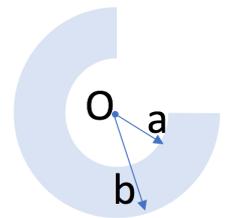


1) Una carica Q nel vuoto è uniformemente distribuita all'interno di una sfera di raggio R . Determinare la differenza di potenziale $V_0 - V_A$ fra il centro O della sfera e un punto A distante $2R$ dal centro.

2) Una carica elettrica nel vuoto è distribuita su due piani paralleli infinitamente estesi perpendicolari all'asse X . Il piano di coordinate $x = -d$ ha densità di carica 4σ ; quello di coordinate $x = 0$ ha densità di carica $-\sigma$. Determinare l'espressione del potenziale per $x > 0$ assumendo $V(0) = 0$ e disegnare qualitativamente l'andamento $V(x)$ per ogni x .

3) Una carica nel vuoto è distribuita su tre quarti di una corona circolare, di raggio interno a e raggio esterno b , con densità superficiale $\sigma = k r^2$ con r distanza dal centro O . Determinare l'espressione di $V(0)$ assumendo $V(\infty) = 0$.



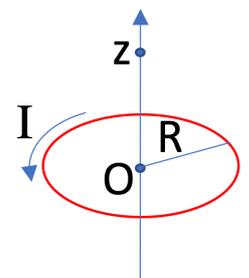
4) Una lastra isolante spessa $h = 2$ mm di costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 3$ viene inserita in un condensatore piano parallelamente alle armature che distano $d = 5$ mm.



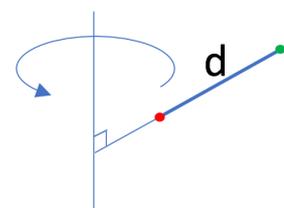
Determinare le densità di carica di polarizzazione all'interno del condensatore quando è collegato a un generatore di f.e.m. $f = 11$ V.

5) Due condensatori uguali hanno in aria, se posti in parallelo, la stessa capacità che avrebbero se, posti in serie, venissero completamente immersi in olio isolante. Determinare la suscettività elettrica dell'olio.

6) Determinare l'espressione delle componenti del campo di induzione magnetica B nel punto P di coordinate $\{0, 0, z\}$ posto sull'asse di una spira piana di raggio R , centrata nell'origine e percorsa da una corrente I nel verso mostrato in figura.

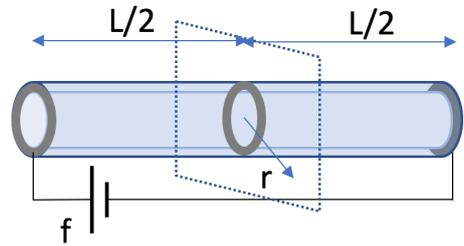


7) Un dipolo elettrico di momento $p = 10$ nCm, costituito da due cariche distanti $d = 0,1$ mm, ruota con velocità angolare $\omega = 100$ rad/s attorno ad un asse perpendicolare alla congiungente le due cariche, distante $d/2$ dalla carica negativa e $3/2 d$ da quella positiva. Determinare il momento di dipolo magnetico del sistema.



8) Il tubo riportato in figura ha raggio interno $R_1 = 4 \text{ mm}$, raggio esterno $R_2 = 5 \text{ mm}$ ed è lungo $L = 1 \text{ m}$; il materiale che lo costituisce ha resistività $\rho = 2 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$.

Viene connesso tramite fili di resistenza trascurabile ad un generatore $f = 0,1 \text{ V}$. Determinare, a metà della lunghezza del tubo, per ogni distanza r dall'asse, l'intensità del campo magnetico B originato dalla corrente che fluisce uniformemente attraverso la corona circolare della sezione.



