_{MAX} = (F_c / ML)^{1/2}]$$

F20) Un cubo omogeneo di massa 0,2 kg e lato 10 cm viene immerso in acqua. Un filo ancorato sul fondo del recipiente applica una forza verticale che tiene il cubo in equilibrio con una faccia a pelo d'acqua. Determinare l'accelerazione del cubo nel momento in cui viene tagliato il filo e la frazione di cubo immersa nell'istante in cui l'accelerazione si è dimezzata [4g; 60%]

F21) Una sfera cava di massa $m = 40$ kg e raggio $R = 20$ cm viene liberata in un tratto di mare profondo 40 m. La pressione atmosferica è pari a 1 bar mentre all'interno della sfera è stato fatto il vuoto. Sapendo che il carico di rottura del materiale che costituisce la sfera è di 4×10^5 N/m² determinare a quale profondità la sfera imploderà. [h = 30,6 m]

F22) Una sfera cava di massa $m = 2$ kg e raggio $R = 20$ cm viene liberata, a 10 m dal fondo, in un tratto di mare profondo 40 metri. La pressione atmosferica è pari a 1 bar mentre all'interno della sfera c'è un gas compresso a 10 bar di massa trascurabile. Sapendo che il carico di rottura del materiale che costituisce la sfera è di 8×10^5 N/m² determinare a quale profondità la sfera esploderà durante la risalita. [h = 10,2 m]

F23) Una sfera di massa cava $m = 20$ kg e raggio $R = 20$ cm viene liberata, a 10 m dal fondo, in un tratto di mare profondo 40 metri. La pressione atmosferica è pari a 1 bar mentre all'interno della sfera c'è un gas compresso a 10 bar di massa trascurabile. Trascurando la viscosità dell'acqua determinare il tempo necessario affinché la sfera arrivi a 10 m dalla superficie. [t = 16,3 s]

F24) Una sfera cava di massa $m = 20$ kg e raggio $R = 20$ cm viene liberata, a 10 m dal fondo, in un tratto di mare profondo 40 metri. Considerando la presenza di un attrito viscoso $F = -b v$ con coefficiente $b = 4 \times 10^{-3}$ N/(m/s) determinare la velocità limite durante la risalita. Calcolare il tempo necessario affinché la sfera emerga nelle ipotesi:

a) che la velocità di risalita sia pari a quella limite [t = 0,91 ms]

b) che la viscosità sia trascurabile. [t = 19,9 s]

Quale delle due ipotesi è più ragionevole e perché? [b]

F25) Un tubo di sezione 5 cm² piegato ad U contiene del mercurio. Nel braccio destro vengono versati 204 g d'acqua. Di quanto sale il livello del mercurio nel ramo sinistro? (densità del mercurio $\rho_{Hg} = 13,6$ g/cm³). [x = 1,5 cm]

F1) Considerare le due condizioni di equilibrio in aria e in acqua $\rightarrow V = 2 M/\rho$

$$-Mg + k h = Ma = 0; (\rho_{H_2O} V - M) g - k h = Ma = 0$$

F2) $-Mg + k \Delta x = Ma = 0; (\rho_{H_2O} V - M) g + k \frac{1}{2} \Delta x = Ma = 0 \rightarrow \rho_{H_2O} V = M/2 = \frac{1}{2} \rho V$

F3) $-\rho_{legno}(V_{em} + V_{im})g + \rho_{H_2O} V_{im}g = Ma = 0 \rightarrow V_{im} = \rho_{legno}(V_{em} + V_{im})/\rho_{H_2O} \rightarrow V_{em} = (V_{em} + V_{im})(1 - \rho_{legno}/\rho_{H_2O})$

F4) Proiettare le forze lungo l'asse verticale: $d^2x/dt^2 + k/m x = (V\rho_{H_2O} - m)g; \Omega^2 = k/m \rightarrow T = 2\pi \sqrt{m/k}$

F5) Il principio della dinamica (forza peso, spinta di Archimede, attrito viscoso); raggiunta la velocità limite costante v_∞ , l'accelerazione è nulla

F6) Applicare il secondo principio della dinamica separatamente alle due sfere e considerare che sono in equilibrio. Ipotizzando $m < M$: $-Mg + \frac{1}{2}\rho_{H_2O}Vg - mg + \rho_{H_2O}Vg = (m+M)a = 0$

$$\rightarrow (m+M) = 3/2 \rho_{H_2O}V$$

F7) risultante delle forze peso e delle spinte di Archimede $-V\rho_1g + V\rho_0g - V\rho g + V\rho_0g = V(\rho_1 + \rho_2)a$

$$\rightarrow a = g(2\rho_0 - \rho_1 - \rho_2)/(\rho_1 + \rho_2) \quad v(t) = v(0) = 0$$

F8) la sfera 2 è completamente immersa $\rightarrow (V - V_{em})d_0g - Vd_1g + Vd_0g - Vd_2g = M_{tot}a = 0$

F9) sul cubo, più denso, agiscono 4 forze; sulla sfera 3... il cubo poggia sul fondo:

$\rho Vg - 2\rho Vg + Kd + R_v = ma = 0$ per la sfera: $\rho Vg - \rho/2 Vg - Kd = ma = 0$. $Kd = T \rightarrow$ la forza interna non influenza il risultato

F10) Ricavare, a partire dalle forze in gioco, l'equazione differenziale che descrive il moto. Ricavarne la legge oraria e, da questa, la velocità per imporre le condizioni al contorno $x(0) = 0$ e $v(0) = 0 \rightarrow x(t) = A \sin\{[(L^2/M)\rho_{H_2O}g]^{1/2}t + \varphi\} + L[1 - M/(L^3\rho_{H_2O})]$

F11) scelto il verso positivo in basso si ha $mg - F_A - \beta v = ma$ in cui il moto diventa uniforme se $v = v_{lim}$

F12) il moto diventa uniforme se $v = v_{lim}$

F13) I cardinale $\rightarrow a = g[1 - 2\rho_{H_2O}/(\rho_{leg} + \rho_{Al})]; X_{CM} = L/4(\rho_{Al} - \rho_{leg})/(\rho_{Al} + \rho_{leg})$

F14) Il cilindro dovrà essere immerso solo parzialmente: il liquido avrà un'altezza $x < h$

F15) $h = (V - M/\rho_{H_2O} S/s)/(S+s)$ all'equilibrio la pressione sul fondo dei due recipienti è la stessa

F16) all'equilibrio la pressione sul fondo dei due recipienti è la stessa

F17) la rottura avviene quando la differenza di pressione produce una forza superiore a quella massima tollerabile dal diaframma: $\rho_1 g h - \rho_2 g h < F_R/S$. Le forze apparenti si hanno solo nei sistemi di riferimento non inerziali

F18) $\mu_d = \tan\theta - \rho/(\rho - \rho_{H_2O}) a/g$

F19) considerare la risultante delle forze lungo la direzione perpendicolare all'asse di rotazione

F20) $a = g(L^3\rho_{H_2O}/m - 1); V_{imm}/L^3 = 1/2 + m/(2\rho_{H_2O}L^3) = 0,6$

F21) $\rho_{H_2O}gh + p_0 = \sigma_R$

F22) l'esplosione avviene quando la pressione interna supera quella esterna di una quantità pari al carico di rottura della sfera: $p_{int} - (p_0 + \rho_{H_2O}gh) = \sigma_R \rightarrow h = (p_{int} - p_0 - \sigma_R)/(\rho_{H_2O}g)$

F23) $-mg + \rho_{H_2O}Vg = ma; s = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow t = [(2sg(\rho_{H_2O}V/m - 1))]^{1/2}$

F24) $v_{lim} = (\rho_{H_2O}V - m)g/b; a) t = s/v_{lim}; b) t = (2sa)^{1/2}$

F25) $x = m_{H_2O}/(2\rho_{Hg}S)$

Altri suggerimenti

F10) detta x la distanza della superficie superiore del cubo dal pelo dell'acqua (asse positivo verso l'alto) si ha: $(L-x)L^2\rho_{H_2O}g - Mg = M d^2x/dt^2 \rightarrow d^2x/dt^2 + (L^2/M)\rho_{H_2O}gx = [(L^3/M)\rho_{H_2O} - 1]g$ e la legge oraria: $x(t) = A \sin(\Omega t + \varphi) + x_p \rightarrow x(t) = A \sin\{[(L^2/M)\rho_{H_2O}g]^{1/2}t + \varphi\} + L[1 - M/(L^3\rho_{H_2O})]$ e $v(t) = A\Omega \cos(\Omega t + \varphi)$. Essendo $x(0) = 0$ e $v(0) = 0 \rightarrow \varphi = \pi/2$ e $A = L[1 - M/(L^3\rho_{H_2O})]$

F12) scelto il verso positivo in alto si ha $4/3\pi(D/2)^3\rho g - 4/3\pi(D/2)^3\rho g - \beta v = Ma = 0$

F13) $L/2 S \rho_{leg}g + L/2 S \rho_{Al}g - L S \rho_{H_2O}g = (L/2 S \rho_{leg} + L/2 S \rho_{Al})a$

$$X_{CM} = (-L/4 L/2 S \rho_{leg} + L/4 L/2 S \rho_{Al})/(L/2 S \rho_{leg} + L/2 S \rho_{Al})$$

F14) $\pi r^2 x \rho_0 g - \pi r^2 h \rho g = ma = 0; V = \pi(R^2 - r^2)x$

F15) $\rho_{H_2O}gh + Mg/s + p_0 = \rho_{H_2O}gH + p_0$; il volume di liquido si conserva: $sh + SH = V$

F16) $\rho g h = \rho g h' + p_0$; il volume di liquido si conserva: $SH = Sh + sh'$

F18) X (orientato lungo il piano inclinato, verso il basso); Y (perpendicolare al piano, verso l'alto)

X: $mg \sin\theta - \mu_d N - F_{Arc} \sin\theta = m a$; Y: $-mg \cos\theta + F_{Arc} \cos\theta + N = 0$; $m = L^3 \rho$; $F_{Arc} = L^3 \rho_{H_2O} g$

F19) perpendicolarmente all'asse si ha che $-T \sin\theta + (M\omega^2 L \sin\theta) = 0 \rightarrow T = M\omega^2 L$.

F20) subito dopo il taglio ($T = 0$ e non c'è stato spostamento) si ha $-mg + L^3 \rho_{H_2O} g = m a_0$.

Quando $a = \frac{1}{2} a_0$ si ha: $-mg + V_{imm} \rho_{H_2O} g = \frac{1}{2} m g (L^3 \rho_{H_2O}/m - 1)$

F24) $-m g + \rho_{H_2O} V g - b v = m a \rightarrow -m g + \rho_{H_2O} V g - b v_{lim} = 0$; per raggiungere la velocità limite occorrono tempi dell'ordine di alcune volte m/b che in questo caso sono estremamente lunghi

F25) se a sinistra il mercurio sale di x , a destra scende di x e quindi le due superfici libere del mercurio hanno un dislivello di $2x$. La pressione di $2x$ di mercurio sono compensati dalla pressione dell'acqua a destra $\rightarrow 2x \rho_{Hg} g = \rho_{H_2O} g h = m_{H_2O}/V g h = m_{H_2O}/S g$

TERMODINAMICA

T1) Una mole di metallo a 30°C viene immersa in 10 g di acqua a 20°C. Che temperatura viene raggiunta all'equilibrio? Considerare valida la legge di Dulong e Petit sui calori specifici ($c = 3 R$) e il sistema metallo-acqua isolato dall'ambiente.
[$T_f = 23,7^\circ\text{C}$]

T2) Un recipiente adiabatico di volume $V = 20 \text{ l}$ contiene 1 g di limatura di ferro (temperatura iniziale $T_{\text{Fe}} = 40^\circ\text{C}$) e gas perfetto biatomico a 30 bar (temperatura iniziale $T_{\text{gas}} = 420 \text{ K}$). Determinare la temperatura di equilibrio sapendo che in questo intervallo di temperature il calore specifico del ferro è $c_{\text{Fe}} = 444 \text{ kJ/(kg K)}$
[$T_f = 87,6^\circ\text{C}$]

T3) Una mole di acqua (18 g) inizialmente a -20°C , viene scaldata a pressione atmosferica con una potenza costante $W = 20 \text{ W}$. Trascurando l'evaporazione durante la fase di riscaldamento, dopo quanto tempo la massa di acqua viene trasformata integralmente in vapore a 120°C ? Disegnare approssimativamente l'andamento temporale della temperatura.

