

## ELASTICITA'

1) Un elastico cilindrico lungo 10 cm di 4 mm di diametro viene teso fino a rompersi dopo aver raddoppiato la sua lunghezza. Determinare la forza minima con la quale deve essere tirato dalla due estremità nell'ipotesi che la rottura avvenga in regime elastico ( $Y = 0,15 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ )

Quanto vale il modulo di scorrimento del materiale se  $\nu = 0,5$ ?

[ $6\pi \text{ kN}$ ; 0,5 GPa]

2) Determinare di quanti millimetri si allunga una barretta cilindrica d'acciaio (modulo di Young =  $2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ ) di lunghezza iniziale 20 cm e diametro pari a 10 mm per effetto di una forza di trazione di 40 kN. Quanto vale il modulo di Poisson se  $G = 80 \text{ GPa}$ ?

[0,485 mm; 0,31]

3) Un provino cilindrico di diametro 0,6 mm e lungo 2 cm è posto su un piano orizzontale. Un'estremità è fissata a una parete mentre l'altra viene tirata con una forza di 2 N. Determinare, nell'ipotesi di regime lineare, di quanti millimetri si riduce il diametro sapendo che il materiale è caratterizzato da  $Y = 4000 \text{ kPa}$  e  $G = 1,4 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ .

[ $\Delta d = -0,45 \text{ mm}$ ;  $\nu = 3/7$ ]

4) A quale sforzo di trazione deve essere sottoposto un provino cilindrico, inizialmente lungo 20 cm, per subire un allungamento elastico di 5 mm se il modulo elastico del materiale vale 70GPa? Di quanto si deforma relativamente il diametro se il modulo di scorrimento vale  $2,8 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ ?

[1,75 GPa; -0,625%]

5) Un grosso elastico quadrato di lunghezza a riposo 40 cm e di lato  $d = 8 \text{ mm}$  è realizzato con una gomma avente modulo di Young di 7 MPa e rapporto di Poisson 0,49.

Calcolare la variazione della lunghezza e del lato dell'elastico quando, rimanendo in regime di Hooke, viene tirato da entrambe le estremità con una forza di 10 N.

[8,9 mm; 87  $\mu\text{m}$ ]

6) L'elastina, un componente della struttura muscolare, si comporta elasticamente fino alla rottura che avviene quando la sua lunghezza raddoppia. Il suo modulo elastico è 0,6 MPa e durante la deformazione il volume non cambia. Determinare il carico di rottura e il modulo di scorrimento di un provino cilindrico di elastina.

[0,6 MPa; 0,2 MPa]

7) Un'onda elastica trasversale si propaga lungo una sbarra di una lega di alluminio lunga 1 m. Determinare il modulo di Young della lega sapendo che l'onda impiega 300  $\mu\text{s}$  per percorrere la sbarra, che la densità  $\rho$  della lega è  $2,7 \text{ g/cm}^3$  e che il suo modulo di Poisson vale  $1/3$

[80 GPa]

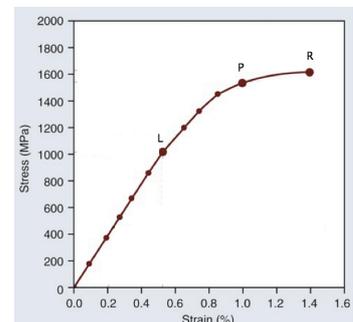
8) Un cubetto di ferro ( $Y = 200 \text{ GPa}$ ;  $\nu = 0,25$ ) di lato  $l$  sottoposto a un processo di scorrimento per via di due forze da 100 kN applicate a due facce opposte deve, al più, consentire l'avanzamento di 1 mm di una faccia mentre l'altra retrocede della stessa quantità. Determinare il lato del cubo.

