



**Università degli Studi di Roma "La Sapienza"**  
**Corso di laurea in Ingegneria Clinica e Biomedica**  
**Corso di Fisica I**  
**Dott.ssa M. C. Larciprete**  
**Prova di esame del 7 Settembre 2018**  
**III appello - a.a. 2017-18**



- 1)** Un motoscafo attraversa un fiume largo  $L=100\text{m}$  puntando perpendicolarmente verso la sponda opposta. La corrente del fiume possiede una velocità costante, pari a  $12\text{ km/h}$ . Fino al centro del fiume la barca accelera costantemente ( $a=0.2\text{ m/s}^2$ ). Successivamente decelera ( $a=-0.2\text{ m/s}^2$ ), fino a raggiungere l'altra sponda. Di quanti metri il punto di attracco sarà spostato a valle rispetto al punto di partenza?
  
- 2)** Un petardo di massa  $m=10\text{g}$  viene lasciato cadere da fermo da un edificio. Dopo essere sceso per una quota pari ad  $h=5\text{m}$ , il petardo esplose in due frammenti di uguale massa. Sapendo che nell'esplosione viene liberata una energia cinetica  $\Delta E=0.75\text{ J}$  e che uno dei due frammenti procede lungo la verticale verso il basso, calcolare le velocità di entrambi i frammenti nell'istante successivo all'esplosione.
  
- 3)** Un contenitore cilindrico vuoto di sezione  $B=25\text{ cm}^2$  galleggia sull'acqua contenuta in un secondo contenitore cilindrico di sezione  $A$  maggiore di  $B$ . Ad un certo istante, una massa  $m=100\text{g}$  viene poggiata sul fondo del cilindro più piccolo e, come conseguenza, si osserva che il pelo dell'acqua all'interno del cilindro più grande si innalza di una quota  $\Delta H$  rispetto alla sua posizione originaria. Si determini  $\Delta H$ .
  
- 4)** Una macchina di Carnot opera tra due sorgenti a  $322\text{ K}$  e  $258\text{ K}$ . Quanto lavoro fornisce se assorbe  $568\text{ J}$  di calore dalla sorgente calda? Facendo percorrere alla macchina il ciclo al contrario, essa funge da frigorifero. Operando tra le medesime temperature, quanto lavoro richiede per estrarre  $1230\text{ J}$  di calore dalla sorgente fredda?
  
- 5)** La temperatura di  $4,34$  moli di un gas ideale biatomico viene aumentata di  $62,4\text{K}$  a pressione costante. Si calcoli la quantità di calore fornita al gas, l'aumento dell'energia interna del gas, e l'aumento dell'energia interna traslazionale del gas. ( $k_B=1,38\cdot 10^{-23}\text{ J/K}$ ,  $N_A=6,02\cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$ ).

- 1)  $v$  = velocità della barca rispetto ad un sistema fisso solidale con le sponde  
 $v'$  = velocità della barca rispetto ad un sistema mobile solidale con la corrente  
 $v_t$  = velocità di trascinamento

$$v = v' + v_t$$

Nel sistema mobile la barca si muove perpendicolarmente alle sponde, in due fasi, accelerazione e decelerazione.

Accelerazione)  $v'_0 = 0 \Rightarrow v'(t) = at \Rightarrow y'(t) = \frac{1}{2}at^2$  da cui:

$$\begin{cases} t_1 = \sqrt{L/a} \\ v'(t_1) = \sqrt{La} \end{cases}$$

Decelerazione)  $v'_0 = \sqrt{La} \Rightarrow v'(t) = \sqrt{La} - at \Rightarrow y'(t) = L/2 + \sqrt{La}t - \frac{1}{2}at^2$

$$\begin{cases} t_2 = \sqrt{L/a} \end{cases}$$

$t = t_1 + t_2 = 2\sqrt{L/a}$  ed in questo tempo la barca sarà spostata verso valle, dalla velocità di trascinamento della corrente, di un tratto:

$$d = v_t t_{tot} = 2v_t \sqrt{L/a} = 149m$$

- 2) La velocità del centro di massa (rispetto ad un sistema di riferimento inerziale) all'istante dell'esplosione è