Negli intervalli di temperatura considerati:

- calore specifico del ghiaccio: $c_{\text{gh}} = 2200 \text{ J/(kg K)}$; dell'acqua: $c_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ cal/(g }^\circ\text{C)}$; del vapore: c_{vap} approssimare il vapore acqueo a un gas perfetto triatomico
- calore latente di fusione $\lambda_f = 80 \text{ cal/g}$; di evaporazione $\lambda_{\text{ev}} = 2,3 \times 10^6 \text{ J/kg}$ [$t = 47 \text{ minuti}$]

T4) In un contenitore isolato dall'esterno vengono introdotti 60 g di ghiaccio a 0°C e dell'acqua a 30°C . Determinare il quantitativo minimo di acqua che consente di sciogliere tutto il ghiaccio.

Negli intervalli di temperatura considerati alcuni di questi dati potrebbero essere utili:

calore specifico del ghiaccio: $c_{\text{gh}} = 2200 \text{ J/(kg K)}$; dell'acqua: $c_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ cal/(g }^\circ\text{C)}$

calore latente di fusione $\lambda_f = 80 \text{ cal/g}$; $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$ [$m_{\text{H}_2\text{O}} = 160 \text{ g}$]

T5) In un recipiente isolato contenente $M = 50 \text{ g}$ di acqua a 20°C viene versata la minima massa m di ghiaccio a -10°C sufficiente a far sì che non inizi a sciogliersi. Approssimando il calore specifico del ghiaccio a metà di quello dell'acqua $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4186 \text{ J/(kgK)}$ determinare m e la variazione di entropia fra lo stato iniziale e quello di equilibrio finale
[$m = 200 \text{ g}$; $\Delta S = 0,82 \text{ J/K}$]

T6) Partendo per le vacanze lasciamo distrattamente semi-aperto un rubinetto dal quale esce un litro di acqua calda al minuto. La temperatura dell'acqua che entra nello scaldabagno è 20°C ; quella dell'acqua calda che ne esce 40°C . La vacanza dura 10 giorni. Quanta energia viene sprecata? Monetizzare la "svista" considerando un costo di $0,20 \text{ €/chilowattora}$ [$1,2 \text{ GJ}$; 67€]

T7) Una mole di gas perfetto, inizialmente a 300 K assorbe calore ($Q = 10 \text{ kJ}$) mentre il suo volume raddoppia durante una trasformazione reversibile isobara. Determinare il calore specifico molare a volume costante del gas.
[$c_v = 25 \text{ J/(Kmol)}$]

T8) Due moli di gas perfetto, inizialmente a 300 K , assorbono calore ($Q = 30 \text{ kJ}$) mentre la pressione triplica durante una trasformazione reversibile isocora. Determinare il calore specifico molare a pressione costante del gas.
[$c_p = 33,3 \text{ J/(Kmol)}$]

T9) I quattro pneumatici di un'automobile di massa 1200 kg sono stati gonfiati per avere una pressione relativa (addizionale rispetto a quella atmosferica pari a $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$) $p = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$. Qual è la superficie di contatto di ogni pneumatico con la strada? Se il gonfiaggio è avvenuto a $T_0 = 20^\circ\text{C}$,

ipotizzando che il volume rimanga costante (e il gas si comporti come ideale), quanto diventa p se i quattro pneumatici si surriscaldano fino a raggiungere $T' = 50^\circ\text{C}$? $[S=147\text{cm}^2; p=2,2\times 10^5 \text{ Pa}]$

T10) Una bombola contenente gas compresso ha una massa $M = 20 \text{ kg}$ e dimensioni trascurabili. Giace sul fondo di un lago a 100 m di profondità ed è collegata a un pallone elastico che si gonfia assumendo una forma sferica. Quando il raggio del pallone supera 20 cm la bombola e il pallone di staccano dal fondo e iniziano ad emergere. Trascurando la massa del gas, qual è la massa del pallone? Qual è la pressione minima del gas nella bombola affinché il pallone possa gonfiarsi? Quanto lavoro compie il gas durante il riempimento del pallone?

$$[m= 13,5 \text{ kg}; p = 9,8 \times 10^5 \text{ Pa}; L = 32,8 \text{ kJ}]$$

T11) Due contenitori cilindrici chiusi di uguale sezione S e altezza $h = 8 \text{ m}$ sono collegati sul fondo tramite un tubicino di dimensioni trascurabili chiuso da una valvola. Uno dei due contenitori è inizialmente pieno di aria a pressione atmosferica (10^5 Pa); l'altro è pieno di liquido di densità ρ . Dopo l'apertura della valvola solo $\frac{1}{4}$ del liquido si trasferisce da un contenitore all'altro. Determinare la densità del liquido approssimando l'aria a un gas ideale che subisce una trasformazione isoterma e trascurando le dilatazioni termiche degli altri elementi.

$$[\rho = 3,4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3]$$

T12) Un contenitore cilindrico (alto $h = 10 \text{ cm}$, di raggio interno $R = 4 \text{ cm}$ e spessore $d = 0,2 \text{ cm}$) viene riempito di un liquido a 70°C . Quanto calore per unità di tempo può essere estratto inizialmente se l'ambiente esterno è a 20°C , le due basi del cilindro sono adiabatiche e la parete laterale ha un coefficiente di conducibilità termica $k = 0,2 \text{ W/(K m)}$? $[dQ/dt = 40 \pi \text{ W}]$

T13) Un'asta di sezione S , lunghezza L e conducibilità termica k_1 è collegata da un lato a una sorgente termica a temperatura T_1 e dall'altra a una seconda asta geometricamente identica ma con conducibilità termica k_2 . L'altra estremità della seconda asta è collegata ad una seconda sorgente a temperatura T_2 .

Determinare la temperatura T_c di equilibrio nel punto di contatto delle due aste.

$$[T_c = (k_1 T_1 + k_2 T_2) / (k_1 + k_2)]$$

T14) Un locale cubico di lato 3 m viene scaldato da un impianto termico da $1,8 \text{ kW}$. Determinare la massima temperatura ottenibile all'interno se le pareti laterali del locale (considerare adiabatici soffitto e pavimento) lo isolano parzialmente dall'esterno a 5°C . Lo spessore delle pareti è 10 cm ; la conducibilità termica del materiale che le costituisce è $0,2 \text{ W/(K m)}$. $[T = 30^\circ\text{C}]$

T15) La superficie corporea di un animale è di 2 m^2 . Durante la notte, quando la temperatura ambiente è di 5°C , la sua temperatura superficiale scende a 25°C . Supponendo che il pelo dell'animale abbia una conducibilità termica di $0,03 \text{ J/(m s }^\circ\text{C)}$, ricavare lo spessore dello strato di pelo necessario per ridurre le perdite di calore di un fattore 2 rispetto a quelle che avrebbe avuto, in assenza di pelo, per irraggiamento (100 W). $[2,4 \text{ cm}]$

T16) Una mole di gas perfetto monoatomico, inizialmente a 27°C , viene sottoposta ad una trasformazione adiabatica quasi statica durante la quale il volume viene aumentato di un fattore $2\sqrt{2}$. Calcolare quanto lavoro viene prodotto. $[L = + 1870 \text{ J}]$

T17) Una mole di gas perfetto inizialmente a 27°C assorbe 10 kJ di calore mentre il volume raddoppia durante una trasformazione reversibile isobara. Determinare il calore specifico molare a volume costante del gas. $[c_v = 25\text{ J/K}]$

T18) Due moli di gas perfetto monoatomico vengono compresse adiabaticamente e reversibilmente riducendone il volume a $1/8$ di quello iniziale. Se il lavoro richiesto per la trasformazione è $7,48\text{ kJ}$, quanto vale la temperatura iniziale del gas? $[T_i = 100\text{K}]$

T19) Un blocco di alluminio (volume 100 cm^3) lanciato a 2 m/s lungo un piano orizzontale isolante si ferma per via del solo attrito radente. Ipotizzando che il calore del corpo non venga dissipato, calcolare la variazione di temperatura e di energia interna del corpo trascurandone la dilatazione termica. Valutare se è lecito trascurare la dilatazione del corpo.

- densità $\rho = 2,7\text{ g/cm}^3$

- calore specifico a pressione costante $c = 0,9\text{ J/(g K)}$.

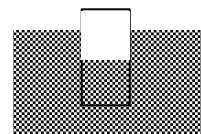
- coefficiente di dilatazione volumica $7 \times 10^{-5}/\text{K}$

$[\Delta U = 0,54\text{J}; \Delta T = 2,2\text{ mK}; \text{ sì}]$

T20) Una certa quantità di gas perfetto, inizialmente a 300°C , viene introdotta a pressione atmosferica ($p_0 = 10^5\text{ Pa}$) in un contenitore diatermico con un coperchio di superficie $S = 100\text{ cm}^2$. Il contenitore viene poi raffreddato fino a raggiungere l'equilibrio termico a 150°C . Determinare la differenza fra la pressione esterna e interna e calcolare quale forza minima va applicata al coperchio per aprire il contenitore. $[\Delta p = 26,2\text{ kPa}; F = 262\text{ N}]$

T21) Del gas perfetto biatomico, inizialmente a pressione $p_0 = 1\text{ bar}$ e volume $V_0 = 1\text{ l}$, subisce una trasformazione in cui raddoppia il volume e durante la quale il prodotto pV^2 resta costante. Calcolare il lavoro prodotto durante la trasformazione (durante la quale il prodotto pV^2 resta costante) e il calore scambiato. $[L = 50\text{ J}; Q = -25\text{ J}]$ T2

T22) Un cilindro di sezione S e altezza $H = 2\text{ m}$ contiene aria a pressione atmosferica (1 bar). Viene immerso verticalmente in acqua dopo aver praticato un forellino sulla base inferiore. Determinare a quale profondità (misurata dal pelo dell'acqua alla base inferiore del cilindro) il cilindro deve essere posizionato affinché si riempia per metà di acqua. Supporre che la temperatura si mantenga costante e approssimare l'aria a un gas perfetto. $[h = H/2 + p_0/(\rho_{\text{H}_2\text{O}}g)]$



T23) Una mole di gas perfetto monoatomico subisce una trasformazione in cui $TV^{-2} = \text{costante}$ portandola da $T_1 = 300\text{ K}$, $V_1 = 10^{-2}\text{ m}^3$ a $T_2 = 400\text{ K}$. Calcolare la variazione di energia interna del gas. Determinata la relazione fra p e V durante la trasformazione, calcolare quanto calore viene scambiato dal gas. $[\Delta U = 1,247\text{ kJ}; pV^{-1} = \text{costante}; Q = 1,662\text{ kJ}]$

T24) In un contenitore rigido di capacità termica $C = 100\text{ J/K}$ vengono immesse a pressione atmosferica ($1\text{ bar} = 10^5\text{ Pa}$) quattro moli di gas perfetto monoatomico. Il contenitore, inizialmente in equilibrio a temperatura $T_0 = 300\text{ K}$, viene posto a contatto con una sorgente termica che gli trasferisce calore con una potenza di 50 W . Dopo quanto tempo entrerà in funzione la valvola di sicurezza del contenitore che è tarata per aprirsi a una sovrappressione di 1 bar ? ($t = 15\text{ minuti}$)

T25) Un contenitore cilindrico adiabatico di 2 litri è chiuso da un pistone, anch'esso adiabatico, che può scorrere orizzontalmente senza attrito. All'interno c'è del gas perfetto monoatomico a 1 bar .

Quanto lavoro va effettuato dall'esterno affinché la pressione salga a 32 bar? Considerare reversibile la trasformazione subita dal gas.

$$[L_{\text{ext}} = 900 \text{ J}]$$

T26) Due moli di gas perfetto monoatomico subiscono dapprima un'espansione isobara (p_0) in cui raddoppia il volume inizialmente pari a V_0 e poi una compressione isoterma al termine della quale il lavoro complessivo delle due trasformazioni reversibili risulta nullo.

