SOLUZIONE 18. 07. 2014

1

1^e equazione cardinale della Dinamica

$$\begin{cases} F_{est} = m\ddot{x} \\ F_{tot} = ma \end{cases} \xRightarrow{F_{est} = F_{tot}} m\ddot{x} = ma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \dot{x} = at + c \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + ct + d$$

$$v(0) = v_0 \Rightarrow c = v_0$$

sistema di riferimento con l'origine in $x(0) \Rightarrow d = 0$

Quindi:
$$\begin{cases} v(t) = at + v_0 \\ x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \end{cases}$$

Per $t = T = 5\,s$ e $v_0 = 20\,m/s \Rightarrow a = -4\,m/s^2$

$$\begin{cases} v(t) = -4t + 20 \\ x(t) = -2t^2 + 20t \end{cases}$$

Lavoro:
$$L = \int_{t=0}^{t=T} F\,dx = m\,a\,x(T) = 0{,}4\,(-4)\left[(-2)25 + 100\right] =$$
$$= -80\,J$$

$dx = v\,dt$
$dt = -\frac{dv}{4}$

$$L_{attr} = \int_{t=0}^{t=T} -Kv\,dx = \int_0^5 \frac{Kv^2}{4}dv = \frac{K}{12}\left(V_f^3 - V_0^3\right) = -33{,}33\,J$$

SOLUZIONE

(2) Moto del corpo in assenza dell'esplosione: traiettoria parabolica

$$x)\begin{cases} a_x = 0 \\ v_x = v_{0x} = v_0 \cos 60° = v_0/2 \\ x = v_{0x} t \end{cases} \qquad y)\begin{cases} a_y = -g \\ v_y = -gt + v_0 \operatorname{sen} 60° \\ y = -g\frac{t^2}{2} + v_0 t \operatorname{sen} 60° \end{cases}$$

al vertice: $v_y = 0 \Rightarrow t^*_v = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \operatorname{sen} 60°}{g} = \frac{v_0 \sqrt{3}}{2g} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \underset{\text{gittata}}{\underset{\uparrow}{L}} = 2x_v = 2\,\frac{v_0}{2}\,\frac{v_0\sqrt{3}}{2g} = \frac{v_0^2\sqrt{3}}{2g} = 19{,}9\ m$$

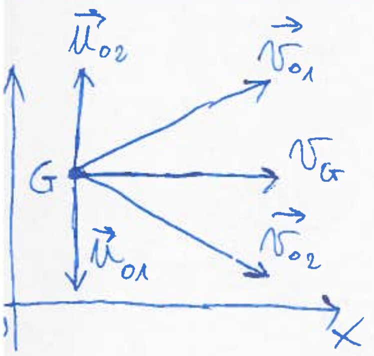
L'esplosione è causata da forze interne: conservazione della quantità di moto

Nel sistema del baricentro: $m\vec{u}_{01} + m\vec{u}_{02} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{u}_{01} = -\vec{u}_{02}$; $u_{01} = u_{02}$

La velocità relativa di un frammento rispetto all'altro è: $\vec{u} = \vec{u}_{01} - \vec{u}_{02} \Rightarrow \vec{u} = \vec{u}_{01} - (-\vec{u}_{01}) \Rightarrow u_{01} = u_{02} = \frac{1}{2} u$

Nel sistema solidale al suolo: $\begin{cases} \vec{v}_{01} = \vec{u}_{01} + \vec{v}_G \\ \vec{v}_{02} = \vec{u}_{02} + \vec{v}_G \end{cases} \Rightarrow$



$$\Rightarrow \quad v_{01} = 10{,}6\ m/s$$

$$v_{02} = 10{,}6\ m/s$$

SOLUZIONE

3 La quantità di moto della sbarra è:

$$\vec{q} = \vec{h} = M\vec{v}_0$$

$$\Downarrow$$

$$v_0 = \frac{h}{M} = 2{,}5\ m/s$$

Il momento della quantità di moto rispetto al centro O è: $P = I\omega$ con $I = \frac{1}{12} ML^2$

$$\Rightarrow \omega = \frac{h\,r}{I} = \frac{12\,r\,h}{M\,L^2} = \frac{12 \cdot 0{,}4\,m \cdot 5\,Kg\,m\,s^{-1}}{2\,Kg\ 4\ m^2} = 3\,s^{-1}$$

SOLUZIONE

4 Il rendimento vale $\eta = \frac{L_{TOT}}{Q_1}$

L_{TOT} lavoro compiuto in un ciclo sul sistema (gas)

Q_1 quantità di calore ceduta al gas

Nei tratti DA e BC non si compie lavoro

$$\Downarrow$$

$$L_{TOT} = L_{AB} + L_{CD}$$

$$L_{AB} = \int_A^B p\,dV = \int_A^B RT_1 \frac{dV}{V} = RT_1 \ln \frac{V_B}{V_A} = RT_1 \ln 3$$

$$L_{CD} = \int_C^D RT_2 \frac{dV}{V} = RT_2 \ln \frac{V_D}{V_C} = RT_2 \ln 3$$

$$L_{TOT} = R \ln 3 \,(T_1 + T_2)$$

$\boxed{C_v = \frac{5}{2} R \text{ gas biatomico}}$

$$Q_1 = Q_{AB} + Q_{DA}$$

$$\Delta U_{AB} = 0 \Rightarrow Q_{AB} = L_{AB}$$

$$L_{DA} = 0 \Rightarrow Q_{DA} = \Delta U_{DA} = \int_D^A C_v\,dt = C_v (T_1 - T_2)$$

$$\Rightarrow Q_1 = RT_1 \ln 3 + C_v (T_1 - T_2) \Rightarrow \eta = \frac{R \ln 3}{\frac{3}{2} R \ln 3 + C_v} = 26\%$$

SOLUZIONE

5

Il campo B risultante è nullo in y per evidenti ragioni di simmetria in x:

$$|B_x| = 2\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{\sqrt{2}L}\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{L} = 0$$

La forza è diretta lungo la congiungente dei fili ed è repulsiva:

$$\left|F/l\right| = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i^2}{L}\left(1-\frac{1}{2}\right) = 4\cdot 10^{-8}\, N/m$$

SOLUZIONE

6

$$\Delta V = \frac{\Delta K}{q} = \frac{1}{2}\frac{m v^2}{q}\ ; \ \sigma = \frac{\varepsilon_0 \Delta V}{d} = \frac{\varepsilon_0 m v^2}{2 q d} = 2{,}5 \frac{mC}{m^2}$$

$$a = \frac{f}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{e\sigma}{\varepsilon_0 m}\ ; \ t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{2 d m \varepsilon_0}{e\sigma}} = 20\, ns$$

$$F = q v B = 10^{-13} N\ ; \ R = \frac{m v}{q B} = 9{,}1\, \mu m$$