[0,625 mm]

9) Il grafico riporta lo sforzo normale, in funzione della deformazione relativa, di un particolare tipo di acciaio inossidabile ortodontico. E' caratterizzato da:

- limite di linearità (L) 1,02 GPa a 0,53%
- carico di snervamento (P) 1,54 GPa a 0,98%
- carico di rottura (R) 1,63 GPa a 1,4%
- modulo di Poisson 0,34.

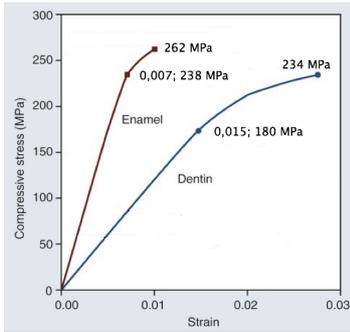
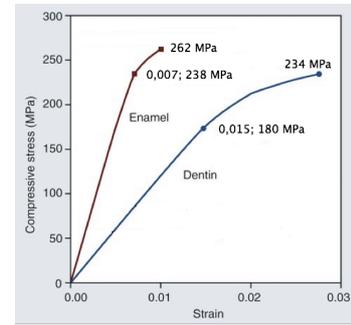
Con quell'acciaio viene realizzata una vite lunga 2 cm con una sezione di  $4 \text{ mm}^2$ . Determinare di quanti millimetri si contrae la vite sottoposta a una forza di 1 kN e di quanti millimetri si allungherebbe prima di rompersi se fosse sottoposta a trazione.



[0,026 mm; 0,28 mm]

10) Il grafico riporta lo sforzo di compressione, in funzione della deformazione relativa, della dentina e dello smalto dei denti. Modellizzando la parte superiore di un dente (corona) come una struttura cilindrica di raggio 4 mm composta da un disco di dentina alto 3 mm e un disco di smalto alto 2 mm, determinare l'accorciamento complessivo della struttura quando al dente viene applicata una forza di 800 N.

[4,9  $\mu\text{m}$ ]



11) Il grafico riporta lo sforzo di compressione, in funzione della deformazione relativa, della dentina e dello smalto dei denti.

Che modulo di scorrimento deve avere un materiale con modulo di Young intermedio fra quello dello smalto e della dentina se il suo modulo di Poisson è il 60% di quello massimo?

Come valore intermedio utilizzare la media aritmetica dei due valori.

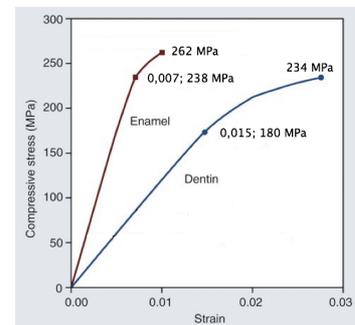
[8,85 GPa]

12) Il grafico riporta lo sforzo di compressione, in funzione della deformazione relativa, della dentina e dello smalto dei denti.

Si eseguono delle misure su un provino cilindrico di raggio 5 mm costituito da un disco di dentina alto 4 mm cementato a un altro di smalto alto 2 mm.

Qual è la massima forza applicabile prima che la struttura ceda? Quale deve essere il minimo sforzo di rottura del cemento utilizzato affinché non sia lui a cedere?

[18,4 kN]



