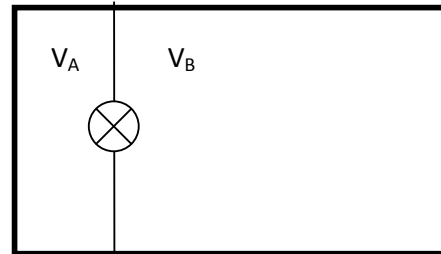
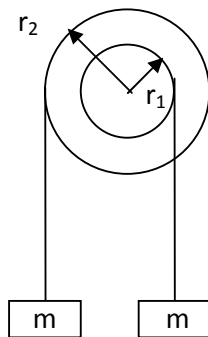




1) Un punto materiale si muove lungo l'asse x sollecitato da una forza elastica di richiamo $F = -kx$. La distanza massima dall'origine è $x_{\max} = 4$ cm. Calcolare la distanza x' dall'origine alla quale il valore dell'energia cinetica K' uguaglia il valore dell'energia potenziale U' .

2) Due masse uguali $m = 3$ kg sono sospese a due fili flessibili, inestensibili e privi di massa avvolti lungo due dischi omogenei di raggio $r_1 = 10$ cm ed $r_2 = 20$ cm che formano un'unica carrucola che ruota senza attrito attorno all'asse orizzontale passante per il centro dei dischi. Conoscendo il momento di inerzia della carrucola $I = 2$ Kg·m², calcolare: a) l'accelerazione della massa che scende; b) l'accelerazione del centro di massa.



3) Alle due estremità di una sbarra omogenea di lunghezza $L = 10$ cm e di massa trascurabile sono fissate due masse puntiformi m_1 ed $m_2 = 2m_1$. La sbarra è libera di ruotare senza attrito attorno ad un asse fisso orizzontale passante per il proprio centro e perpendicolare alla sbarra. Il sistema si trova in quiete in posizione orizzontale quando viene abbandonato all'azione della gravità ed inizia a ruotare. Determinare la velocità angolare della sbarra quando passa per la verticale.

4) Una macchina termica reversibile lavora tra due sorgenti: la prima consiste di un sistema di acqua e ghiaccio in equilibrio e la seconda in una certa quantità di piombo fonde (327°C). Se in un ciclo si ha nella sorgente inferiore la solidificazione di 500g di acqua, calcolare la corrispondente quantità di piombo che fonde ed il lavoro impiegato. Calori di solidificazione per l'acqua 80 cal/g, per il piombo 6 cal/g.

5) Nel contenitore in figura sono contenute due moli di gas perfetto monoatomico nel volume V_A ed una mole di gas perfetto biatomico nel volume $V_B = 4V_A$. Ad un certo istante viene aperta la valvola che separa i due gas ed essi sono liberi di diffondere fino a raggiungere l'equilibrio. Considerando le pareti del recipiente rigide ed adiabatiche, calcolare la variazione di energia interna e di entropia del sistema composto dai due gas.



Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ing. Elettronica e Ing. Comunicazioni
Corso di Fisica Generale
Dott.ssa M. C. Larciprete
Prova di esame del 4 Giugno 2018
I appello - a.a. 2017-18
Soluzioni



1. L'energia meccanica totale della molla, si conserva istante per istante.

Nel punto di massimo allungamento (x_{max}) è $K_{max}=0$ ed $U_{max} = \frac{1}{2} kx_{max}^2$

Nel punto di allungamento x' l'energia potenziale vale $U_{el}' = \frac{1}{2} kx'^2$ ed è pari all'energia cinetica

$$K' = \frac{1}{2} mv'^2$$

Per la conservazione dell'energia meccanica:

$$E_{mecc} = 2 \cdot \frac{1}{2} kx'^2 = \frac{1}{2} kx_{max}^2 \Rightarrow x'^2 = \frac{x_{max}^2}{2} \Rightarrow x' = \frac{\sqrt{2}}{2} x_{max} = 2.83cm$$

2.

$$\text{Massa a sinistra: } mg - T_2 = ma_2 = m\alpha \cdot r_2 \Rightarrow T_2 = mg - m\alpha \cdot r_2$$

$$\text{Massa a destra: } mg - T_1 = -ma_1 = -m\alpha \cdot r_1 \Rightarrow T_1 = mg + m\alpha \cdot r_1$$

Seconda equazione cardinale calcolate rispetto al polo=centro dei dischi della carrucola:

$$T_2 r_2 - T_1 r_1 = I\alpha \Rightarrow (mg - \alpha \cdot r_2) r_2 - (mg + \alpha \cdot r_1) r_1 = I\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{mg(r_2 - r_1)}{I + mr_1^2 + mr_2^2} = 1.37 rad / s$$

$$\Rightarrow a_1 = \alpha \cdot r_1 = 0.14 m / s^2 \quad \text{per la massa a destra (sale)}$$

$$\Rightarrow a_2 = \alpha \cdot r_2 = 0.27 m / s^2 \quad \text{per la massa a sinistra (scende)}$$

$$a_{CM} = \frac{-a_1 m + a_2 m}{m + m} = 0.07 m / s^2 \quad \text{per il centro di massa.}$$

3. $I = (m_1 + m_2) \frac{L^2}{2}$

$$\text{Posizione del centro di massa (dal lato di } m_2) \quad d = \frac{-m_1(L/2) + m_2(L/2)}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \frac{L}{2} = \frac{1}{6} L$$

Per la conservazione dell'energia meccanica $E = K + U = \frac{1}{2}I\omega^2 + (m_1 + m_2)gy_{CM}$

Assumendo $y_{CM}=0$ in posizione orizzontale (iniziale):

$$\frac{1}{2}I\omega^2 - [m_1 + m_2]gd = 0$$

$$\omega^2 = \frac{2[m_1 + m_2]gd}{I} = \frac{2[m_1 + m_2]g(1/6)L}{[m_1 + m_2](L/2)^2} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{g}{L}} = 11.4 \text{ rad/s}$$

4. La macchina funziona da frigorifero. La solidificazione di 500 g di acqua fornisce al fluido della macchina (lungo la isoterma a $T_2=0^\circ\text{C}$) la quantità di calore $Q_2 = m_{H_2O}\lambda_{H_2O} = 40 \text{ kcal} > 0$

Alla temperatura più alta ($T_1=327^\circ\text{C}$) viene ceduta la quantità di calore $Q_1 = m_{Pb}\lambda_{Pb} < 0$ che provocherà la fusione m_{Pb} grammi di piombo. Essendo la macchina reversibile:

$$Q_1 = -Q_2 \frac{T_1}{T_2} = -m_{H_2O}\lambda_{H_2O} \frac{T_1}{T_2} = 87880 \text{ cal}$$

$$m_{Pb} = \frac{Q_1}{\lambda_{Pb}} = 14.64 \text{ kg}$$

$$L = Q_1 - Q_2 = 47880 \text{ cal}$$

5.

$$\Delta U = 0$$

$$R = 1.98 \text{ cal/(mol K)}$$

$$\Delta S_{tot} = \Delta S_{GasA} + \Delta S_{GasB} = n_A R \ln \frac{(V_B + V_A)}{V_A} + n_B R \ln \frac{(V_A + V_B)}{V_B} = n_A R \ln 5 + n_B R \ln \frac{5}{4} = 6.81 \frac{\text{cal}}{\text{K}}$$