Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ingegneria Clinica e Biomedica
Corso di Fisica I
Dott.ssa M. C. Larciprete
Prova di esame del 3 Luglio 2018
II appello - a.a. 2017-18

1) Una giostra assimilabile ad una piattaforma circolare ruota con velocità angolare ω_0= 5 rad/s. In un punto che dista R= 10 cm dall'asse di rotazione giace una monetina di massa m. Se alla giostra viene impressa un'accelerazione angolare costante $\dot{\omega}$=1 rad/s^2 si osserva che la monetina comincia a scivolare dopo un tempo pari a t=2s. Calcolare il coefficiente di attrito statico fra la monetina ed il pavimento della giostra.

2) Un'asta omogenea di massa m=1kg è libera di ruotare senta attrito intorno ad un asse fisso orizzontale passante per un suo estremo. Nell'istante iniziale la sbarra si trova in quiete nella posizione verticale di equilibrio instabile. Da questa posizione viene quindi spostata ed inizia a ruotare sotto l'azione della gravità. Calcolare la reazione vincolare dell'asse di rotazione quando (a) la sbarra transita per la posizione di equilibrio stabile (quota minima) e (b) quando la sbarra transita per la posizione orizzontale.

3) Due vasi cilindrici di uguale sezione A=20cm^2, parzialmente riempiti di acqua, sono posti su un piano orizzontale e collegati da un sottile tubo, aperto. In uno dei due vasi viene versata una quantità m=50 g di olio (densità inferiore a quella dell'acqua). Calcolare di quale altezza H si alzerà il livello del secondo vaso.

4) Una macchina di Carnot reversibile preleva calore da una sorgente in cui acqua e vapore sono in equilibrio (a 100°C) ed utilizza come refrigerante una miscela acqua-ghiaccio (0°C). Calcolare la quantità di ghiaccio che fonde nel refrigeratore per ogni grammo di vapore che condensa nella caldaia, ed il lavoro corrispondente prodotto dalla macchina. Calori latenti di evaporazione dell'acqua a 100°C λ_{evap}=540 cal/gr; calore latente di fusione del ghiaccio a 0°C λ_{fus} = 80cal/g.

5) Un cilindro chiuso mediante un pistone scorrevole contiene una mole di gas perfetto monoatomico in equilibrio alla pressione p_{in} e volume V_{in}=5 litri. Agendo bruscamente sul pistone la pressione esterna viene triplicata e il volume nelle nuove condizioni di equilibrio diventa V_{fin}=3 litri. Calcolare la variazione di entropia del gas.

1) Sulla monetina agiscono forze reali (forza peso, reazione vincolare normale ed attrito statico) e la forza apparente $-ma_t$. In particolare, la accelerazione di trascinamento a_t è composta da due termini:

accelerazione di trascinamento normale (centrifuga) $a_{t,n} = \omega^2 r$

ed accelerazione di trascinamento tangenziale $a_{t,\tau} = \dot{\omega} r$

$$a_t = \sqrt{(a_{t,n})^2 + (a_{t,\tau})^2} = \sqrt{(m\omega^2 r)^2 + (m\dot{\omega} r)^2} = mr\sqrt{(\omega^2)^2 + (\dot{\omega})^2}$$

Superata la condizione limite, ovvero di attrito statico massimo ($\mu mg = ma_t$) la monetina comincia a muoversi, pertanto $\Rightarrow \mu = \frac{r}{g}\sqrt{\omega^4 + \dot{\omega}^2} \approx 0.5$

2) **(b) Asta in transito per la posizione orizzontale:** dalla II equazione cardinale

$mg\frac{\ell}{2} = I\dot{\omega}$ da cui $\dot{\omega} = \frac{mg}{I}\frac{\ell}{2} = \frac{3}{2}\frac{g}{\ell}$ essendo $I = m\frac{\ell^2}{3}$

Il centro di massa ha accelerazione tangenziale $a_{C,\tau} = \dot{\omega}\frac{\ell}{2} = \frac{3}{4}g$ e normale $a_{C,n} = \omega^2\frac{\ell}{2}$