## ONDE

- 1) A che distanza cade un fulmine da un osservatore che percepisce il tuono 2 s dall'aver visto il lampo? Le velocità del suono e della luce in aria sono  $v = 340 \text{ m/s}$  e  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .  
[680 m]
- 2) Scrivere nelle unità base del SI l'equazione di un'onda in moto lungo il verso negativo dell'asse X e avente un'ampiezza di 1 cm, una frequenza di 550 Hz e una velocità di 330 m/s. La perturbazione è nulla nell'origine all'istante  $t = 0$ .
- 3) La velocità di un'onda su una corda è 170 m/s quando la sua tensione è 120 N. Quanto deve valere la tensione affinché si propaghi a 180 m/s?  
[134,5 N]
- 4) Un corpo di peso 10 N è appeso a una fune lunga 2 m di massa 100 g. Trascurando la variazione della tensione lungo il filo determinare il tempo necessario affinché un'onda possa percorrerlo da un'estremità all'altra.  
[0,14 s]
- 5) Un filo di alluminio ( $\rho = 2,7 \text{ g/cm}^3$ ;  $Y = 70 \text{ GPa}$ ) lungo 70 cm viene teso allungandolo di  $\Delta l$  affinché un'onda possa propagarsi a 100 m/s. Determinare  $\Delta l$ .  
[0,27 mm]
- 6) Un'onda in moto lungo una corda sottoposta a tensione  $T = 16 \text{ N}$  è descritta, nelle unità base del SI, da  $2 \times 10^{-3} \sin [20x - 800t]$ . Determinare la velocità dell'onda e la densità di massa per unità di lunghezza del filo.  
[40 m/s; 10 g/m]
- 7) Due corde dello stesso materiale, di sezione  $S_1 = 0,5 \text{ mm}^2$  e  $S_2 = 0,3 \text{ mm}^2$  e uguale lunghezza  $L$  sono sottoposte alla stessa tensione. La prima presenta l'armonica fondamentale a 300 Hz; qual è la frequenza dell'armonica fondamentale della seconda?  
[387,3 Hz]
- 8) Una corda di massa 20 g lunga  $L = 50 \text{ cm}$  oscilla alla frequenza fondamentale di 200 Hz. Determinare la tensione della corda.  
[1600 N]
- 9) Un pedone fermo su un marciapiede sente prima a 750 Hz e poi a 600 Hz la frequenza della sirena di un'ambulanza che gli passa davanti. A quale velocità?  
[ $c = 340 \text{ m/s}$ ]  
[37,8 m/s = 136 km/h]
- 10) La velocità di propagazione di un'onda longitudinale in un certo metallo è  $c = 4000 \text{ m/s}$  mentre quella di un'onda trasversale è  $c' = 2500 \text{ m/s}$ . Una sbarra di quel metallo è sollecitata contemporaneamente nei due modi ad una estremità mentre un opportuno sensore registra il ritardo fra l'arrivo delle due onde (0,3 ms) all'altra estremità. Determinare la lunghezza della sbarra e il modulo di Poisson del materiale.  
[2 m; 0,28]
- 11) Un natante in moto rettilineo uniforme si allontana a velocità costante da una sonda a ultrasuoni immersa nell'acqua. Il rapporto fra la frequenza emessa dalla sonda e quella ricevuta dopo essere stata riflessa dal natante è 1,005. Determinare la velocità del natante ( $c = 1500 \text{ m/s}$ ).  
[3,73 m/s]
- 12) Il sonar di un batiscafo scientifico in immersione verticale a velocità costante invia verso il fondo un'onda a frequenza fissata. Il rapporto fra la frequenza emessa dal batiscafo e quella ricevuta dopo essere stata riflessa dal fondo è 0,999. Determinare la velocità di discesa ( $c = 1500 \text{ m/s}$ ).  
[0,75 m/s]

## IDROSTATICA

1) In un recipiente cilindrico di sezione  $100 \text{ cm}^2$  è contenuta dell'acqua il cui livello si alza di 2 cm quando in essa viene messo un oggetto che resta immerso senza toccare il fondo. Calcolarne la massa

[200 g]

2) Sul fondo di una piscina vuota è posto un blocco di legno ( $\rho = 500 \text{ kg/m}^3$ ) spesso 5 cm. Viene versata acqua nella piscina il cui livello si innalza di 1 cm al minuto. Dopo quanto tempo il blocco comincerà a galleggiare sull'acqua?

[2,5 min]

3) Sul fondo di una piscina piena di acqua è ancorata una fune alla quale sono fissate, a distanze diverse, due boe di massa 3 kg dense un terzo dell'acqua. Determinare la tensione del tratto di fune compreso fra le due boe.