Disegnare approssimativamente la trasformazione nel piano pV e determinare, col segno, di quanto è variata l'entropia del gas.

$$[\Delta S = 20,5 \text{ J/K}]$$

T27) Tre moli di gas perfetto biatomico vengono sottoposte ad una trasformazione isoentropica reversibile durante la quale la temperatura diminuisce di 10°C . Calcolare quanto lavoro viene prodotto, la variazione di energia interna e il calore scambiato con l'ambiente. Giustificare i segni delle quantità ottenute.

$$[L = 623,3 \text{ J}]$$

T28) Un gas perfetto viene compresso reversibilmente in contatto con una sorgente a 300K fino a dimezzarne il volume iniziale. Durante la trasformazione l'entropia del gas diminuisce di 20 J/K. Quante sono le moli di gas? Quanto lavoro viene richiesto per effettuare la trasformazione?

$$[n = 3,47; L = -6 \text{ kJ}]$$

T29) Una mole di gas biatomico perfetto viene sottoposta a due trasformazioni reversibili utilizzando una sola sorgente termica: viene dapprima compressa senza scambi di calore fino a raddoppiarne la pressione e poi viene lasciata espandere a contatto con la sorgente fino a riacquistare il volume iniziale. Disegnare approssimativamente nel piano di Clapeyron le due trasformazioni e calcolare la variazione di entropia del gas.

$$[\Delta S = +4,11 \text{ J/K}]$$

T30) Un recipiente con pareti adiabatiche e meccanicamente isolato dall'esterno, è diviso in due parti di volumi $V_1 = 1$ litro e $V_2 = 3$ litri, contenenti inizialmente rispettivamente 0,5 moli di N_2 alla pressione $p_1 = 2 \times 10^6$ Pa e due moli di Ar alla pressione $p_2 = 10^6$ Pa. Il setto divisorio è permeabile al calore. Determinare la temperatura finale dei due gas (supposti perfetti) e la loro variazione di entropia.

$$[T_{\text{Ar}} = 269 \text{ K}; \Delta S = 3,9 \text{ J/K}]$$

T31) Una mole di gas perfetto biatomico viene scaldata in un recipiente con una parete mobile che garantisce l'equilibrio con la pressione atmosferica esterna. Calcolare la variazione di entropia dell'universo, del gas e della sorgente a 300K che fornisce al gas 900 J fino al raggiungimento dell'equilibrio termico.

$$[\Delta S_{\text{gas}} = 3,17 \text{ J/K}; \Delta S_{\text{sorg}} = -3 \text{ J/K}; \Delta S_{\text{univ}} = +0,17 \text{ J/K}]$$

T32) Una massa di acqua $m = 1$ kg viene posta per poco tempo a contatto con un fornello elettrico a temperatura costante $T = 300^\circ\text{C}$. La temperatura dell'acqua passa da 30°C a 40°C . Calcolare la variazione di entropia dell'acqua, del fornello e la quantità di energia elettrica necessaria.

$$[\Delta S_{\text{H}_2\text{O}} = 135,9 \text{ J/K}; \Delta S_{\text{fornello}} = -73,1 \text{ J/K}; E = 41,87 \text{ kJ}]$$

T33) Una mole di gas perfetto biatomico, chiusa in un contenitore e inizialmente a 300 K, scambia reversibilmente calore con l'esterno diminuendo la sua energia interna di 750 J. Calcolare la variazione di entropia del gas.

$$[\Delta S = -2,66 \text{ J/K}]$$

T34) Due moli di gas perfetto monoatomico sono inizialmente in equilibrio alla pressione $p_1 = 10^6$ Pa e occupano un volume di 5 litri. A seguito di una trasformazione il gas raggiunge un nuovo

stato di equilibrio a una pressione $p_2 = 3 p_1$, con un volume pari a quello iniziale. Calcolare la variazione di energia interna e dell'entropia del gas.
 $[\Delta U = 15 \text{ kJ}; \Delta S = 27,4 \text{ J/K}]$

T35) Due moli di gas perfetto monoatomico subiscono prima una trasformazione adiabatica che ne raddoppia la pressione e poi una isobara che riporta il gas al volume iniziale. Determinare la variazione complessiva di entropia del gas considerando reversibili le due trasformazioni.

$$[\Delta S = 3 R \ln 2]$$

T36) Una mole di gas perfetto biatomico subisce prima una trasformazione isocora e poi un'adiabatica che porta il gas alla pressione iniziale avendone raddoppiato il volume. Determinare la variazione complessiva di entropia del gas considerando reversibili le due trasformazioni.

$$[\Delta S = 7/2 R \ln 2]$$

T37) Un contenitore cilindrico chiuso, adiabatico tranne che nella base diatermica di superficie $S=100 \text{ cm}^2$, contiene una massa $m = 500 \text{ g}$ di ghiaccio a 0°C . Viene posto su una piastra termica di superficie $s = 10 \text{ cm}^2$ termostata a 50°C . La base del contenitore, spessa $d = 1 \text{ cm}$, ha una conducibilità termica $k = 500 \text{ W/(K m)}$.

Quanto vale la potenza termica erogata dalla piastra durante la transizione di fase del ghiaccio?

Quanto tempo occorre perché fonda tutto il ghiaccio ($\lambda_f = 330 \text{ kJ/kg}$)?

Di quanto varia, fino alla completa fusione del ghiaccio, l'entropia della piastra?

$$[P = 2,5 \text{ kW}; t = 66 \text{ s}; \Delta S = 511 \text{ J/K}]$$

T38) Due moli di gas perfetto monoatomico compiono un ciclo termodinamico costituito da una isobara reversibile AB seguita da un'isocora reversibile BC e un'isoterma irreversibile CA durante la quale il gas cede $1,5 \text{ kJ}$ alla sorgente.

Disegnare approssimativamente il ciclo termodinamico.

Sapendo che $T_A = 200 \text{ K}$, $V_A = 1,2 \text{ litri}$, $V_B = 2,4 \text{ litri}$ si calcolino la variazione di energia interna nel tratto AB e di entropia nel tratto CA.

$$[\Delta U_{A \rightarrow B} = 4,99 \text{ kJ}; \Delta S_{C \rightarrow A/\text{gas}} = -5,76 \text{ J/K}; \Delta S_{C \rightarrow A/\text{sorg}} = 7,5 \text{ J/K}]$$

T39) Due moli di gas perfetto monoatomico compiono un ciclo termodinamico costituito da: una isocora reversibile AB; una isoterma reversibile BC; una isobara irreversibile CA durante la quale il gas cede 9 kJ alla sorgente a temperatura T_C .

Disegnare approssimativamente il ciclo termodinamico.

Sapendo che $V_A = 2 \text{ litri}$, $p_A = 30 \text{ bar}$, $V_C = 3 \text{ litri}$ si determinino le variazioni di energia interna e entropia del gas nel ciclo e le variazioni di entropia nelle tre trasformazioni

$$[\Delta U = 0; \Delta S_{\text{gas}} = 0; \Delta S_{A \rightarrow B/\text{sorg}} = -10,11 \text{ J/K}; \Delta S_{B \rightarrow C/\text{sorg}} = -6,74 \text{ J/K}; \Delta S_{C \rightarrow A/\text{sorg}} = 24,93 \text{ J/K}]$$

T40) Determinare la variazione di energia interna e di entropia di tre moli di gas biatomico durante la fase di espansione di un ciclo di Carnot realizzato fra le temperature $T_1 = 300 \text{ K}$ e $T_2 > T_1$ con un rendimento del 40%. Durante il riscaldamento isoterma il volume del gas raddoppia.

$$[\Delta U = 12,5 \text{ kJ}; \Delta S = 17,3 \text{ J/K}]$$

T41) Una mole di gas monoatomico ideale, partendo dallo stato $[p_0, V_0, T_0]$ subisce una serie di trasformazioni reversibili in cui prima raddoppia il volume a temperatura costante, poi viene compresso a pressione costante infine torna adiabaticamente allo stato iniziale.

Disegnare nel piano di Clapeyron il ciclo e calcolare la variazione di entropia subita dal gas nelle tre trasformazioni.

T42) Un contenitore contenente 50 g di ghiaccio a 0°C viene posto a contatto con una sorgente a 150°C. Calcolare la variazione di entropia dell'universo durante la trasformazione integrale del ghiaccio in acqua a 100°C.

(calore latente di fusione $\lambda_f = 80 \text{ cal/g}$; calore specifico dell'acqua: $c_{H_2O} = 1 \text{ cal/(g } ^\circ\text{C)}$)

$$[\Delta S = 37,6 \text{ J/K}]$$

T43) Un cilindro adiabatico è diviso in due parti uguali da un pistone di massa trascurabile, anch'esso adiabatico, libero di muoversi al suo interno. Da una parte c'è una mole di gas perfetto dall'altra il VUOTO. Il pistone viene lasciato libero di muoversi. Calcolare le variazioni di U e S nella trasformazione. [considerare che si tratta di una espansione nel vuoto] $[\Delta U=0; \Delta S = R \ln 2]$

T44) Un pistone adiabatico di massa trascurabile è libero di muoversi senza attriti all'interno di un cilindro anch'esso adiabatico. Inizialmente il pistone è tutto da una parte e l'intero volume è occupato da una mole di gas perfetto monoatomico a $T_0 = 300 \text{ K}$. Agendo dall'esterno il pistone viene portato lentamente nella posizione centrale in modo da dividere il volume in due parti uguali in una delle quali c'è il gas e nell'altra il vuoto. Calcolare le variazioni di U e S del gas.

$$[\Delta U = n c_v T_0 (2^{2/3} - 1) = 2,2 \text{ kJ}; \Delta S = 0]$$

T45) Un cilindro (massa $m = 10 \text{ kg}$, raggio $R = 10 \text{ cm}$, capacità termica 10 kJ/K) ruota intorno al proprio asse di simmetria a 100 giri/s. Inizialmente è a 15°C. Viene immerso in un grande contenitore di acqua (capacità termica 30 kJ/K) alla stessa temperatura e a causa della viscosità rallenta fino a fermarsi. Di quanto è variata l'entropia del cilindro? Il sistema è isolato dall'esterno.

$$[\Delta S = 8,56 \text{ J/K}]$$

T46) Due sorgenti a 300 K e 400 K sono connesse da una sbarra conduttrice di calore lunga 50 cm, di sezione 10 cm^2 e conducibilità termica $k = 200 \text{ W/(K m)}$. Calcolare la variazione di entropia dell'universo in 30 s considerando il sistema in condizioni stazionarie e trascurando i moti convettivi e l'irraggiamento.

$$[\Delta S = 1 \text{ J/K}]$$

T47) Una mole di gas perfetto, inizialmente a 300 K, subisce un'espansione isobara reversibile durante la quale raddoppia il volume. Successivamente il gas viene riportato rapidamente alle condizioni iniziali restando a contatto con una sorgente termica e poi subendo una trasformazione isocora reversibile. Disegnare approssimativamente il ciclo termodinamico nel piano di Clapeyron. Determinare la variazione di entropia dell'universo durante il ciclo sapendo che la trasformazione isoterma richiede un lavoro esterno di 6 kJ.

$$[\Delta S = 4,24 \text{ J/K}]$$

T48) Una mole di gas perfetto monoatomico inizialmente a temperatura $T_1 = 455 \text{ K}$ subisce dapprima una trasformazione adiabatica fino a raggiungere la temperatura $T_2 = 600 \text{ K}$ poi una isocora in cui dimezza la temperatura e infine torna alla temperatura iniziale con una isobara. Il ciclo è reversibile; disegnarlo approssimativamente nel piano pV. Calcolare per ogni trasformazione e per il ciclo completo le quantità di calore e lavoro scambiate con l'esterno e la variazione di energia interna. Si consiglia di lavorare considerando solo le temperature e non pressioni e volumi.

$$[Q = L = - 519 \text{ J}]$$

T49) 2 moli di Ne a -20°C occupano il volume di 4 l. Il gas viene compresso reversibilmente con una adiabatica reversibile fino a dimezzare il volume. Mantenendo costante la temperatura il gas viene poi espanso reversibilmente fino a tornare al volume iniziale. Disegnare approssimativamente le

trasformazioni nel piano di Clapeyron. Complessivamente, quanto lavoro occorre compiere sul gas? Quanto varia l'entropia dell'universo? [-14,65 kJ; 0]

T50) Una macchina termica utilizza del gas perfetto monoatomico che, partendo dallo stato A segue un ciclo di Carnot in cui gli stati di raccordo B e D fra le isoterme (AB e CD) e le successive adiabatiche (BC e DA) avvengono allo stesso volume e a pressioni una tripla dell'altra (cioè $V_B = V_D$; $p_B = 3 p_D$).

