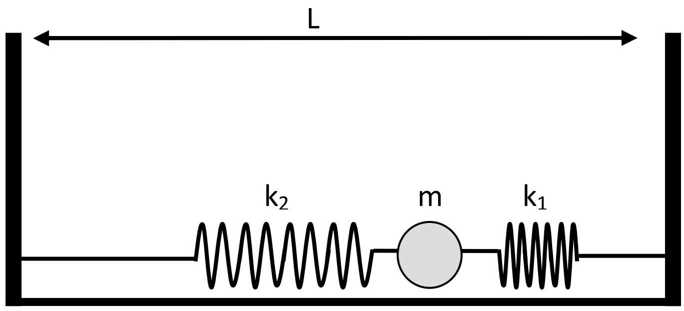
Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ing. Elettronica – Ing. Comunicazioni
Corso di Fisica Generale
Dott.ssa M. C. Larciprete

Prova di esame dell'11 Settembre 2013
III appello - a.a. 2012-13
Testo A

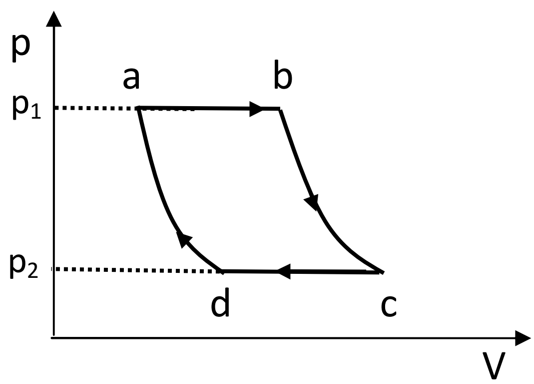
1) Un sasso viene lasciato cadere verticalmente dalla cima di una torre. Dopo aver percorso 10 metri colpisce un'auto che si muove di moto rettilineo uniforme con velocità v_1= 150 km/h. Si determini in modulo e direzione la velocità del sasso rispetto all'auto nell'istante in cui questa viene colpita.

2) Un corpo di massa m=50 kg è collegato a due molle, come mostrato in Figura. Le molle hanno lunghezza a riposo nulla e costante elastica K_1=250 N/m e K_2=100 N/m. La distanza tra le due pareti cui le molle sono fissate è pari a L=2m. Si calcoli, trascurando tutti gli attriti, a quale distanza dalle pareti si deve posizionare il punto materiale affinché esso rimanga fermo. Se, a patire da tale posizione, si dà una spinta al corpo, esso si metterà in moto oscillatorio intorno alla posizione di equilibrio; determinare il periodo Ω di oscillazione.



3) Un punto materiale di massa m=10g è vincolato ad un punto fisso mediante un filo flessibile ed inestensibile di massa trascurabile e può essere messo in rotazione su un piano verticale. La lunghezza del filo è 9.81 cm. Trovare il valore minimo della velocità angolare ω con cui deve essere messo in rotazione il corpo nel punto più basso affinché oltrepassi il punto più alto della sua traiettoria circolare. Dire, inoltre, quanto vale la tensione del filo in questa posizione (punto di altezza massima) quando si utilizza una velocità angolare iniziale doppia di quella minima.

4) Una macchina termica, che usa gas perfetto monoatomico, lavora secondo il ciclo rappresentato in Figura, formato da due adiabatiche e due isobare. Calcolare il rendimento del ciclo sapendo che p_1=10 atm e p_2=1 atm.



5) Un motore sottomarino può essere schematizzato come una macchina di Carnot operante fra una sorgente a temperatura T_1=450 K e la sorgente costituita dal mare alla temperatura T_2=270 K. La quantità di calore ceduta in ogni ciclo dalla macchina al mare è Q_2=600 cal. Il sottomarino sta procedendo alla velocità di regime e pertanto tutto il lavoro fornito dalla macchina ad ogni ciclo viene speso per attrito nel mare. Si calcoli, per ogni ciclo, la corrispondente variazione di entropia del sistema costituito dalle due sorgenti.