[6 x 9,8 N]

4) Sul fondo di una piscina piena di acqua è ancorata una fune alla quale sono fissate, a distanze diverse, due boe ognuna di massa 3 kg e volume 9 litri. Determinare la tensione del tratto di fune compreso fra il fondo e la prima boa.

[12 x 9,8 N]

5) Una sfera omogenea è ancorata, mediante un filo soggetto a una tensione  $T = 20 \text{ N}$ , al fondo di un recipiente contenente acqua. Il filo viene tagliato, la sfera risale e all'equilibrio risulta immersa solo parzialmente. Determinare il volume non immerso della sfera.

[20/9,8 l]

6) In un corpo di legno ( $\rho = 500 \text{ kg/m}^3$ ) di massa 0,8 kg viene praticato un foro di volume  $V_{\text{foro}}$ . Il foro viene poi riempito con del piombo ( $1,1 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^3$ ). Determinare il volume  $V_{\text{foro}}$  per il quale il corpo può rimanere completamente immerso in acqua senza toccare il fondo.

[76,2  $\text{cm}^3$ ]

7) Un cilindro di rame ( $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) viene completamente immerso in acqua trattenuto da un filo. La tensione del filo, 50 N, aumenta a 60 N quando il cilindro viene sollevato facendone emergere solo metà. Determinare il volume del cilindro.

[20/9,8 l]

8) Un recipiente cubico di lato  $L = 12 \text{ cm}$  contiene 15,7 kg di mercurio ( $\rho = 13,58 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ). Determinare l'intensità della forza che si esercita su una delle facce laterali del contenitore.

[51 N]

9) Una sfera omogenea di massa  $m = 1 \text{ kg}$  e densità  $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  è completamente immersa in acqua, ancorata al fondo di un recipiente mediante una molla di costante elastica  $K = 250 \text{ N/m}$ . Calcolare la spinta di Archimede e valutare di quanto si allunga/accorcia la molla.

[1,26 N;  $\Delta l = 3,42 \text{ cm}$ ]

10) Una barca, navigando, passa dall'acqua di mare (densità  $\rho_{\text{sal}} = 1,03 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) a quella di un lago ( $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) e, pertanto, aumenta leggermente la parte immersa. Quando viene scaricato il carico  $m = 105 \text{ kg}$ , essa ritorna al livello che aveva sul mare. Determinare la massa  $M$  della barca.

[3500 kg]

11) Una cisterna cilindrica per olio alimentare ( $\rho = 0,9 \text{ g/cm}^3$ ) di sezione  $2 \text{ m}^2$ , alta 6 m, ha sul fondo una valvola di sicurezza tarata per entrare in funzione quando il livello di liquido supera i 5 m di altezza (si assuma come trascurabile la quantità di aria racchiusa nella cisterna).

In seguito ad un guasto viene privata della superficie superiore e riutilizzata per contenere acqua piovana. Quanti litri di acqua potrà contenere prima che la pressione esercitata faccia intervenire la valvola?

12) Un cilindro di massa  $M = 100 \text{ kg}$  può scorrere, aderendovi, lungo un tubo verticale di sezione  $S = 4 \text{ dm}^2$  dentro il quale è contenuto dell'olio idraulico ( $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ ). Il tubo è chiuso inferiormente ma comunica, tramite un condotto di sezione trascurabile con un secondo tubo verticale di sezione  $s = 5 \text{ cm}^2$ . In questo secondo tubo può scorrere, a tenuta, un pistone di massa  $m = 1 \text{ kg}$ . Determinare il dislivello dell'olio nei due tubi.