Disegnare approssimativamente il ciclo termodinamico e determinare il rapporto fra il volume massimo e minimo occupato dal gas durante il ciclo. [$V_C/V_A = 27$]

T51) Una certa quantità di gas perfetto monoatomico è contenuto in un cilindro chiuso da un pistone di massa trascurabile libero di scorrere senza attriti. Le pareti e il pistone sono adiabatici. Inizialmente il gas a pressione $p_0 = 1$ bar occupa un volume $V_0 = 1$ litro ed è a temperatura $T_0 = 350$. Determinare quanto lavoro occorre svolgere reversibilmente dall'esterno per raffreddare il gas di 50°C e il volume finale occupato dal gas. [21,43 J; 0,79 l]

T52) Un recipiente adiabatico cilindrico lungo 14 cm è internamente diviso da una parete diatermica mobile di massa trascurabile in due volumi inizialmente uguali: da un lato vengono immesse 3 moli di He a 400 K, dall'altro viene immesso H_2 a 300 K. Si lascia evolvere reversibilmente il sistema. Determinare la temperatura di equilibrio finale e di quanto si è spostata la parete dalla situazione iniziale. [331 K; 1 cm]

T53) Una certa quantità del metallo A a 30°C viene messa in contatto termico con una diversa quantità del metallo B a 10°C . Calcolare quale temperatura viene raggiunta all'equilibrio sapendo che la capacità termica $C_A = 3 C_B = 900$ J/K e che il sistema è isolato dall'ambiente. Calcolare la variazione di entropia del sistema. [$T_f = 25^\circ\text{C}$; $\Delta S = 0,5$ J/K]

T54) Calcolare il rendimento di una macchina termica che utilizza come fluido un gas perfetto monoatomico. Il ciclo è costituito da due isoterme ($T_2 = 2 T_1$) e da due isocore ($V_2 = 2 V_1$). [$\eta = \ln 2 / (2 \ln 2 + 3/2) = 24\%$]

T55) Calcolare il massimo rendimento di una macchina termica operante con un ciclo di Carnot mediante un gas perfetto monoatomico che durante la compressione adiabatica dimezza il suo volume. [$\eta = 37\%$]

T56) Disegnare nel piano p-V il ciclo termodinamico di una mole di gas perfetto monoatomico che, partendo dallo stato A, subisce una trasformazione isobara fino allo stato B in cui raddoppia il volume, una riduzione di pressione a volume costante fino allo stato C e una adiabatica che lo riporta allo stato A.

Evidenziare qualitativamente nel grafico il lavoro prodotto nel ciclo e calcolarne il rendimento supponendo reversibili tutte le trasformazioni considerate. [$\eta = 1 - 6/5 [1 - 1/(2^\gamma)] = 17,8\%$]

T57) Determinare la potenza di una macchina termica che lavora reversibilmente con un gas perfetto a 20 Hz a partire dalla pressione $p_0 = 10^5$ Pa e $V_0 = 2$ l. Successivamente il gas subisce una trasformazione isocora durante la quale raddoppia la pressione, una isoterma durante la quale raddoppia il volume e una isobara che ripristina le condizioni iniziali. [$P = 4 (\ln 2 - 1)$ kW]

T58) Determinare il rendimento di una macchina termica che lavora reversibilmente con un gas perfetto monoatomico eseguendo nell'ordine una trasformazione isocora durante la quale raddoppia la pressione, una isoterma durante la quale raddoppia il volume e una isobara che ripristina le condizioni iniziali.

$$[\eta = 1 - c_p/(c_v + 2R \ln 2) = (2 \ln 2 - 1)/(2 \ln 2 + 3/2)]$$

T59) Calcolare il rendimento di una macchina termica che utilizza una mole di gas perfetto monoatomico per compiere un ciclo termodinamico reversibile costituito da due isobare (una a pressione p_0 e l'altra a pressione doppia) e due isocore (una a volume V_0 e l'altra a volume doppio).

Che rendimento avrebbe la macchina se il gas scambiasse calore solo con la sorgente più calda e quella più fredda ($T = 300 \text{ K}$)? Che potenza erogherebbe la macchina iniziale se andasse a 10 Hz ?

$$[\eta = 2/13 = 15\%; \eta' = 3/4 = 75\%; P = 3 \times 8,31 \text{ kW}]$$

T60) Determinare la variazione di energia interna di tre moli di gas biatomico durante le fasi di espansione di un ciclo di Carnot realizzato fra le temperature $T_1 = 300 \text{ K}$ e $T_2 > T_1$ e utilizzato in una macchina termica reversibile con un rendimento del 40%

$$[\Delta U = 12,5 \text{ kJ}]$$

T61) Una certa quantità di gas perfetto monoatomico è sottoposta a un ciclo termodinamico reversibile costituito da un'espansione isobara da A a B, da un'adiabatica da B a C e da un'isocora da C a A. Disegnare approssimativamente il ciclo nel piano di Clapeyron. Le temperature degli stati A, B e C, ordinate in ordine crescente, sono nei rapporti $T_1:T_2:T_3 = 1:1,4:1,5$. Determinare il rendimento del ciclo.

$$[\eta = 25\%]$$

T62) Del gas perfetto biatomico a pressione $p_0 = 1 \text{ bar}$ subisce dapprima una espansione isobara in cui raddoppia il volume inizialmente pari a $V_0 = 2 \text{ l}$ e poi una compressione adiabatica al termine della quale il lavoro complessivo delle due trasformazioni reversibili risulta nullo.

Determinare di quanto è variata l'energia interna del gas.

$$[\Delta U = 700 \text{ J}]$$

T63) Una macchina termica opera fra 27°C e 127°C producendo un lavoro di 6 kJ/ciclo . Il suo rendimento è metà di quello di una macchina reversibile che opera fra le stesse temperature. Quanto varia l'entropia dell'universo in un ciclo?

$$[\Delta S_u = 20 \text{ J/K}]$$

T64) Una macchina termica che opera alla frequenza di 10 Hz fra 300 K e 400 K eroga una potenza di 200 W . Ad ogni ciclo cede 80 J alla sorgente più fredda. Stabilire quanto calore viene prelevato per ciclo dalla sorgente a temperatura maggiore e se la macchina è reversibile. [100 J , no]

T65) Quanto varia l'entropia in un ciclo di funzionamento di una macchina termica operante esclusivamente fra due sorgenti a 27°C e 127°C sapendo che il suo rendimento è pari a quello di una macchina reversibile che opera fra 27° e 77°C e che a ogni ciclo vengono assorbiti 14 kJ dalla sorgente a temperatura maggiore?

$$[\Delta S_u = 5 \text{ J/K}]$$

T66) Una macchina termica reversibile sfrutta il ciclo di Carnot applicato a due moli di gas perfetto monoatomico per produrre 4 kW di potenza. Dalla sorgente a temperatura superiore (227°C) assorbe 20 kW . Determinare la temperatura dell'altra sorgente e la massima variazione di energia interna ottenibile durante il ciclo.

$$[T = 400\text{K}; \Delta U = 2,49 \text{ kJ}]$$

T67) Una macchina termica utilizza due moli di gas perfetto monoatomico che, a partire dallo stato $[p_A, V_A, T_A]$, percorrono un ciclo reversibile costituito da un'adiabatica A-B che produce un

raddoppiamento del volume, un'isoterma B-C che riporta al volume iniziale, una isocora C-A che chiude il ciclo.

- Disegnare il ciclo termico nel piano di Clapeyron;
- calcolare la variazione di energia interna del gas lungo l'isocora
- calcolare il rendimento della macchina termica
- quale sarebbe il rendimento di una macchina reversibile che funzionasse fra le temperature minima e massima impiegate nel ciclo in considerazione?
- calcolare la variazione dell'entropia dell'universo in un ciclo

$$[\Delta U = 3RT_A(1-2^{-2/3}); \eta = 1-2/3 \ln 2/(2^{2/3}-1); \eta' = 1-2^{-2/3}; \Delta S_u = 0]$$

T68) Una macchina termica utilizza due moli di gas perfetto monoatomico che, a partire dallo stato $[p_A, V_A, T_A]$, percorrono un ciclo reversibile costituito da un'isoterma A-B che produce un raddoppiamento del volume, un'isocora B-C, un'adiabatica C-A che chiude il ciclo.

- Disegnare il ciclo termico nel piano di Clapeyron;
- calcolare la variazione di energia interna del gas lungo l'isocora
- calcolare il rendimento della macchina termica
- quale sarebbe il rendimento di una macchina reversibile che funzionasse fra le temperature minima e massima impiegate nel ciclo in considerazione?
- calcolare la variazione dell'entropia dell'universo in un ciclo

$$[\Delta U = 3RT_A(1-2^{-2/3}); \eta = 1-3/2(1-2^{-2/3})/\ln 2; \eta' = 1-2^{-2/3}; \Delta S = 0]$$

T69) Due moli di gas perfetto monoatomico compiono un ciclo termodinamico reversibile costituito da una adiabatica AB seguita da un'isoterma BC e un'isocora CA.

Disegnare approssimativamente il ciclo termodinamico.

Sapendo che $V_B = 3 V_A$, determinare le variazioni di entropia del gas lungo le tre trasformazioni e il rendimento del ciclo.

$$[0; -18,26 \text{ J/K}; 18,26 \text{ J/K}; \eta = 32\%]$$

T70) Un condizionatore con coefficiente di prestazione $COP = Q/L = 4$ estrae in un'ora 36 MJ da un ambiente chiuso. Quanta potenza meccanica occorre? Quanto calore viene ceduto all'esterno in un secondo?

$$[P = 2,5 \text{ kW}; Q' = 12,5 \text{ kJ}]$$

T71) Una mole di gas perfetto monoatomico, contenuto in un recipiente cilindrico dotato di pistone scorrevole senza attrito, è nello stato A di equilibrio alla temperatura $T_1 = 300 \text{ K}$. Il gas compie il ciclo ABCA:

- AB: il cilindro viene messo in contatto termico con una sorgente a temperatura $T_2 = 600 \text{ K}$ fino a raggiungere un nuovo stato di equilibrio; durante questa trasformazione irreversibile il volume del cilindro rimane costante e il gas assorbe dalla sorgente l'80% del calore che avrebbe assorbito se la trasformazione fosse stata reversibile.
- BC: il gas viene lasciato espandere adiabaticamente e reversibilmente fino a raggiungere la temperatura T_1
- CA: il gas viene compresso lungo una isoterma reversibile fino a raggiungere il volume iniziale.

