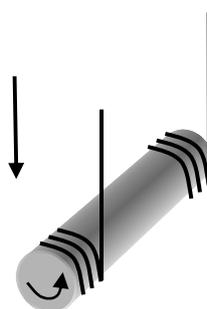




1) Un giradischi in rotazione alla velocità di 45 giri/min rallenta e si arresta in 30 s se il motore viene spento. Si determini la sua accelerazione angolare (supposta costante) e la si esprima in rad/s^2 . Si calcoli il numero di giri compiuti dal disco a partire dall'istante in cui il motore viene spento.

2) A un cilindro pieno di raggio R , massa $m=10$ Kg e lunghezza L sono arrotolate due corde, ognuna in vicinanza di un'estremità del cilindro. Le corde sono fissate a due ganci sul soffitto. Il cilindro viene posto in posizione orizzontale con le due corde tese perfettamente verticali e poi viene lasciato libero di muoversi. Si calcoli la tensione delle corde mentre si srotolano e l'accelerazione lineare con cui cade il cilindro.



3) Un uomo di massa 100 kg si getta dalla finestra su una rete da pompieri sistemata 12 sotto m sotto di lui. La rete, per arrestarlo e farlo rimbalzare in aria, si abbassa di 1,4m. Quale energia potenziale massima acquista la rete?

4) Una mole di gas perfetto monoatomico, inizialmente alla temperatura $T_1=300\text{K}$ compie una trasformazione adiabatica reversibile che ne fa raddoppiare il volume. Si calcoli il lavoro ottenuto durante la trasformazione.

5) Una macchina termica funziona ciclicamente e in modo reversibile scambiando calore con 4 sorgenti (A,B,C,D) le cui temperature sono rispettivamente $T_A=400\text{K}$, $T_B=353\text{K}$, $T_C=294\text{K}$ e $T_D=272\text{K}$. Determinare il rendimento della macchina sapendo che essa assorbe $Q_A=10^3\text{cal}$ dalla sorgente A, $Q_B=3 \cdot 10^3\text{cal}$ dalla sorgente B e cede $Q_C=500\text{cal}$ alla sorgente C.



Prova di esame dell' 13 Novembre 2013
 III appello - a.a. 2012-13
 Soluzioni

1) Moto circolare uniformemente decelerato:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad \alpha dt = d\omega \Rightarrow \omega = \omega_0 + \alpha(t - t_0) \quad \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0} \quad \text{con}$$

Considerando il valore finale $\omega_{fin} = 0$, ed iniziale $\omega_0 = 45 \frac{\text{giri}}{\text{min}} = \frac{45 \cdot 2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 4,71 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$:

$$\alpha = \frac{\omega_{fin} - \omega_0}{t_{fin} - t_0} = -0,157 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Spostamento angolare finale a partire dal momento in cui il motore viene spento ($\phi_0 = 0$)

$$\phi_{fin} = \omega_0(t_{fin} - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t_{fin} - t_0)^2 = \omega_0(t_{fin} - t_0) - \frac{1}{2}\omega_0(t_{fin} - t_0) = 70,65 \text{ rad}$$

Che corrisponde a $n = \phi_{fin} / 2\pi = 11,2 \text{ giri}$



2) Equazioni cardinali: $\vec{F}_{ext} = m\vec{a}_{c.m.}$ $\vec{M}_{ext} = I\vec{\alpha}$

Dove con \vec{F}_{ext} si indica la forza peso $m\vec{g}$ e la tensione \vec{T} distribuita, per simmetria, come $\vec{T}/2$ e $\vec{T}/2$ su ciascuna corda. Calcolando il momento delle forze esterne rispetto all'asse istantaneo di rotazione, l'unica forza avente momento nullo è la forza peso $m\vec{g}$.

Momento di inerzia rispetto all'asse istantaneo di rotazione : $I = I_{c.m.} + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2$

Le equazioni cardinali diventano:

$$mg - T = ma_{c.m.}$$

$$mgR = \frac{3}{2}mRa_{c.m.} \quad \text{con} \quad a_{c.m.} = R\alpha$$

$$a_{c.m.} = \frac{2}{3}g = 6,54 \text{ m/s}^2$$

$$T = m(g - a_{c.m.}) = \frac{1}{3}mg = 32,7 \text{ N}$$



3) Conservazione dell'energia: $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$

Con $K_1 = 0$ ed $U_2 = 0$ l'uomo tocca la rete con energia cinetica data da: $K_2 = mgh = 11760 \text{ J}$

Questa energia cinetica, in assenza di attriti, si trasforma in energia elastica della rete. Nel punto in cui uomo+rete si fermano (la rete si è abbassata di d) $K_2 + U_2 = K_3 + U_3^{elastica}$

$$K_3 = 0, U_3 = 0, \text{ ed } U_2 = mgd \quad U_3^{elastica} = mgh + mgd = 13132$$



4) Lungo un'adiabatica: $L_{ab} = -\Delta U_{ab}$. Nel caso di un gas perfetto

$$\Delta U_{ab} = n\bar{c}_V (T_b - T_a)$$

Dall'equazione dell'adiabatica:

$$TV^{\gamma-1} = \text{cost} \Rightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\Delta U_{ab} = n\bar{c}_V (T_b - T_a) = n\bar{c}_V T_a \left(\frac{T_b}{T_a} - 1 \right) = n\bar{c}_V T_a \left(\left(\frac{V_a}{V_b} \right)^{\gamma-1} - 1 \right)$$

$$L_{ab} = -n\bar{c}_V T_a \left(\left(\frac{V_a}{V_b} \right)^{\gamma-1} - 1 \right) = 1384 J \quad \text{con } \gamma = \frac{5}{3}$$



5) Conoscendo le temperature delle sorgenti, per un ciclo reversibile:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 = \sum_{i=1}^4 \frac{dQ_i}{T_i} = \frac{dQ_A}{T_A} + \frac{dQ_B}{T_B} + \frac{dQ_C}{T_C} + \frac{dQ_D}{T_D} = 0$$

$$Q_D = -T_D \left(\frac{Q_A}{T_A} + \frac{Q_B}{T_B} + \frac{Q_C}{T_C} \right) = -2538 \text{ cal}$$

$$\eta = \frac{Q_{\text{ass}} - Q_{\text{ced}}}{Q_{\text{ass}}} = 24\%$$

$$\Delta S_1 = -\frac{Q_1}{T_1}$$

$$\Delta S_2 = \frac{Q_2 + L}{T_2} \quad \Delta S_{\text{TOT}} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 1.48 \text{ cal} / K$$