$$mgh = \frac{1}{2}mv_{CM}^2 \Rightarrow v_{CM} = \sqrt{2gh}$$

Nel sistema del centro di massa ( $v_{CM}' = 0$ ) si conserva la quantità di moto, quindi per le velocità dei due frammenti si scrive:

$$v_{1,f}' = -v_{2,f}'$$

E l'energia cinetica iniziale e finale (prima e dopo l'esplosione) vale, rispettivamente:

$$T_i' = 0 \quad T_f' = 2 \frac{1}{2} m v_f'^2$$

Nel sistema inerziale  $T_i = T_i' + T_{CM}$  (Teorema di Koenig), pertanto la variazione di energia cinetica dovuta all'esplosione è la stessa in entrambi i sistemi (inerziale, e quello del CM) ossia  $\Delta K = \Delta K'$ :

$$\Delta K = K_f' - K_i' = \frac{1}{2}mv_f'^2 \quad \Rightarrow v_f'^2 = \sqrt{\frac{2\Delta E}{m}}$$

Rispetto al sistema di riferimento inerziale si ha:

$$v_{1,f} = -(v_{CM} + v_{1,f}') = -22,1m/s$$

$$v_{2,f} = -(v_{CM} - v_{1,f}') = 2,3m/s$$

- 3) Inizialmente il contenitore piccolo è immerso per un tratto  $h_i$ . La grandezza  $h_i$  si può determinare considerando l'equilibrio della forza peso e della spinta di Archimede:

$$P_{cilindretto} = \rho_{acqua} g h_i B \quad P_{cilindretto} = \rho_{acqua} g h_i B.$$

Dopo l'aggiunta della massa  $m$ , il peso totale varia, e così si ha una nuova  $h_f$ :

$$P_{\text{cilindretto+m}} = \rho_{\text{acqua}} g h_f B = \rho_{\text{acqua}} g h_i B + mg$$

$$\Delta h = h_f - h_i = \frac{m}{\rho_{\text{acqua}} B} = 4 \text{ cm}$$

4) Per trovare il lavoro fornito dobbiamo conoscere il rendimento del ciclo:

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 0,20$$

Si può così ottenere il lavoro fornito in corrispondenza di  $Q_{\text{ass}} = 568 \text{ J}$

$$L = \eta \cdot Q_{\text{ass}} = 113 \text{ J}$$

L'efficienza della macchina frigorifera è definita come:

$$\varepsilon = \frac{Q_{\text{ass}}}{T_C}$$

In questo caso il calore assorbito dalla macchina è quello scambiato alla temperatura più bassa. Nel caso della macchina di Carnot si ha:

$$\varepsilon = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = \frac{258 \text{ K}}{(322 - 258) \text{ K}} = 4,03$$

Pertanto il lavoro che si deve fornire alla macchina frigorifera è:

$$L = \frac{Q_{\text{ass}}}{\varepsilon} = \frac{1230 \text{ J}}{4,03} = 305 \text{ J}$$

5) Per un gas biatomico:

$$C_p = \frac{7}{2} R$$

In una trasformazione isobara il calore scambiato vale:

$$Q = n c_p (T_{\text{fin}} - T_{\text{in}}) = (4,34 \text{ mol}) \left( \frac{7}{2} 8,314 \text{ J / (molK)} \right) (62,4 \text{ K}) = 7880,47 \text{ J}$$

Per il calcolo della variazione di energia interna (funzione di stato) scegliamo una trasformazione isocora :

$$\Delta U = Q_{\text{isocora}} = n c_v \Delta T = (4,34 \text{ mol}) \left( \frac{5}{2} 8,314 \text{ J / (molK)} \right) (62,4 \text{ K}) = 5628,91 \text{ J}$$

Per una molecola, l'energia cinetica vale:

$$E_{\text{cinetica}} = T_{\text{molecola}} = \frac{3}{2} k_B T \quad \Rightarrow \Delta T_{\text{molecola}} = \frac{3}{2} k_B \Delta T$$

Per tutte le molecole:

$$\Rightarrow \Delta T_{\text{molecola}} = n N_A \left( \frac{3}{2} k_B \Delta T \right) = 3375 \text{ J}$$