Disegnare il ciclo nel piano pV; calcolare il rendimento η del ciclo e la variazione di entropia dell'universo in un ciclo termodinamico.

$$[\eta = 13,4\%; \Delta S = 3,65 \text{ J/K}]$$

T72) Una macchina termica opera fra 300 K e 400 K producendo in ogni ciclo un lavoro di 6 kJ. Il suo rendimento è metà di quello di una macchina reversibile che opera fra le stesse temperature. Quanto varia l'entropia dell'universo in un ciclo?

$$[\Delta S_u = 20 \text{ J/K}]$$

T73) Una macchina termica si basa sul ciclo di Carnot di due moli di un gas perfetto biatomico fra 300 K e 400 K. Durante l'espansione isoterma il volume iniziale raddoppia. Determinare la variazione di entropia della sorgente a temperatura più elevata. Disegnare approssimativamente il ciclo nel piano pV e calcolare la variazione di energia interna che subisce il gas passando dal volume minimo a quello massimo di tutto il ciclo.
[$\Delta S = -11,5 \text{ J/K}$; $\Delta U = 4,16 \text{ kJ}$]

T74) Una mole di gas perfetto monoatomico compie un ciclo di Carnot aumentando la sua entropia di 6 J/K durante una delle due isoterme. Sapendo che le due temperature sono nel rapporto 7:4 determinare il rapporto fra il massimo e il minimo volume raggiunti durante il ciclo.
[$V_{\text{MAX}}/V_{\text{min}} = 4,77$]

T75) Una piccola centrale termica di potenza $W = 100 \text{ MW}$ ha un rendimento del 25%. Determinare la potenza che deve fornire il combustibile e il calore che deve essere smaltito a 300 K ogni secondo. Sapendo che l'impianto ha un rendimento pari a metà di quello massimo possibile, determinare la temperatura raggiunta dal combustibile. Ipotezzare che la macchina lavori fra due sole sorgenti.
[400 MW; 300 MJ; 600 K]

T76) Una macchina termica opera con un gas approssimativamente perfetto tra due sole sorgenti a temperatura 27°C e 127°C. Sapendo che le quantità di calore scambiate in ogni ciclo sono 239 cal e 800 J determinare se il ciclo è reversibile e, in caso contrario, la frazione di rendimento rispetto a quella massima.
[$L = 200 \text{ J}$; $\eta = 20\%$; $\eta_{\text{rev}} = 25\%$; $\varepsilon = 80\%$]

T77) Due moli di gas perfetto monoatomico, inizialmente alla temperatura $T_0 = 300 \text{ K}$ sono sottoposte a una trasformazione adiabatica reversibile che ne dimezza il volume iniziale V_0 . Poi il gas, mantenendolo nel volume $V_0/2$, viene messo bruscamente a contatto con una sorgente alla temperatura T_0 alla quale cede 4,5 kJ. Una volta raggiunto l'equilibrio termico il gas subisce una trasformazione isoterma reversibile che lo riporta allo stato iniziale. Disegnare nel piano di Clapeyron il ciclo termodinamico. Calcolare il lavoro prodotto dal gas e la variazione di entropia dell'universo durante un ciclo. Commentare se si sta violando il secondo principio della termodinamica dato che si ha del lavoro utilizzando una sola sorgente. [$L = -1,04 \text{ kJ}$; $\Delta S = 3,48 \text{ J/K}$]

T78) Un impianto frigorifero utilizza una macchina termica reversibile che opera tra una sorgente $T_S = 500 \text{ K}$ e la temperatura ambiente $T_A = 300 \text{ K}$. Il lavoro fornito dalla macchina viene usato per far funzionare una macchina frigorifera, basata su un ciclo reversibile di Carnot, che trasferisce calore da un grosso recipiente d'acqua a $T_0 = 0^\circ\text{C}$ all'ambiente stesso. Determinare, quando dalla sorgente T_S vengono prelevati 1000 J, quanto ghiaccio si forma e di quanto varia l'entropia dell'ambiente. Il calore latente di fusione del ghiaccio è $\lambda_f = 0,33 \text{ MJ/kg}$
[12,3 g; 15,6 J/K]

T79) Si vuole verificare la tenuta a pressione di un recipiente ($V = 12 \text{ litri}$) che viene riempito di aria (considerata gas perfetto biatomico) a 300 K e 1 bar la quale viene poi scaldata reversibilmente facendone aumentare l'entropia di 6,93 J/K. La certificazione richiede che il recipiente resista a un $\Delta p = 1,5 \text{ bar}$; giustificare l'esito della verifica.

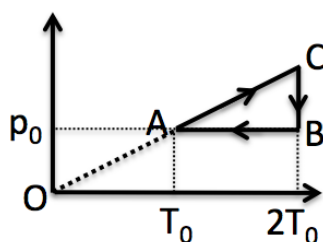
T80) Una macchina termica reversibile basata sul ciclo di Carnot sviluppa una potenza di 20 MW con un rendimento pari al 40%. Sapendo che ad ogni ciclo la sorgente a temperatura più alta diminuisce la sua entropia di 5 kJ/K e che l'altra sorgente è a 300 K, determinare la frequenza di funzionamento della macchina.
[20 Hz]

T81) Un trapano da dentista da 30 W ha una fresa che gira sfruttando una coppia di 10^{-3} Nm. Il momento d'inerzia della fresa è pari a 2 g mm^2 . A un certo istante viene eliminata la coppia motrice e l'attrito col dente riduce di $1/3$ l'energia cinetica della fresa. L'acqua di raffreddamento dissipa $1/3$ del calore prodotto. Ipotizzando che il dente abbia una capacità termica di $0,05 \text{ J/K}$ determinare di quanto si innalza la sua temperatura.

T82) In una pentola a pressione cilindrica di capacità termica $C = 75,1 \text{ J/K}$ vengono immerse a pressione atmosferica (10^5 Pa) due moli di gas perfetto monoatomico. Il contenitore, inizialmente in equilibrio a temperatura $T_0 = 300 \text{ K}$, viene posto su una piastra termica che gli trasferisce calore con una potenza di 50 W. Dopo quanto tempo entrerà in funzione la valvola di sicurezza del contenitore che è tarata per aprirsi a 1 bar? Qual è la massima forza che viene esercitata sul coperchio? Assumere la pentola come adiabatica tranne che nella base di superficie $S = 100 \text{ cm}^2$ a contatto con la piastra termica.
[$t = 10 \text{ min}$; $F = 1 \text{ kN}$]

T83) Una macchina termica reversibile sviluppa una potenza di 12 kW utilizzando del gas perfetto monoatomico che, partendo da 600 K viene: compresso isobaricamente facendone dimezzare il volume; scaldato a volume costante facendone raddoppiare la temperatura e riportato isotermicamente allo stato di partenza. Determinare il rendimento della macchina e l'entropia che viene ceduta in un ciclo dalla sorgente a 600 K sapendo che la macchina opera a 20 Hz.

$$[\eta = 13,4\%; \Delta S_{600\text{K}} = -7,47 \text{ J/K}]$$



T84) Una mole di gas perfetto biatomico è sottoposta alla serie di trasformazioni reversibili riportate nel grafico pT. Disegnare il ciclo termodinamico nel piano di Clapeyron e, sapendo che $V_A = 10^{-2} \text{ m}^3$ e $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$, determinare la pressione in C e il lavoro totale compiuto dal gas in un ciclo.
[$p_C = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; $L = 386 \text{ J}$]

T85) Per mantenere a 20°C una sala che ogni giorno disperde verso l'esterno 600 kWh si utilizza una macchina frigorifera che utilizza come sorgente l'acqua di un pozzo a 4°C . Determinare la minima potenza richiesta per far funzionare la macchina (pompa di calore).

- T1) Calcolare le capacità termiche del metallo e dell'acqua e considerare che lo scambio termico è solo fra loro: $T_f = (C_m T_m + C_{H_2O} T_{H_2O}) / (C_m + C_{H_2O})$
- T2) Calcolare le capacità termiche del metallo e del gas e considerare che lo scambio termico è solo fra loro: $T_f = (C_{Fe} T_{Fe} + C_{gas} T_{gas}) / (C_{Fe} + C_{gas})$
- T3) La quantità di calore fornita all'acqua è pari a $Q = W t$. Considerare l'effetto del calore che viene fornito nelle tre diverse fasi e nei due passaggi di stato
- T4) $m_{gh} \lambda_f + m_{H_2O} C_{H_2O} (0^\circ C - 30^\circ C) = 0$
- T5) $m = 4 \text{ M}; \Delta S = M c_{H_2O} [\ln(273/293) + 2 \ln(273/263)]$
- T6) $Q = C DT$; $Q = (10 \text{ d} \times 24 \text{ h/d} \times 60 \text{ min/h} \times 1 \text{ kg/min}) \times 4186 \text{ J/(kg K)} \times (20 \text{ K})$;
 $1 \text{ kwh} = 10^3 \text{ W} \times 3600 \text{ s} = 3,6 \text{ MJ}$
- T7) $c_V = Q/T_0 - R$
- T8) $c_p = Q/3T_0 + R$
- T9) Quali forze agiscono all'interno e all'esterno sulla parte poggiata a terra? $S = Mg/(4p)$. Isocora.
- T10) Applicare il principio di Archimede alla sfera: $m = 4/3 \pi R^3 \rho_{H_2O} - M$. Perché il pallone si gonfia? Lavoro di espansione lungo un'isobara
- T11) $\rho = 8/3 p_0/(3gh)$
- T12) La conduzione iniziale è data da $dQ/dt = k S/d \Delta T$ con $S = 2\pi Rh$
- T13) All'equilibrio la potenza termica assorbita da T_1 è uguale a quella ceduta a T_2
- T14) $dQ/dt = -k S/d \Delta T \rightarrow T = T_{est} + dQ/dt d/(S k)$
- T15) $dQ/dt = -K S/L \Delta T \rightarrow L = K S \Delta T / (dQ/dt) = 0,03 \text{ W/(m K)} \times 2 \text{ m}^2 \times 20 \text{ K} / 50 \text{ W} = 2,4 \text{ cm}$
- T16) Nell'adiabatica $\delta L = -dU = -n c_V dT$ e $T V^{(\gamma-1)} = \text{costante} \rightarrow T_{fin} = 150 \text{ K}$
- T17) In una isobara $Q = c_p (T_2 - T_1)$ e $T_1/V_1 = T_2/V_2 \rightarrow c_p = Q/T_1$
- T18) $n c_V dT + \delta L = 0 \rightarrow \Delta T = 300 \text{ K}$; $T V^{(\gamma-1)} = \text{cost} \rightarrow T_{fin} = 4 T_i$
- T19) tutta l'energia cinetica si trasforma in calore $\rightarrow Q = 0,54 \text{ J}$. Questo produce (l principio) un aumento di energia interna (temperatura) e, in generale, del lavoro di espansione. Trascurando $\Delta V \rightarrow Q = \Delta U$. $\Delta T = Q/C$ provoca una variazione di volume $\Delta V/V = 1,5 \cdot 10^{-7}$
- T20) Isocora: $p_{fin} = p_0 T_{fin}/T_{in}$; quali forze agiscono sul coperchio?
- T21) stato finale $[p_0/4, 2V_0, T_0/2] \rightarrow \Delta U = -n 3/2 R T_0/2 = -3/4 p_0 V_0$ e da $p = p_0 (V_0/V)^2 \rightarrow L = p_0 V_0/2$
- T22) all'equilibrio la pressione sul fondo del cilindro è $p_0 V(V/2) + \rho_{H_2O} g H/2$ (interno) e $p_0 + \rho_{H_2O} g h$ (esterno).
- T23) $3/2 R (T_2 - T_1)$; $p V^{-1} = n R T_1/V_1^2$; $2 R (T_2 - T_1)$
- T24) $t = (6 R + C) T_0/W$
- T25) $L_{ext} = n c_V \Delta T = (p_0 V_0/T_0) 3/2 \Delta T$; $T_f/T_0 = 4 \rightarrow \Delta T = 3 T_0$
- T26) $\Delta S = R(5 \ln 2 - 1)$
- T27) 75 R
- T28) $n = \Delta S/(R \ln 2)$; $L = \Delta S T$
- T29) $\Delta S = R/\gamma \ln 2$: l'entropia varia solo durante la seconda trasformazione. Il rapporto dei volumi si ricava dall'adiabatica.
- T30) Le trasformazioni sono isocore e data l'adiabaticità del recipiente $dQ_1 + dQ_2 = 0$; $T = pV/(nR)$
 $n_{N_2} C_{VN_2} (T_f - T_{N_2}) + n_{Ar} C_{VAr} (T_f - T_{Ar}) = 0$; $\Delta S = n_{N_2} C_{VN_2} \ln(T_f/T_{N_2}) + n_{Ar} C_{VAr} \ln(T_f/T_{Ar})$
- T31) $Q = c_p \Delta T$; $\Delta S_{gas} = c_p \ln[T_f/(T_f - \Delta T)]$; $\Delta S_{sorg} = -Q/T$
- T32) $\Delta S_{H_2O} = C_{H_2O} \ln(T_{40}/T_{30})$; $\Delta S_{fornello} = -C_{H_2O} (T_{40} - T_{30})/T_{30}$; $-73,1 \text{ J/K}$; $E = C_{H_2O} (T_{40} - T_{30})$
- T33) $\Delta U = n c_V (T_f - T_0)$; la trasformazione avviene a volume costante: $\Delta S = n c_V \ln(T_f/T_0)$
- T34) $\Delta U = c_V 2 p_1 V/(R)$; $\Delta S = n c_V \ln 3$
- T35) $[p_0, V_0, T_0] \rightarrow [2p_0, V_0/2^{1/\gamma}, T_0/2^{(1/\gamma-1)}] \rightarrow [2p_0, V_0, 2T_0]$ (il passaggio intermedio può essere eliminato dato che ΔS dipende solo dagli stati iniziali e finali – per esempio collegati da un'isocora)