9) Una spira quadrata, di resistenza $R = 10 \Omega$ e lati lunghi $L = 1 \text{ cm}$ disposti parallelamente agli assi X e Y , si muove con velocità $v_0 = 2 \text{ m/s}$ nel verso delle Y crescenti. Nello spazio è presente un campo magnetico di componenti $B_x = B_y = 0$ e $B_z = a y$ con $a = 0,5 \text{ T/m}$. Determinare l'intensità della corrente indotta nella spira.

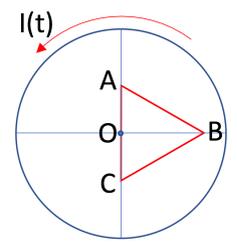
10) Un sottile avvolgimento compatto di forma rettangolare formato da $N = 50$ spire con i lati di lunghezza $a = 20 \text{ cm}$ e $b = 50 \text{ cm}$ ruota con velocità angolare costante attorno a un asse parallelo al lato maggiore e passante per il centro dell'avvolgimento. L'avvolgimento è immerso in un campo magnetico $B = 0,2 \text{ T}$ perpendicolare all'asse di rotazione.

Determinare la frequenza di rotazione dell'avvolgimento affinché in esso si generi una forza elettromotrice efficace di 230 V .

11) L'avvolgimento in aria di un solenoide ideale costituito da n spire/metro è percorso, a partire da $t=0$, dalla corrente $I(t) = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$. In un piano perpendicolare all'asse è posta una spira a forma di triangolo equilatero di superficie S costituita da un filo di resistività data e sezione costante.

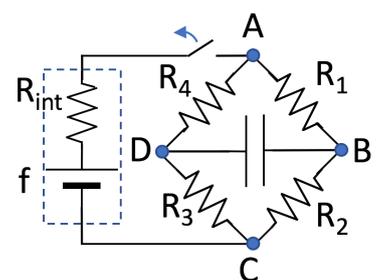
Calcolare la differenza di potenziale fra i punti A e B sapendo che il punto medio del lato CA è posto sull'asse del solenoide (trascurare l'autoinduzione nella spira).

{Sugg.: considerando la simmetria del problema valutare separatamente i diversi contributi alla f.e.m. totale lungo i tre lati (di ugual resistenza elettrica)}



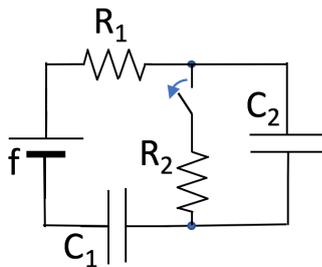
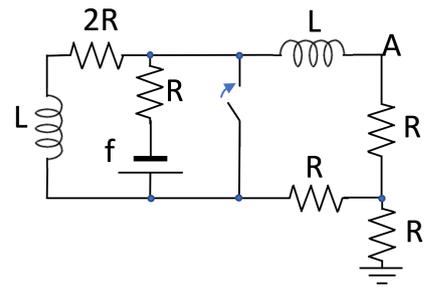
12) Il circuito in figura (ponte di Wheatstone) è alimentato da un generatore $f = 12 \text{ V}$ di resistenza interna $R_{\text{int}} = 160 \Omega$. Le altre resistenze valgono $R_1 = 400 \Omega$, $R_2 = 800 \Omega$, $R_3 = 200 \Omega$, $R_4 = 100 \Omega$. La capacità del condensatore è $C = 20 \mu\text{F}$. Al tempo $t_0 = 0$ viene aperto l'interruttore.

Determinare la potenza erogata dal generatore prima dell'apertura dell'interruttore.



Determinare l'energia elettrostatica accumulata nel condensatore $t^* = 5 \text{ ms}$ dopo l'apertura del condensatore.