[62,5 cm]

## ELASTICITA'

- 1)  $F = S Y \epsilon$  dove  $\epsilon = 1$ ;  $G = \frac{1}{2} Y/(1+\nu)$
- 2)  $\Delta l = F/S \cdot l/Y$ ;  $\nu = \frac{1}{2} Y/G - 1$
- 3)  $\Delta d = -\nu \Delta l/l$   $d = -\nu F/S \cdot d/Y$ ;  $\nu = \frac{1}{2} Y/G - 1 = 3/7$
- 4)  $F/S = Y \Delta l/l$ ;  $\Delta d/d = -\nu \Delta l/l$ ;  $\nu = \frac{1}{2} Y/G - 1 = 0,25$
- 5)  $\Delta l = F/S \cdot l/Y$ ;  $\Delta d = -\nu \Delta l/l \cdot d$
- 6)  $\sigma_R = F/S = Y \epsilon$  dove  $\epsilon = 1$ ;  $G = \frac{1}{2} Y/(1+\nu) = Y/2$
- 7)  $c = L/t = 10/3 \cdot 10^3$  m/s;  $G = c^2 \rho = 30$  GPa,  $Y = 2G (1+\nu)$
- 8)  $G = \frac{1}{2} Y/(1+\nu) = 80$  GPa;  $F/l^2 = G \Delta l/l \rightarrow l = F/(G \Delta l)$
- 9)  $Y = \sigma_p/\epsilon_p = 1,02/0,0053 = 192,5$  GPa;  $\Delta l = F/S \cdot l/Y$ ;  $\Delta l_R = \epsilon_R l$
- 10)  $Y_d = 180$  MPa/0,015 = 12 GPa;  $Y_s = 238$  MPa/0,007 = 34 GPa;  
 $\Delta l = \Delta l_d + \Delta l_s = F/S \cdot (l_d/Y_d + l_s/Y_s)$
- 11)  $Y_d = 180$  MPa/0,015 = 12 GPa;  $Y_s = 238$  MPa/0,007 = 34 GPa;  $Y_{med} = 23$  GPa;  
 $\nu = 60\% \times 0,5 = 0,3$ ;  $G = \frac{1}{2} Y/(1+\nu)$
- 12) il primo materiale a cedere è quello con  $\sigma_R$  inferiore: la dentina con 234 MPa  
 $\rightarrow F_{MAX} = \sigma_R S$ ; il cemento deve avere  $\sigma_R \geq 234$  MPa

## ONDE

- 1)  $\Delta t = L/v - L/c$
- 2)  $+/-0,01 \sin [2\pi (5/3x+550t)]$
- 3)  $T (c'/c)^2$
- 4)  $T = mg$ ;  $t = L/c$ ;  $\mu = M/L$
- 5)  $T/S = Y \Delta l/l \rightarrow T = Y S \Delta l/l$ ;  $\mu = m/l = \rho S l/l = \rho S \rightarrow \Delta l = c^2 \rho l/Y$
- 6)  $c = \lambda/T = \omega/k = 800/20$  m/s;  $\mu = T/c^2 = 0,01$  kg/m
- 7) onda stazionaria  $\rightarrow L = n \lambda/2$ ; armonica fondamentale  $\rightarrow \lambda = 2 L$  per entrambe le corde  
 $\rightarrow$  stessa  $\lambda$ ;  $c = (T/\mu)^{1/2} = \lambda f$ ;  $\mu = (\rho S L)/L = \rho S$ ;  $[T/(\rho S)]^{1/2} = \lambda f \rightarrow f S^{1/2} = \text{cost} \rightarrow f_2 = f_1 (S_1/S_2)^{1/2}$
- 8) armonica fondamentale  $\rightarrow \lambda = 2 L$ ;  $\mu = m/L$ ;  $c = (T/\mu)^{1/2} = \lambda f \rightarrow T = \mu \lambda^2 f^2$
- 9) in avvicinamento:  $f' = f \cdot c/(c-|v|)$ ; in allontanamento  $f'' = f \cdot c/(c+|v|) \rightarrow$   
 $f'/f'' = (c+|v|)/(c-|v|) \rightarrow |v| = c (f'-f'')/(f'+f'')$
- 10)  $\Delta t = L/c - L/c' \rightarrow L = \Delta t/(1/c - 1/c')$ ;  $(c/c')^2 = Y/G = 2 (1+\nu)$
- 11) 1) sorgente ferma:  $f' = f \cdot c/(c-|v|)$ ; 2) ricevitore fermo:  $f'' = f \cdot c/(c+|v|)$   
 $\rightarrow f'/f'' = (c+|v|)/(c-|v|) \rightarrow |v| = c (f'/f'' - 1)/(f'/f'' + 1)$
- 12) 1) ricevitore fermo:  $f' = f \cdot c/(c-|v|)$ ; 2) sorgente ferma:  $f'' = f \cdot c/(c+|v|)$   
 $\rightarrow f'/f'' = (c-|v|)/(c+|v|) \rightarrow |v| = c (1-f'/f'')/(1+f'/f'')$