T36) $[p_0, V_0, T_0] \rightarrow [2^\gamma p_0, V_0, 2^\gamma T_0] \rightarrow [p_0, 2V_0, 2T_0]$ (il passaggio intermedio può essere eliminato dato che ΔS dipende solo dagli stati iniziali e finali – per esempio collegati da un'isobara))

T37) $P = k s/d \Delta T$; $t = m \lambda_f/P$; $\Delta S = m \lambda_f/T$

T38) A: $[p_A, V_A, T_A] \rightarrow B: [p_A, 2V_A, 2T_A] \rightarrow C: [p_A/2, 2V_A, T_A] \rightarrow A$

$\Delta U_{A \rightarrow B} = n c_V T_A$; $\Delta S_{C \rightarrow A/gas} = n R \ln(1/2)$; $\Delta S_{C \rightarrow A/sorg} = -Q_{C \rightarrow A}/T_A$

T39) A: $[p_A, V_A, T_A] \rightarrow B: [3/2 p_A, V_A, 3/2 T_A] \rightarrow C: [p_A, 3/2 V_A, 3/2 T_A] \rightarrow A$

$\Delta S_{A \rightarrow B/sorg} = -n c_V \ln(3/2)$; $\Delta S_{B \rightarrow C/sorg} = -n R \ln(3/2)$; $\Delta S_{C \rightarrow A/sorg} = -Q_{C \rightarrow A}/T_C$

T40) $[\Delta U = 3/2 R T_1 \eta/(1-\eta)]$; $\Delta S = 3 R \ln 2$

T41) A: $[p_0, V_0, T_0] \rightarrow B: [1/2 p_0, 2V_0, T_0] \rightarrow C: [1/2 p_0, V_0 2^{1/\gamma}, T_0 2^{(1/\gamma-1)}] \rightarrow A$

$\Delta S_{A \rightarrow B/gas} = n R \ln(2)$; $\Delta S_{B \rightarrow C/gas} = n c_p \ln[2^{(1/\gamma-1)}]$; $\Delta S_{C \rightarrow A/gas} = 0 \rightarrow \Delta S_{A \rightarrow B/gas} = -\Delta S_{B \rightarrow C/gas}$

T42) $\Delta S_{H_2O} = \lambda_f m/T_0 + m c \ln(T_{100}/T_0)$; $\Delta S_{sorg} = -[\lambda_f m + m c (T_{100}-T_0)]/T_{150}$

T43) in una espansione libera non c'è variazione di temperatura

T44) $TV^\gamma = \text{cost}$; adiabatica

T45) $T_f = T_i + 1/2 I \omega^2 / C_{tot}$; $\Delta S = C_{cil} \ln(T_f/T_i)$

T46) $Q = k S/L \Delta T$ $t = 1200$ J; $\Delta S = -Q/400 + Q/300$

T47) $\Delta S = 10 - R \ln 2$ J/K

T48) A: $[p_A, V_A, T_1] \rightarrow B: [p_B, V_B, T_2] \rightarrow C: [p_C, V_C, T_2/2] \rightarrow A$

$Q_{A \rightarrow B} = 0$; $L_{A \rightarrow B} = -\Delta U_{A \rightarrow B} = -n c_V (T_2 - T_1)$; $\Delta U_{A \rightarrow B} = n c_V (T_2 - T_1)$;

$Q_{B \rightarrow C} = -n c_V T_2/2$; $L_{B \rightarrow C} = 0$; $\Delta U_{B \rightarrow C} = -n c_V T_2/2$;

$Q_{C \rightarrow A} = n c_p (T_1 - T_2/2)$; $L_{C \rightarrow A} = Q_{C \rightarrow A} - \Delta U_{C \rightarrow A} = n c_p (T_1 - T_2/2) - n c_V (T_1 - T_2/2)$; $\Delta U_{C \rightarrow A} = n c_V (T_1 - T_2/2)$;

$Q_{ciclo} = n c_p T_1 - n(c_p + c_V)T_2/2$; $L_{ciclo} = n c_p T_1 - n(c_p + c_V)T_2/2$; $\Delta U_{ciclo} = 0 \rightarrow$ è un ciclo frigorifero

T49) $L_{ext} = -n R T_A 2^{(\gamma-1)} (3/2 + \ln 2)$

T50) $V_C/V_A = (T_2/T_1)^{1/(\gamma-1)}$

T51) adiabatica: $L_{ext} = -L = \Delta U = n c_V \Delta T$; $V_f = V_0 (T_f/T_0)^{1/(\gamma-1)}$

T52) $V_{He} = V_{TOT}/(1+T_{He}/T_{H_2}) \rightarrow 6$ cm; $V_{H_2} = V_{TOT}/(1+T_{H_2}/T_{He}) \rightarrow 8$ cm;

T53) $C_A (T_f - T_A) + C_B (T_f - T_B) = 0$; $\Delta S = C_A \ln(T_f/T_A) + C_B \ln(T_f/T_B)$

T54) i calori scambiati nelle 4 trasformazioni: $n R 2 T_1 \ln 2$; $-n c_V T_1$; $-n R T_1 \ln 2$; $n c_V T_1$

T55) Disegnare la trasformazione; considerare l'equazione di stato agli estremi dell'adiabatica in cui si dimezza il volume $\rightarrow \eta = 1 - (V_2/V_1)^{\gamma-1}$

T56) i tre stati sono: $[p_0, V_0, T_0]$ $[p_0, 2V_0, 2T_0]$ $[p_0/(2^\gamma), 2V_0, 2/(2^\gamma) T_0]$; i calori scambiati nelle tre trasformazioni: $c_p T_0$; $c_V T_0 [2/(2^\gamma)-2]$; 0

T57) Calcolare il lavoro prodotto nell'isoterma e quello assorbito nell'isobara: $L_{ciclo} = p_0 V_0 (2 \ln 2 - 1)$

T58) Calcolare le quantità di calore scambiate lungo le trasformazioni: $n c_V T_0$; $n R 2 T_0 \ln 2$; $-n c_p T_0$

T59) nel ciclo $[p_0, V_0, T_0] \rightarrow [2p_0, V_0, 2T_0] \rightarrow [2p_0, 2V_0, 4T_0] \rightarrow [p_0, 2V_0, 2T_0] \rightarrow [p_0, V_0, T_0]$ si scambiano i calori: $c_V T_0$; $c_p 2T_0$; $-c_V 2T_0$; $-c_p T_0 \rightarrow \eta = R/(2c_p + c_V)$. Carnot $\rightarrow \eta = 1 - T_0/(4T_0)$. $L = p_0 V_0 = R T_0$

T60) $|\Delta U| = 3 c_V (T_2 - T_1)$; $\eta = 1 - T_1/T_2$

T61) $[p_0, V_0, T_1] \rightarrow [p_0, 1.4 V_0, 1.4 T_1] \rightarrow [1.5 p_0, V_0, 1.5 T_1]$; i calori scambiati nelle trasformazioni sono: $n c_p (T_2 - T_1)$; 0; $n c_V (T_1 - T_3)$

T62) $[\Delta U = p_0 V_0 (c_V/R + 1)]$

T63) $\Delta S_u = \Delta S_{gas} + \Delta S_{127} + \Delta S_{27} = 0 - (L/\eta)/T_{127} + (L/\eta - L)/T_{27}$

T64) $W = dL/dt = L f \rightarrow L = W/f$; $\eta = 20\%$; $\eta_{rev} = 25\%$

T65) $\Delta S_u = \Delta S_{gas} + \Delta S_{127} + \Delta S_{27} = 0 - Q_{127}/T_{127} + Q_{127}(1-\eta)/T_{27}$

T66) Il rapporto delle potenze (prodotta/assorbita) è pari al rapporto L/Q

T67) A: $[p_A, V_A, T_A] \rightarrow B: [p_A/2^\gamma, 2V_A, T_A/2^{(\gamma-1)}] \rightarrow C: [p_A/2^{(\gamma-1)}, V_A, T_A/2^{(\gamma-1)}] \rightarrow A$; i calori scambiati sono: 0; $n R T_A/2^{(\gamma-1)} \ln(1/2)$; $n c_V T_A (1 - 1/2^{(\gamma-1)})$; $T_{min} = T_A/2^{(\gamma-1)}$; $T_{MAX} = T_A$; $\Delta U = n R T_A [1 - 2^{(1-\gamma)}]$; la variazione di entropia è data solo dalle due sorgenti: $\Delta S_{B \rightarrow C} = -n R \ln(1/2)$; $\Delta S_{C \rightarrow A} = -n c_V \ln[2^{(\gamma-1)}]$

T68) A: $[p_A, V_A, T_A] \rightarrow B: [p_A/2, 2V_A, T_A] \rightarrow C: [p_A/2^{\gamma}, 2V_A, T_A/2^{\gamma-1}] \rightarrow A$; i calori scambiati sono: $nRT_A \ln 2$; $n c_V T_A (1/2^{\gamma-1} - 1)$; 0; $T_{\min} = T_A/2^{\gamma-1}$; $T_{\max} = T_A$; $\Delta U = n R T_A [1 - 2^{\gamma-1}]$; la variazione di entropia è data solo dalle sorgenti: $\Delta S_{A \rightarrow B} = -n R \ln 2$; $\Delta S_{B \rightarrow C} = -n c_V \ln [2^{\gamma-1}]$

T69) $\Delta S_{a,b} = 0$; $\Delta S_{b,c} = -\Delta S_{c,a} = -2R \ln 3$; $\eta = 1 - 2/3 (\ln 3)/(3^{2/3} - 1)$

T70) per estrarre una quantità di calore $Q = 36$ MJ occorre un lavoro L di 9 MJ in un'ora; 2,5 kJ in un secondo. Il calore Q estratto dall'ambiente viene ceduto all'esterno (Q') insieme al lavoro richiesto: $Q' = Q + L$

T71) A: $[p_A, V_A, T_1] \rightarrow B: [p_B, V_A, T_2] \rightarrow C: [p_C, V_A(T_2/T_1)^{1/(\gamma-1)}, T_1] \rightarrow A$

$Q_{A \rightarrow B} = 0,80 n c_V (T_2 - T_1)$; $Q_{B \rightarrow C} = 0$; $Q_{C \rightarrow A} = n R T_1 \ln \{V_A/[V_A(T_2/T_1)^{1/(\gamma-1)}]\} = -n R T_1 \ln 2/(\gamma-1)$

$\Delta S_u = \Delta S_{\text{sorg}} = -Q_{A \rightarrow B}/T_2 - n R \ln \{V_A/[V_A(T_2/T_1)^{1/(\gamma-1)}]\} = -0,80 n c_V (T_2 - T_1)/T_2 + n R \ln 2/(\gamma-1)$

T72) la variazione di entropia, essendo nulla quella del gas, è data da quella delle sorgenti.