13) Il circuito in figura è a regime con l'interruttore aperto. All'istante $t=0$ l'interruttore viene chiuso. Determinate l'espressione del potenziale $V(t)$ nel punto A per $t>0$



14) Determinare il lavoro che compie il generatore per passare dalla situazione stazionaria iniziale con interruttore chiuso a quella stazionaria finale con l'interruttore aperto.
Dati: $f = 5 \text{ V}$, $C_1 = 1 \text{ nF}$, $C_2 = 2 \text{ nF}$, $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$

15) Un circuito, nel quale circola una corrente variabile nel tempo $I(t) = I_0 \cos \omega t$ (con $I_0 = 2 \text{ A}$; $\omega = 2 \text{ krad/s}$), è accoppiato induttivamente con un secondo circuito con coefficiente di mutua induzione $M = 100 \mu\text{H}$.

Determinare la resistenza R del secondo circuito sapendo che il valore massimo della corrente in esso indotta è $I_1 = 0,1 \text{ A}$. Trascurare l'autoinduzione.

16) Un'onda elettromagnetica piana di intensità $I = 2 \text{ W/m}^2$, polarizzata nel piano Y , si propaga in vuoto nel verso delle X positive con vettore d'onda $k = 3 \text{ rad/m}$. L'onda investe una spira circolare di raggio $a = 1 \text{ cm}$ e resistenza $R = 20 \Omega$ posta nel piano XY . Determinare, trascurando l'autoinduzione, il valore efficace i_{eff} della corrente indotta nella spira.

17) Il campo elettrico di un'onda elettromagnetica piana polarizzata che si propaga in un materiale omogeneo ed isotropo è descritto dall'equazione $E_y(x,t) = E_0 \sin(x/a - bt)$ con $E_0 = 10 \text{ V/m}$, $a = 0,01 \text{ mm}$, $b = 2 \cdot 10^{13} \text{ rad/s}$. Determinare l'indice di rifrazione del materiale.

18) Da una sfera di vetro ($n=1,5$) di 10 cm di diametro viene ricavata una lente sottile mediante un unico taglio effettuato a 4 cm dal centro della sfera.



Determinare, graficamente e poi analiticamente, le dimensioni dell'immagine di un oggetto AB lungo 2 cm posto in aria a $OA = 2 \text{ cm}$ dall'asse ottico della lente e a distanza $OV = 30 \text{ cm}$ dal suo vertice.

19) Un dentista osserva l'otturazione di un dente ingrandita da uno specchio concavo di 4 cm di raggio di curvatura posto a $1,5 \text{ cm}$ di distanza dal dente.

Determinare, graficamente e poi analiticamente, l'ingrandimento dell'otturazione e stabilire se l'immagine è reale o virtuale, dritta o rovesciata.

- 1) $V_0 - V_A = Q/4\pi\epsilon_0 1/R$
- 2) $V(x>0) = -3/2 \sigma x/\epsilon_0$
- 3) $k/8\epsilon_0 (b^3 - a^3)$
- 4) $|\sigma_p| = 17,9 \text{ nC/m}^2$
- 5) $\chi = 3$
- 6) $B_z(z) = \frac{1}{2} \mu_0 I R^2 / (R^2 + z^2)^{3/2}$
- 7) $m_z = +0,1 \text{ nAm}^2$
- 8) $J = 5 \text{ A/mm}^2$; $B(r < R_1) = 0$; $B(R_1 < r < R_2) = \mu_0 J \pi (r^2 - R_1^2) / 2\pi r$; $B(r > R_2) = \mu_0 f / R / 2\pi r$
- 9) $I = 10 \mu\text{A}$
- 10) $\nu = 50 \text{ Hz}$
- 11) $V_{AB}(t) = 1/6 \mu_0 n S \, dl/dt$
- 12) $P = 0,36 \text{ W}$; $U = 0$
- 13) $V(t) = -f/4 e^{-t/(L/2R)}$
- 14) $L = 0$
- 15) $R = 4 \Omega$
- 16) $i_{\text{eff}} = 1,3 \text{ mA}$
- 17) $n = 1,5$
- 18) $A'B' = 1 \text{ cm}$ (capovolto)
- 19) l'immagine virtuale, ingrandita di un fattore x4, non viene capovolta