Per trovare ω^2 si può applicare la conservazione dell'energia tra l'instante iniziale e l'istante in cui l'asta transita per la posizione orizzontale: assumendo $\omega_i^2 = 0$, $y_{C.M.}^{\ f} = 0$ ed $U_f = 0$

$$T_i + U_i = T_f + U_f \Rightarrow mg\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}I\omega_f^{\ 2} \Rightarrow \omega_f^{\ 2} = \frac{mg\ell}{I} = \frac{3g}{\ell}$$

x) Proiettando lungo x

$R_x = ma_{C,n} = m\omega^2\frac{\ell}{2} = m\frac{3g}{2}$ (diretta dal c.m. verso l'asse di rotazione)

y) Proiettando lungo y

$mg + R_y = ma_{C,\tau} \Rightarrow R_y = ma_{C,\tau} - mg = m\frac{3g}{4} - mg = -\frac{mg}{4}$ (Diretta verso l'alto)

$$\Rightarrow R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{m^2\frac{9}{4}g^2 + m^2\frac{1}{16}g^2} = mg\sqrt{\frac{37}{16}} = 14.9N$$

(a) Asta in transito per la quota minima, nella II equazione cardinale il momento della forza peso è nullo:

$\dot{\omega} = 0$, ne segue che l'accelerazione tangenziale del centro di massa =0.

L'accelerazione normale è ancora $a_{C,n} = \omega^2\frac{\ell}{2}$.

Dalla conservazione dell'energia fra la posizione iniziale e la posizione di quota minima: $y_{C.M.} = -\frac{\ell}{2}$

$$T_i + U_i = T_f + U_f \Rightarrow mg\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}I\omega_f^{\ 2} - mg\frac{\ell}{2} \Rightarrow \omega_f^{\ 2} = \frac{2mg\ell}{I} = \frac{6g}{\ell}$$

$$m\vec{g} + \vec{R}_y = m\vec{a}_{C,n} \Rightarrow R_y = -m\frac{\omega^2\ell}{2} - mg = -m3g - mg = -4mg = 39.2N$$

3) La massa m di olio, di densità inferiore a quella dell'acqua, si stratifica sulla superficie dell'acqua nel primo recipiente, e determina all'interfaccia tra i due fluidi una pressione idrostatica pari a:

$$P_{\text{interfaccia}} = \rho_{\text{olio}} g h_{\text{olio}}.$$

La stessa pressione sarà presente nel secondo recipiente, alla medesima quota dell'interfaccia nel primo recipiente, per cui:

$$\rho_{\text{olio}} h_{\text{olio}} = \rho_{\text{acqua}} h_{\text{acqua}}$$

Il livello H di cui si è spostata la superficie libera dell'acqua (verso il basso nel primo recipiente e verso l'alto nel secondo recipiente), sarà pari alla metà del valore h_{acqua} indicato nella condizione di equilibrio (delle pressioni):

$$H = \frac{h_{\text{acqua}}}{2} = \frac{\rho_{\text{olio}} h_{\text{olio}}}{2\rho_{\text{acqua}}} = \frac{m}{Ah_{\text{olio}}}\frac{h_{\text{olio}}}{2\rho_{\text{acqua}}} = \frac{m}{2\rho_{\text{acqua}}A} = 12.5cm$$

4) La condensazione di un grammo di vapore corrisponde a $Q_{ass} = 540cal$ (alla T_C=373.15K)

La quantità ceduta al refrigerante (alla T_F=273.15K) è:

$$Q_{ced} = \frac{|Q_{ass}|}{T_C}T_F = 395.3cal$$

Che provocherà la fusione di $m = \frac{Q_{ced}}{\lambda_{FUS}} = 4.94g$

Il lavoro prodotto $L = Q_{ass} - |Q_{ced}| = 144.7cal = 606J$

5) Conoscendo gli stati iniziale e finale:

$$\Delta S = S_{fin} - S_{in} = nc_v \ln\frac{T_{fin}}{T_{in}} + nR\ln\frac{V_{fin}}{V_{in}}$$

con $$\ln\frac{T_{fin}}{T_{in}} = \ln\frac{p_{fin}V_{fin}}{p_{in}V_{in}} = \ln\frac{p_{fin}}{p_{in}} + \ln\frac{V_{fin}}{V_{in}}$$

$$\Delta S = S_{fin} - S_{in} = nc_v\left(\ln\frac{p_{fin}}{p_{in}} + \ln\frac{V_{fin}}{V_{in}}\right) + nR\ln\frac{V_{fin}}{V_{in}} = nc_v\ln\frac{p_{fin}}{p_{in}} + nc_p\ln\frac{V_{fin}}{V_{in}} =$$

$$= nc_v\ln 3 + nc_p\ln(3/5) =$$

$$\ln 3.08J/K = 0.74cal/K$$