$\eta = L/Q_{400} = 1/2 (1 - 300/400) \rightarrow Q_{400} = 48$ kJ e $Q_{300} = 42$ kJ $\rightarrow \Delta S_u = -48$ kJ/400 K + 42 kJ/300 K

T73) Lungo l'isoterma a temperatura più elevata la sorgente cede calore: $Q_{A \rightarrow B/\text{sorg}} = -n R T_{\max} \ln(V_f/V_i)$; i volumi minimo e massimo si hanno a un estremo delle due isoterme $\rightarrow \Delta U = n c_V \Delta T$;

T74) $(7/4)^{3/2} e^{\Delta S/R}$

T75) $P_{\text{assorbita}} = P_{\text{prodotta}}/\eta$; $P_{\text{dissipata}} = P_{\text{assorbita}} - P_{\text{prodotta}}$; $T_{\max} = T/(1-2\eta)$

T76) 239 cal = 1000 J; $L = 1000$ J - 800 J; $\eta = 20\%$; $\eta_{\max} = 1 - 300/400 = 25\% \Rightarrow 20\%/25\% = 0,8$

T77) A: $[p_0, V_0, T_0] \rightarrow B: [p_B, V_0/2, T_B] \rightarrow C: [p_C, V_0/2, T_0] \rightarrow A$

AB: $T_0(V_0)^{\gamma-1} = T_B(V_0/2)^{\gamma-1} \rightarrow T_B = T_0 2^{\gamma-1}$; $L_{AB} = -\Delta U_{AB} = -n c_V [T_0 2^{\gamma-1} - T_0]$

BC: $Q_{BC} = \Delta U_{BC} + L_{BC} < 0 \rightarrow L_{BC} = Q_{BC} - n c_V [T_0 - T_0 2^{\gamma-1}] = -4,5$ kJ - 2 3/2 R 300 (1-2^{2/3}) = -107 J

CA: $Q_{CA} = L_{CA} = 2 R T_0 \ln 2$; $\Delta S_{CA, \text{gas}} = 2 R \ln 2$

$L = L_{AB} + L_{BC} + L_{CD} = -n c_V [T_0 2^{\gamma-1} - T_0] + Q_{BC} - n c_V [T_0 - T_0 2^{\gamma-1}] + 2 R T_0 \ln 2 = Q_{BC} + 2 R T_0 \ln 2 < 0!!!$;

$\Delta S_u = \Delta S_{\text{sorg}} = -Q_{BC}/T_0 - \Delta S_{CA, \text{gas}} = 15 - 11,52$ J/K

T78) in questo contesto il termine ambiente non ha l'usuale significato termodinamico ma rappresenta la sorgente che assorbe calore nella macchina termica e alla quale viene ceduto calore nella macchina frigorifera. Macchina termica: $\eta = 1 - T_A/T_S = 40\%$; ogni 1000 J prelevati da T_S viene prodotto $L = 400$ J e $\Delta S_A = 600\text{J}/300\text{K} = 2$ J/K. Macchina frigorifera: $\eta' = 1 - T_0/T_A = 8,95\%$; ogni 400 J di lavoro assorbito vengono estratti $L/\eta' = 4469$ J di calore dall'acqua e ceduti $L/\eta' - L = 4069$ J di calore a T_A . Pertanto si formano $4069\text{J}/\lambda_f = 12,33$ g di ghiaccio e $\Delta S_{A'} = 4069\text{J}/300\text{K} = 13,57$ J/K

T79) isocora: $dS = (n c_V dT)/T \rightarrow \Delta S = n c_V \ln(T_f/T_0) = p_0 V_0/(R T_0) 5/2 R \ln(p_f/p_0) \rightarrow p_f = 2 p_0$; $\Delta p = 1$ bar $\rightarrow$ test superato!

T80) $\eta = 1 - 300\text{K}/T_2 = 0,4 \rightarrow T_2 = 500$ K; $\Delta S_2 = Q_{\text{ass}}/T_2 \rightarrow Q_{\text{ass}} = 2,5$ MJ $\rightarrow L = \eta Q_{\text{ass}} = 1$ MJ;

$f = P_{\text{prod}}/L = 20$ Hz

T81) $T_0 = 1/2 I \omega^2$; $\omega = P/M \rightarrow T_0 = 0,9$ J. L'attrito sviluppa calore: $Q_{\text{prod}} = 1/3 T_0 = 0,3$ J; l'acqua dissipa $1/3 Q$ e quindi il dente ne assorbe i rimanenti $2/3$: $Q_{\text{ass}} = 0,2$ J. $Q_{\text{ass}} = C \Delta T \rightarrow \Delta T = 4^\circ\text{C}$

T82) isocora: $p_f = p_0 T_f/T_0$; $\Delta p = p_0 (T_f/T_0 - 1) = p_0 \Delta T/T_0 \rightarrow \Delta T = \Delta p T_0/p_0$

$P t = Q = (C + n c_V) \Delta T = (C + n c_V) \Delta p T_0/p_0 = (75,1 + 2 3/2 R) 1 \text{ bar } 300\text{K}/1 \text{ bar} = 300$ kJ

$\rightarrow t = 300 \text{ kJ}/50 \text{ W} = 600 \text{ s} = 10 \text{ min}$; $F = \Delta p S = 10^5 \text{ Pa } 10^{-2} \text{ m}^2 = 1$ kN

T83) A: $[p_0, V_0, T_0] \rightarrow B: [p_0, V_0/2, T_0/2] \rightarrow C: [2p_0, V_0/2, T_0] \rightarrow A$

$Q_{A \rightarrow B} = -n c_p T_0/2$; $Q_{B \rightarrow C} = n c_V T_0/2$; $Q_{C \rightarrow A} = n R T_0 \ln 2$

$\eta = 1 - n c_p T_0/2 / (n c_V T_0/2 + n R T_0 \ln 2) = (4 \ln 2 - 2)/(4 \ln 2 + 3) = 13,4\%$

$L = 12 \text{ kW}/20 \text{ Hz} = 600 \text{ J} \rightarrow Q_{600\text{K}} = L/\eta \rightarrow \Delta S_{600\text{K}} = -7,47$ J/K

T84) $[p_C = 2p_0; L = p_0 V_A (2 \ln 2 - 1)]$

T85) Per mantenere i 20°C occorre fornire la stessa quantità di calore che viene dissipata. Tale potenza termica vale $P_{\text{diss}} = 600 \text{ kWh}/24\text{h} = 25$ kW. La potenza minima per far funzionare la macchina frigorifera (si raffredda l'acqua del pozzo per scaldare la sala) corrisponde a quella di una macchina ideale reversibile (ciclo di Carnot inverso) con rendimento $\eta = 1 - 277,15/293,15 = 6,48\%$.

La potenza richiesta per il funzionamento della pompa di calore è quella che verrebbe fornita dalla macchina frigorifera se funzionasse come macchina termica: $P = \eta P_{\text{diss}} = 1,62 \text{ kW}$. Dal pozzo viene estratta una potenza termica di $25 \text{ kW} - 1,62 \text{ kW}$ raffreddando l'acqua.

Altri suggerimenti

T1) $C_m = 3 R$; $C_{\text{H}_2\text{O}} = m_{\text{H}_2\text{O}} c_{\text{H}_2\text{O}}$. $Q = C_m (T_f - T_m) + C_{\text{H}_2\text{O}} (T_f - T_{\text{H}_2\text{O}}) = 0$

T2) $C_{\text{Fe}} = m c_{\text{Fe}}$; $C_{\text{gas}} = c_v pV/RT_{\text{gas}}$. $Q = C_{\text{Fe}} (T_f - T_{\text{Fe}}) + C_{\text{gas}} (T_f - T_{\text{gas}}) = 0$

T3) $-20^\circ\text{C} \rightarrow 0^\circ\text{C}$ solido: 792 J ; 0°C solido $\rightarrow$ liquido: 6028 J ; $0^\circ\text{C} \rightarrow 100^\circ\text{C}$ liquido: 7535 J ; 100°C liquido $\rightarrow$ vapore: 41400 J ; $100^\circ\text{C} \rightarrow 120^\circ\text{C}$ vapore: 500 J . $Q_{\text{tot}} = 56255 \text{ J}$

T4) se all'equilibrio la temperatura dell'acqua fosse superiore a 0°C sarebbe stata introdotta più acqua a 30°C di quella indispensabile per ottenere la fusione integrale del ghiaccio

T5) $m c_{\text{gh}} (T_f - T_{\text{gh}}) + M c_{\text{H}_2\text{O}} (T_f - T_{\text{H}_2\text{O}}) = 0$ con $T_f = 0^\circ\text{C}$: se la temperatura finale fosse superiore a 0°C il ghiaccio comincerebbe a fondere; $\Delta S = M c_{\text{H}_2\text{O}} \ln(T_f/T_{\text{H}_2\text{O}}) + m c_{\text{gh}} \ln(T_f/T_{\text{gh}})$

T7) nella trasformazione $[p_0, V_0, T_0] \rightarrow [p_0, 2V_0, 2T_0]$ $Q = c_p \Delta T = c_p T_0$; Mayer $c_v = c_p - R$

T8) nella trasformazione $[p_0, V_0, T_0] \rightarrow [3p_0, V_0, 4T_0]$ $Q = c_v \Delta T = c_v 3T_0$; Mayer $c_p = c_v + R$

T9) Ogni pneumatico deve sostenere $\frac{1}{4}$ del peso totale; la stessa forza preme sulla parte interna del pneumatico provocando la reazione vincolare della superficie stradale. Sui due lati della superficie S di contatto con la strada deve essere presente la stessa pressione.

$Mg/(4S) + p_0 = p + p_0$. Isocora: $p' = p T'/T$

T10) $\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{\text{H}_2\text{O}} g - Mg - mg = (M+m)a = 0$; $|p_{\text{int}}| = |p_{\text{ext}}| = \rho_{\text{H}_2\text{O}} g h$; $dL = p dV$

T11) Uguagliare la pressione dell'aria compressa in $\frac{3}{4}$ del volume iniziale a quella della colonna di liquido alta metà di h .

T13) $dQ/dt = -k_1 S/L (T_1 - T_C) = -k_2 S/L (T_C - T_2)$

T23) $\Delta U = c_v \Delta T$; $T = T_1 V^2/V_1^2$ e $pV = RT$; $Q = \Delta U + L$ e $L = \int p_1/V_1 V dV = \frac{1}{2} R (T_2 - T_1)$

T24) isocora: $Q = (n c_v + C) \Delta T = W t$; $p = p_0 T/T_0$; $p - p_{\text{ext}} = p_0 \rightarrow p = 2 p_0$

T25) $[p_0, V_0, T_0] \rightarrow [p_f, V_0 (p_0/p_f)^\gamma, T_0 (p_0/p_f)^{1/\gamma-1}]$

T26) $[p_0, V_0, T_0] \rightarrow [p_0, 2V_0, 2T_0] \rightarrow [p_f, V_f, T_f]$; $L_{\text{isob}} + L_{\text{isot}} = 0 \rightarrow p_0 V_0 + n R T_0 \ln(V_f/V_0) = 0$;

$n = p_0 V_0 / (RT_0) \rightarrow V_f = 2V_0 e^{(-1/2)}$; $\Delta S = n c_p \ln[(2T_0)/T_0] + n R \ln[V_f/(2V_0)]$

T27) Adiabatica: $L = -n c_v \Delta T$; $\Delta U = -L$; 0

T28) Isoterma: $[p_0, V_0, T_0] \rightarrow [2p_0, V_0/2, T_0]$; $\Delta S = n R \ln(1/2)$; $L = Q = \Delta S T$

T29) $[p_0, V_0, T_0] \rightarrow [2p_0, V_0/(2^{1/\gamma}), T_0 2^{(1-1/\gamma)}] \rightarrow [p_0 2^{(1-1/\gamma)}, V_0, T_0 2^{(1-1/\gamma)}]$

T34) Isocora: $T_2 = 3 T_1 \rightarrow \Delta T = 2 T_1$ e $T_1 = p_1 V / (nR)$

T40) dal rendimento si ricava $T_2 = 500 \text{ K}$ e quindi ΔU ; l'entropia varia solo lungo l'isoterma a T_2

T45) L'energia meccanica si trasforma integralmente in calore: il sistema ha una capacità termica di 40 kJ/K ; di conseguenza la sua temperatura aumenta e $dS = C_{\text{cil}} dT/T$

T47) A: $[p_0, V_0, T_0] \rightarrow$ B: $[p_0, 2V_0, 2T_0] \rightarrow$ C: $[2p_0, V_0, 2T_0] \rightarrow$ A; $\Delta S_{A \rightarrow B/\text{sorg}} = -n c_p \ln 2$; trasformazione isoterma (600 K), anche se irreversibile, $\Delta U = 0 \rightarrow L = Q \rightarrow \Delta S_{B \rightarrow C/\text{sorg}} = L/(2T_0)$; $\Delta S_{C \rightarrow A/\text{sorg}} = -n c_v \ln(1/2)$