$$1) E(r < R) = Q/4\pi\epsilon_0 r/R^3; E(r > R) = Q/4\pi\epsilon_0 1/r^2; V_A = V_0 + \int_{0 \rightarrow R} (-E) + \int_{R \rightarrow 2R} (-E) = \\ = V_0 + Q/4\pi\epsilon_0 \{-\frac{1}{2} 1/R + [1/(2R) - 1/R]\} = V_0 - Q/4\pi\epsilon_0 1/R \rightarrow V_0 - V_A = Q/4\pi\epsilon_0 1/R$$

$$2) E_x(x < -d) = -3/2\sigma/\epsilon_0; E_x(-d < x < 0) = 5/2\sigma/\epsilon_0; E_x(x > 0) = 3/2\sigma/\epsilon_0 \rightarrow V(x > 0) = -3/2 \sigma x/\epsilon_0$$

3) La distribuzione di carica è priva di simmetrie: il teorema di Gauss non aiuta nel calcolo del campo. Ricavare l'espressione del campo per ogni valore della distanza r da O è complicata: è preferibile sfruttare la scelta del potenziale nullo all'infinito e integrare direttamente $dV = 1/4\pi\epsilon_0 dq/r$

$$4) f = Eh + E_0(d-h) = Eh + \epsilon_r E(d-h) = E[h + \epsilon_r(d-h)] \rightarrow E = 1 \text{ kV/m} \\ |\sigma_p| = |\mathbf{P} \cdot \mathbf{n}| = \epsilon_0(\epsilon_r - 1) E = 17,9 \text{ nC/m}^2$$

5) Quale che sia la geometria di un condensatore $C = Q/V$; V nel vuoto è l'integrale del campo elettrico fra le armature; se si inserisce un dielettrico il campo diminuisce del fattore ϵ_r e quindi la capacità aumenta dello stesso fattore: $C \rightarrow \epsilon_r C$.

$$\text{Pertanto } C+C = \epsilon_r C \epsilon_r C / (\epsilon_r C + \epsilon_r C) \rightarrow 2C = \epsilon_r C/2 \rightarrow \epsilon_r = 4; \chi = 3$$

6) $d\mathbf{B} = \mu_0/4\pi I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}/r^3$ per simmetria ha solo la componente lungo l'asse della spira. $r = (R^2+z^2)^{1/2}$ è la distanza dell'elemento di corrente $|d\mathbf{l}|$ dal punto P; $d\mathbf{l}$ è perpendicolare a r; $dB_z = dB \cos\theta$ con θ angolo formato da r col piano della spira: $\cos\theta = R/r = R/(R^2+z^2)^{1/2}$

$$dB_z = \mu_0/4\pi I dl / (R^2+z^2) \cos\theta \rightarrow B_z(z) = \mu_0/4\pi I 2\pi R R / (R^2+z^2)^{3/2} = \frac{1}{2} \mu_0 I R^2 / (R^2+z^2)^{3/2}$$

$$7) m_{q+} = q/T \pi(3/2 d)^2; m_{q-} = -q/T \pi(1/2 d)^2; m_z = q\omega/2 [9/4 - 1/4]d^2 = p\omega d = +0,1 \text{ nAm}^2$$

$$8) J = f/SR = f/S(\rho L/S) = f/(\rho L) = 5 \text{ MA/m}^2; \text{ circuitazione di Ampère: } B(r) = \mu_0 J S(r)/2\pi r; S(r < R_1) = 0; \\ S(R_1 < r < R_2) = \pi(r^2 - R_1^2); S(r > R_2) = \pi(R_2^2 - R_1^2)$$

$$9) \Phi(B) = aL/2[(y+L)^2 - y^2]; I = aL^2 v/R = 10 \mu\text{A}$$

$$10) \Phi(B) = NabB \cos(\omega t + \varphi); f_{\text{eff}} = NabB\omega/\sqrt{2} \rightarrow v = f_{\text{eff}} \sqrt{2}/(2\pi NabB) = 50 \text{ Hz}$$