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ing. Elettronica e Ing. Comunicazioni
Corso di Fisica Generale
Dott.ssa M. C. Larciprete

Prova di esame dell' 11 Settembre 2013
III appello - a.a. 2012-13
Soluzioni

1) Rispetto ad un riferimento fisso con la terra, il sasso arriva verticalmente con velocità $v=\sqrt{2gh}=14m/\mathrm{s}$

Rispetto ad un riferimento mobile, solidale con l'auto, che ha velocità (di trascinamento) orizzontale v_1, si ha

$$\vec{v}_r=\vec{v}_a-\vec{v}_t$$

$$v_r=\sqrt{v^2+v_1^2}=\sqrt{14^2+41.7^2}=43.9m/s$$

$$\alpha=arctg\left(\frac{v}{v_1}\right)=18.6°$$

2) In assenza di attrito le uniche forze sono le due forze elastiche. Fissando l'origine dell'asse x sulla parete a sinistra (x=0):

$$\vec{F}_{el}^{(1)}=-k_1(x-L)\cdot\hat{i} \qquad \vec{F}_{el}^{(2)}=-k_2x\cdot\hat{i}$$

Affinché il punto sia fermo, la somma delle due forze elastiche deve dare risultante nulla:

$$\vec{F}_{el}^{TOT}=\vec{F}_{el}^{(1)}+\vec{F}_{el}^{(2)}=-k_1(x-L)\cdot\hat{i}-k_2x\cdot\hat{i}=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{k_1L}{k_1+k_2}=1,43m$$

Se si sposta il punto dalla posizione di equilibrio, l'equazione del moto diventa:

$$-k_1(x-L)\cdot\hat{i}-k_2x\cdot\hat{i}=m\vec{a}=m\ddot{x} \qquad \text{ovvero:} \qquad m\ddot{x}+(k_1+k_2)x=k_1L$$

Cioè l'equazione differenziale di un moto armonico, in cui compare un termine noto. La soluzione di questa equazione è del tipo:

$$x(t)=x_0+A\cos(\omega_0t+\varphi) \qquad \text{con} \qquad \omega_0=\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}=2.65rad/\sec$$

3) La condizione limite si ha quando nel punto più alto della traiettoria (H) la tensione del filo è nulla (T=0). Pertanto:

$mg=m\omega_H^2l$ Equilibrio delle forze

$\frac{1}{2}m\omega_{\min}^2l^2=\frac{1}{2}m\omega_H^2l^2+mg2l$ Conservazione dell'energia.

$$\Rightarrow \omega_{\min} = \sqrt{\frac{5g}{l}} = 22.4 rad/s$$

Raddoppiando la velocità angolare iniziale:

$$T + mg = m\omega'^2_H\, l \qquad \frac{1}{2}m\left(2\omega_{\min}\right)^2 l^2 = \frac{1}{2}m\omega'^2_H\, l^2 + mg2l \qquad T = 15mg \simeq 1.5N$$

4) Calcolo del calore scambiato dal gas:

$Q_{ab} = n\overline{c}_p\left(T_b - T_a\right) > 0$ assorbito dal gas $\qquad Q_{bc} = 0$

$Q_{cd} = n\overline{c}_p\left(T_d - T_c\right) < 0$ ceduto dal gas $\qquad Q_{da} = 0$

Calcolo del rendimento:

$$\eta = \frac{Q_{ab} + Q_{cd}}{Q_{ab}} = \frac{\left[\left(T_b - T_a\right) + \left(T_d - T_c\right)\right]}{\left(T_b - T_a\right)} = 1 - \frac{\left(T_c - T_d\right)}{\left(T_b - T_a\right)}$$

Riscriviamo il rendimento nella forma: $\eta = 1 - \frac{\left(T_c - T_d\right)}{\left(T_b - T_a\right)} = 1 - \frac{T_d}{T_a}\frac{\left(\frac{T_c}{T_d} - 1\right)}{\left(\frac{T_b}{T_a} - 1\right)}$

Dalle equazioni delle adiabatiche:

$$p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}T = \cos t \quad \Rightarrow p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}T_b = p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}T_c \quad \Rightarrow p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}T_a = p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}T_d$$

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \frac{T_c}{T_b} \qquad \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \frac{T_d}{T_a} \Rightarrow \frac{T_c}{T_b} = \frac{T_d}{T_a} \quad \text{ovvero } \frac{T_c}{T_d} = \frac{T_b}{T_a}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_d}{T_a} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 0.62 \qquad \text{con} \quad \gamma = 5/3$$

5) Conoscendo le temperature delle sorgenti, e quindi il rendimento:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 0.4 \qquad Q_1 = \frac{Q_2}{1-\eta} = 1000cal \qquad L = Q_1 - Q_2 = 400cal$$

Poiché il lavoro viene dissipato per attrito in mare, la sorgente T_2 riceve il calore Q_2+L:

$$\Delta S_1 = -\frac{Q_1}{T_1}$$

$$\Delta S_2 = \frac{Q_2 + L}{T_2} \qquad \Delta S_{TOT} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 1.48 cal/K$$