T49) A: $[p_A, V_A, T_A] \rightarrow$ B: $[p_A 2^\gamma, V_A/2, T_A 2^{(\gamma-1)}] \rightarrow$ C: $[p_A 2^{(\gamma-1)}, V_A, T_A 2^{(\gamma-1)}]$

$p_A = n R T_A / V_A$; $L_{A \rightarrow B} = -\Delta U_{A \rightarrow B} = -n c_v [T_A 2^{(\gamma-1)} - T_A]$; $L_{B \rightarrow C} = n R T_A 2^{(\gamma-1)} \ln 2$; $L_{\text{ext}} = -L_{A \rightarrow B} - L_{B \rightarrow C}$

$\Delta S_u = \Delta S_{\text{gas}} + \Delta S_{\text{sorg}} = [0 + n R \ln 2] + [-Q_{B \rightarrow C/\text{gas}}/T_A 2^{(\gamma-1)}]$; $Q_{B \rightarrow C/\text{gas}} = n R T_A 2^{(\gamma-1)} \ln 2$

T50) A: $[p_A, V_A, T_2] \rightarrow$ B: $[3p_D, V_D, T_2] \rightarrow$ C: $[p_C, V_C, T_1] \rightarrow$ D: $[p_D, V_D, T_1] \rightarrow$ A

$3p_D V_D = n R T_2$; $p_D V_D = n R T_1 \rightarrow T_2 = 3 T_1$; considerare che $TV^{(\gamma-1)} = \text{costante}$ lungo $B \rightarrow C$ e $D \rightarrow A$

T52) La trasformazione è reversibile e quindi le pressioni dei due gas sono sempre uguali; uguagliando le pressioni iniziali: $n_{\text{H}_2} T_{\text{H}_2} = n_{\text{He}} T_{\text{He}}$; uguagliando quelle finali: $n_{\text{H}_2}/V_{\text{H}_2} = n_{\text{He}}/V_{\text{He}}$.

La variazione complessiva del volume è nulla e il sistema è adiabatico $\rightarrow dU = dU_1 + dU_2 = 0 \rightarrow$

$$n_{H_2} c_{V,H_2} (T_f - T_{H_2}) + n_H$$

$$T62) [p_0, V_0, T_1] \rightarrow [p_0, 2V_0, 2T_0] \rightarrow [p_f, V_f, T_f]; L_{isob} + L_{adiab} = 0 \rightarrow p_0 V_0 - n c_V (T_f - 2T_0) = 0; n = p_0 V_0 / (RT_0) \\ \rightarrow T_f = T_0 (2 + R/c_V); \Delta U = n c_V (T_f - T_0)$$

$$T66) \eta = P_{prod}/P_{ass} = 1 - T_{inf}/T_{sup}; \Delta U = n c_V \Delta T$$

$$T69) A: [p_A, V_A, T_A] \rightarrow B: [p_A/3^\gamma, 3V_A, T_A/3^{(\gamma-1)}] \rightarrow C: [p_A/3^{(\gamma-1)}, V_A, T_A/3^{(\gamma-1)}] \rightarrow A; \text{ i calori scambiati sono: } 0; nRT_A/3^{(\gamma-1)} \ln(1/3); n c_V [T_A - T_A/3^{(\gamma-1)}]$$

$$T74) \text{ la variazione di entropia del gas lungo l'isoterma a temperatura maggiore è } \Delta S = R \ln(V_B/V_A).$$

$$A: [p_A, V_A, 7/4 T_1] \rightarrow B: [p_B, V_A e^{\Delta S/R}, 7/4 T_1] \rightarrow C: [p_C, V_A (7/4)^{1/(\gamma-1)} e^{\Delta S/R}, T_1] \rightarrow D: [p_D, V_D, T_1] \rightarrow A$$

$$T84) A \rightarrow C: p/T = \text{cost} \rightarrow \text{isocora}; C \rightarrow B: T = \text{cost} \rightarrow \text{isoterma}; B \rightarrow A: p = \text{cost} \rightarrow \text{isobara}$$

$$A: [p_0, V_A, T_0] \rightarrow C: [2p_0, V_A, 2T_0] \rightarrow B: [p_0, 2V_A, 2T_0] \rightarrow A$$

$$L_{A \rightarrow C} = 0; L_{C \rightarrow B} = n R 2T_0 \ln 2; L_{B \rightarrow A} = -p_0 V_A \rightarrow L = p_0 V_A (2 \ln 2 - 1)$$

Aggiungo qui il **programma del corso** di Fisica I che, a parte piccole modifiche, è rimasto stabile nel tempo: corrisponde agli argomenti trattati in qualunque testo universitario italiano di Meccanica e Termodinamica. In particolare gli elementi che nel corso degli anni sono stati aggiunti, tolti o trattati con diverso grado di approfondimento sono: potenziale gravitazionale (mancante il 2009-10), viscosità, principio di Bernoulli (mancante il 2012-13), onde elastiche (mancanti il 2010-11), dilatazione termica e trasmissione del calore (mancanti il 2012-13)

MECCANICA

Cinematica del punto materiale. La legge oraria di un punto materiale. Velocità e accelerazione istantanee. Moto armonico. Moti piani su traiettoria qualsiasi.

I principi della dinamica del punto materiale. Sistemi di riferimento inerziali. Forza e accelerazione. Sistemi non inerziali e forze apparenti. Impulso e quantità di moto. Momento angolare e momento della forza. Lavoro e energia. Teorema dell'energia cinetica. Campi di forze conservative. Energia potenziale. Il teorema della conservazione dell'energia meccanica. La potenza. Le leggi della gravitazione universale. La forza peso. Forze elastiche. Forze viscosse di resistenza del mezzo. Moto di un grave sottoposto a forza di resistenza viscosa. Moto oscillatorio smorzato. Reazioni vincolari. Forze di attrito. Attrito statico. Attrito dinamico. Oscillazioni forzate. Risonanza.

Le leggi della dinamica dei sistemi. Centro di massa. Equazioni cardinali della dinamica dei sistemi ed il moto del centro di massa. Energia cinetica e teorema di Koenig. Sistemi di forze applicate. Sistemi rigidi. Equilibrio dei corpi rigidi. Momento angolare rispetto al baricentro e momento di inerzia. Energia cinetica di un sistema rigido. Momento angolare rispetto ad un polo fisso. Corpo rigido girevole intorno ad un asse fisso. Moto di rotolamento. Urto centrale elastico fra particelle puntiformi. Urti anelastici.

Elasticità. Forze di superficie e di volume. Sollecitazioni e deformazioni. Regime lineare di Hooke, moduli di elasticità, scorrimento, Poisson.

Onde in mezzi elastici. Forma matematica delle onde elastiche. Onde sinusoidali. Onde trasversali. Fenomeni di interferenza. Onde stazionarie. Battimenti. Effetto Doppler. Riflessione e rifrazione dell'onda. Densità di energia e intensità dell'onda.

Statica dei fluidi. Equazioni della statica dei fluidi, legge di Stevino. Principio di Archimede.

TERMODINAMICA

Sistemi termodinamici. Temperatura, calore e loro interpretazione microscopica. Stati di equilibrio termodinamico. Trasformazioni termodinamiche. Dilatazione termica. Agitazione termica e transizioni di fase. Trasmissione di calore. La conduzione in regime stazionario. Convezione in regime stazionario. Scambi termici per irraggiamento. Variabili di stato. Interpretazione microscopica della pressione. Principio di equipartizione dell'energia, calori specifici.

Lavoro in una trasformazione termodinamica. Rappresentazione grafica delle trasformazioni e del lavoro. Il primo principio della termodinamica. L'equivalente meccanico della caloria. Applicazioni del primo principio ad un corpo solido. Applicazioni del primo principio ad un gas perfetto. Il piano di Clapeyron. Trasformazioni quasi statiche, lavoro e reversibilità. L'energia interna di un gas perfetto. Calori specifici di un gas perfetto. Adiabatica reversibile di un gas perfetto. I gas reali. Sistema generico descritto dai parametri p , V , T .

Secondo principio della termodinamica. Enunciati del secondo principio Il ciclo di Carnot. Teorema di Carnot. Integrale di Clausius ed entropia. L'entropia e il secondo principio della termodinamica. Macchine termiche e macchine frigorifere. Entropia di alcuni sistemi termodinamici notevoli. L'entropia come parametro di stato.

Vi ricordo che è un vostro diritto essere valutati solo sul programma effettivamente svolto durante il vostro anno ufficiale di corso: informatemi se in sede d'esame (scritto o orale) vi chiedessi qualcosa che non ne fa parte!

Infine, questo è un elenco di argomenti specifici che potrebbe essere di guida durante lo studio della teoria degli argomenti che fanno parte del programma:

1

Sistemi di riferimento inerziali
Grandezze cinematiche medie e istantanee
Principio di sovrapposizione
Moto di un grave
Accelerazione normale e tangenziale
Moto rotatorio
Moto armonico
Cinematica del puro rotolamento

2

I principio della dinamica
Sistemi di riferimento non inerziali
Accelerazione centrifuga
Accelerazione di Coriolis
II principio della dinamica
Forza gravitazionale
Reazioni vincolari
Piano inclinato
Pendolo
Macchina di Atwood
Forza elastica
Attrito radente statico e dinamico
Attrito viscoso
Forze apparenti
Quantità di moto e impulso di una forza
III principio della dinamica

3

Lavoro di una forza
Lavoro di vincoli lisci e scabri
Teorema dell'energia cinetica
Forze conservative e funzioni potenziale
Conservazione dell'energia
Forze centrali
Energia potenziale gravitazionale
Energia potenziale elastica
Energia potenziale e tipi di equilibrio in campi conservativi
Momento di una forza, teorema del momento della quantità di moto
Lavoro di una coppia di forze, di un momento, potenza
Moto armonico smorzato

Risonanza

4

I equazioni cardinale

II equazioni cardinale

Proprietà del centro di massa

Momento di inerzia

Teorema di Koenig

Teorema di Huygens-Steiner

Dinamica dei corpi rigidi

Pendolo fisico (composto)

Teorema del momento assiale

Dinamica del rotolamento puro

Forze impulsive e urti

Urti centrali

Urti elastici e anelastici

Principi di conservazione

5

Legge di Stevino

Principio di Archimede

Principio di Pascal

Principi dei vasi comunicanti, pressa idraulica

Esperienza di Torricelli

Pressione idrostatica

6

Forze di superficie e di volume, stato di tensione di un corpo elastico

Sollecitazioni e deformazioni

Legge di Hooke

Elasticità, plasticità, snervamento, rottura

Moduli di compressione, elasticità, scorrimento, Poisson

Onde elastiche e loro caratteristiche

Equazione delle onde

Onde longitudinali in una sbarra sottile

Onde stazionarie

Riflessione e rifrazione delle onde

Effetto Doppler

Densità di energia e intensità delle onde elastiche

7

Universo, sistema, ambiente, adiabaticità , isolamento, chiusura

Calore ed energia

Temperatura

Termometro a gas a volume costante

Calori specifici – calorimetria

Dilatazione termica/compressione di un solido o un liquido

Lavoro delle forze di pressione

Grandezze di stato; equazioni di stato
Esperienza di Joule (dU)
Energia interna
I principio della termodinamica
Trasformazioni di un sistema termodinamico
Trasformazioni quasi-statiche reversibili e non
Lavoro nelle trasformazioni reversibili
Trasformazioni isobara, isocora, isoterma, adiabatica, politropica
Relazione di Mayer
Gas perfetti

8
Gas reali e Van der Waals
Teoria cinetica dei gas
Stati di aggregazione della materia e cambiamento di fase
Calori latenti
Trasmissione del calore

9
Rendimenti dei cicli
Ciclo di Carnot
Macchine frigorifere e loro rendimento
Entropia
Il principio termodinamica
Enunciati di Kelvin e Clausius e loro relazioni
Teorema di Carnot
Irreversibilità
Disuguaglianza di Clausius
Degradazione dell'energia
Aumento di entropia nell'universo