11) Data la simmetria cilindrica le linee del campo E indotto sono delle circonferenze che incidono perpendicolarmente al tratto AC e in ugual modo nei tratti AB e BC. Pertanto la $f_{\text{ind}} = \mu_0 n S dl/dt$ non contribuisce al tratto AC: $f_{CA} = 0$ mentre si ripartisce in ugual modo nei tratti AB e BC: $f_{AB} = f_{BC} = f_{\text{ind}}/2$. $I_{\text{ind}} = f_{\text{ind}}/(3R)$ e $V_{AB} = f_{AB} - R I_{\text{ind}} = f_{\text{ind}}/2 - R f_{\text{ind}}/(3R) = f_{\text{ind}}/6$

$$12) \text{ Per } t=0- I_{\text{gen}} = f/[R_{\text{int}} + (R_1+R_2)/(R_3+R_4)] = 30 \text{ mA. } I_{12} = I_{\text{gen}} (R_{34}/R_{1234}) = 6 \text{ mA};$$

$$I_{34} = I (R_{12}/R_{1234}) = 24 \text{ mA. } P = f I_{\text{gen}} = 0,36 \text{ W}$$

$$V_D = V_A - R_4 I_{34} = V_A - 2,4 \text{ V}; V_B = V_A - R_1 I_{12} = V_A - 2,4 \text{ V} \rightarrow V_D = V_B!!! C \text{ è scarico e quindi resta tale per } t > 0$$

13) La resistenza connessa a terra non è attraversata da corrente perché manca il circuito di ritorno. Il morsetto positivo del generatore, quindi, è a potenziale nullo. La corrente erogata dal generatore è $I_{\text{gen}} = f/(R + 2R/(R+R)) = f/(2R)$. I_{gen} si ripartisce, in parti uguali, fra i due rami contenenti ciascuno induttanza L e resistenza 2R: $I_L = I_{\text{gen}}/2$. Quando l'interruttore viene chiuso, la corrente I_L continua a fluire dal punto a potenziale nullo verso A nella maglia contenente L e le due R $\rightarrow V(t) = -f/4 e^{-t/(L/2R)}$

14) Per $t = 0^-$ si ha $I = 0 \rightarrow V_{C2} = V_{R2} = 0 \rightarrow V_{C1} = f$; per $t = 0^+$ si ha $I = 0$ perché $\Delta V_{R1+R2} = f - V_{C1}(0^-) = 0$
 \rightarrow non essendoci differenza di potenziale ai capi di R_1 la corrente sarà sempre nulla (sempre: se $I = 0$ le cariche dei condensatori non possono variare) $\rightarrow L = 0$

15) $I_1(t) = f_{ind}/R$; $f_{ind} = -M di/dt = M\omega I_0 \sin\omega t = R I_1(t) = R I_1 \sin\omega t \rightarrow R = M\omega I_0/I_1 = 4 \Omega$

16) $\Phi(B) = S B_0 \sin(kx - \omega t)$; $i(t) = -SB_0 \omega \cos(kx - \omega t)/R$; $i_{eff} = SB_0 \omega / \sqrt{2} R = S E_0 / c \cdot 2\pi \nu \cdot 1/\sqrt{2} R = S E_0 k / \sqrt{2} R = \pi a^2 (I Z_0)^{1/2} k / R = 1,3 \text{ mA}$

17) $n = c/v = c/(\omega/k) = c/(ab) = 1,5$

18) $1/f = (n-1)/5\text{cm} \rightarrow f = 10 \text{ cm}$; $1/q = 1/f - 1/p = (p-f)/(fp) = 1/15\text{cm} \rightarrow I = q/p = 15/30 = 0,5$
 $\rightarrow A'B' = 1 \text{ cm}$ (capovolto)

19) $1/p - 1/q = 2/|R| \rightarrow 1/q = 1/1,5 - 2/4 \rightarrow q = 6 \text{ cm}$ (virtuale: è oltre lo specchio); $I = -q/p = -4$ (dritta)