## IDROSTATICA

- 3) la tensione del tratto in esame trattiene la boa superiore: è pari alla spinta di Archimede  $[\rho_{H2O} V g = \rho_{H2O} (M/\rho_{boa}) g = 3$  Mg] meno il suo peso Mg.
- 4) la tensione del tratto in esame trattiene entrambe le boe: è pari alla somma delle spinte di Archimede  $[2 \rho_{H2O} V g]$  meno il peso delle due boe (2 Mg).
- 5) la tensione del filo è pari alla spinta di Archimede meno il peso della sfera:  $T = (\rho_{H2O} - \rho) V g$ . Quando galleggia, il peso della sfera è pari alla nuova spinta di Archimede:  $\rho V g = \rho_{H2O} V_{imm} g \rightarrow V_{em} = T/(\rho_{H2O} g)$
- 6) all'equilibrio  $(V-V_f) \rho_{leg} g + V_f \rho_{pb} g = V \rho_{H2O} g \rightarrow V_f = M/\rho_{leg} (\rho_{H2O} - \rho_{leg})/(\rho_{pb} - \rho_{leg})$
- 7) la differenza di tensione è dovuta alla differenza della spinta di Archimede:  $T_2 - T_1 = \frac{1}{2} V \rho_{H2O} g$ .  
Se non si considerasse l'ipotesi di cilindro cavo i dati sarebbero inconsistenti perché si otterrebbe:  $V' = T_1/g \cdot 1/(\rho_{Cu} - \rho_{H2O})$   
oppure  $V'' = T_2/g \cdot 1/(\rho_{Cu} - \rho_{H2O}/2)$
- 8) i contributi dovuti alla pressione atmosferica all'interno e all'esterno di ogni parete si annullano. La forza totale è data dalla risultante (integrale) delle forze infinitesime esercitate alla profondità h dalla pressione  $(\rho g h)$  sulla superficie infinitesima  $L dh \rightarrow F = \frac{1}{2} \rho g L H^2$  con  $H = M/(\rho L^2) = 8,0$  cm
- 9)  $V = m/\rho$ ;  $F_{Arc} = \rho_{H2O} V g$ ;  $mg (1 - \rho_{H2O}/\rho) = K \Delta l$ ; molla compressa
- 10)  $(M+m)g = V_{imm} \rho_{sal} g$ ;  $Mg = V_{imm} \rho g \rightarrow M = m \rho/(\rho_{sal} - \rho)$
- 11) nessuno: la valvola è tarata per sopportare  $\rho_{olio} g h = 44$  kPa, valore già inferiore alla sola pressione atmosferica.
- 12) la pressione sul fondo del primo tubo  $p_1 = p_0 + Mg/S + \rho g h_1$  è pari a quella sul fondo del secondo:  $p_2 = p_0 + mg/S + \rho g h_2 \rightarrow$   
 $h_2 - h_1 = (M/S - m/S)/\rho$