2° Lezione (2 ore)

Attrito
Lavoro
Energia (cinetica, potenziale) e conservazione
Momento meccanico
Leve

- **Bellini-Manuzio, Fisica per le Scienze della Vita, Piccin (viale regina margherita 290)**
- **Serway-Jewett, Principi di Fisica, EdiSes**

- **-Physics in Biology and Medicine, Paul Davidovits, Elsevier Academic Press**
- **-Physics of the Human Body, Irving P. Herman, Springer.**

Reazioni vincolari

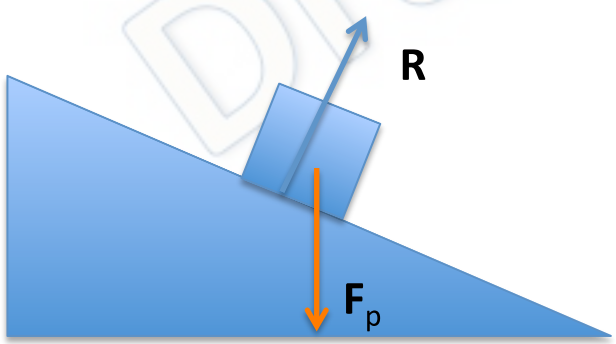
La reazione vincolare **R** è una forza che i "vincoli" (tavolino) esercitano su corpi con i quali sono in contatto (bottiglia sul tavolino).

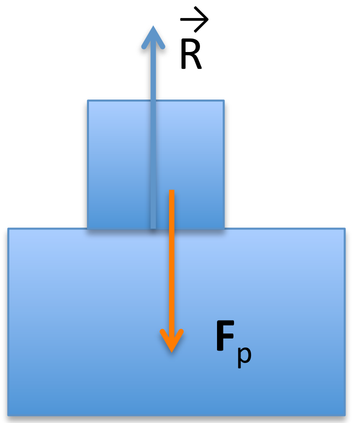
→ Sono quindi forze di "reazione" che si oppongono alle forze applicate dal corpo sul vincolo stesso

→ Sono forze sempre perpendicolari al vincolo e tali che:

$$\vec{R} = \sum_i \vec{F}_{iN}$$

dove $\vec{F}_{iN}$ = componenti delle forze attive perpendicolari al vincolo





Ricorda: il grassetto indica un vettore

Attriti

L'attrito è una forza che si oppone al movimento di due corpi in contatto tramite una superficie S.

Attrito dinamico radente:

Si sviluppa sulla superficie S quando i due corpi strisciano tra loro tramite la superficie S (sono quindi in movimento relativo tra loro)

$$\vec{f}_r = \mu_r \vec{F}_{\perp}^{tot}$$

Componente perpendicolare al piano di appoggio della risultante delle forze che agiscono sul corpo

μ_r : coeff. attrito radente

Se il corpo rotola sulla superficie: si parla di **attrito dinamico volvente**

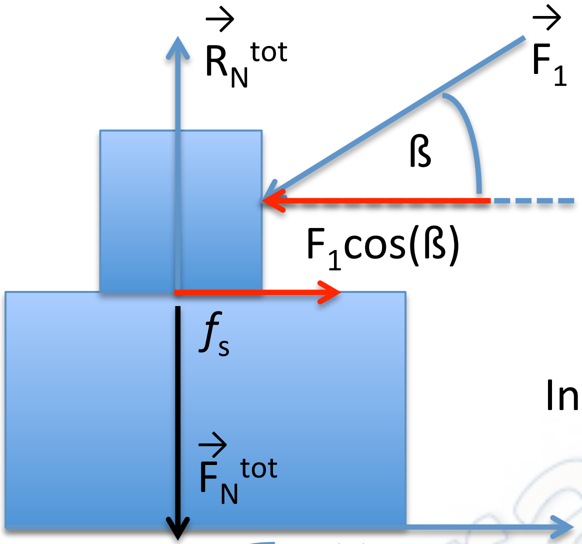
Anticipo*: l'effetto dell'attrito è quello di trasformare in un sistema l'energia cinetica in energia interna e l'aumento dell'energia interna è uguale alla diminuzione di energia cinetica*

Attriti

L'attrito è una forza che si oppone al movimento di due corpi in contatto tramite una superficie S

Attrito statico:

La forza di attrito statico è la forza minima necessaria che deve essere applicata parallelamente alla superficie S di contatto tra due corpi in quiete relativa tra loro per far scivolare uno dei due corpi.



Il modulo della forza di attrito statico è proporzionale alla componente normale alla superficie S delle forze attive tramite un coefficiente di moltiplicazione detto coeff. di attrito statico μ_s

In modulo:

$$f_s = \mu_s F_N^{tot}$$

$$\begin{cases} F_N^{tot} = F_1\sin(\beta) + F_{peso} = F_1\sin(\beta) + mg \\ f_s = \mu_s F_N^{tot} = \mu_s F_1\sin(\beta) + \mu_s mg \\ \text{se } fs = F_1\cos(\beta) \text{ il corpo 2 non si muove} \\ F_1\cos(\beta) = \mu_s\left[F_1\sin(\beta) + mg\right] \\ F_1\cos(\beta) \approx \mu_s\left[F_1\sin(\beta) + mg\right] \text{ il corpo inizia a muoversi} \end{cases}$$

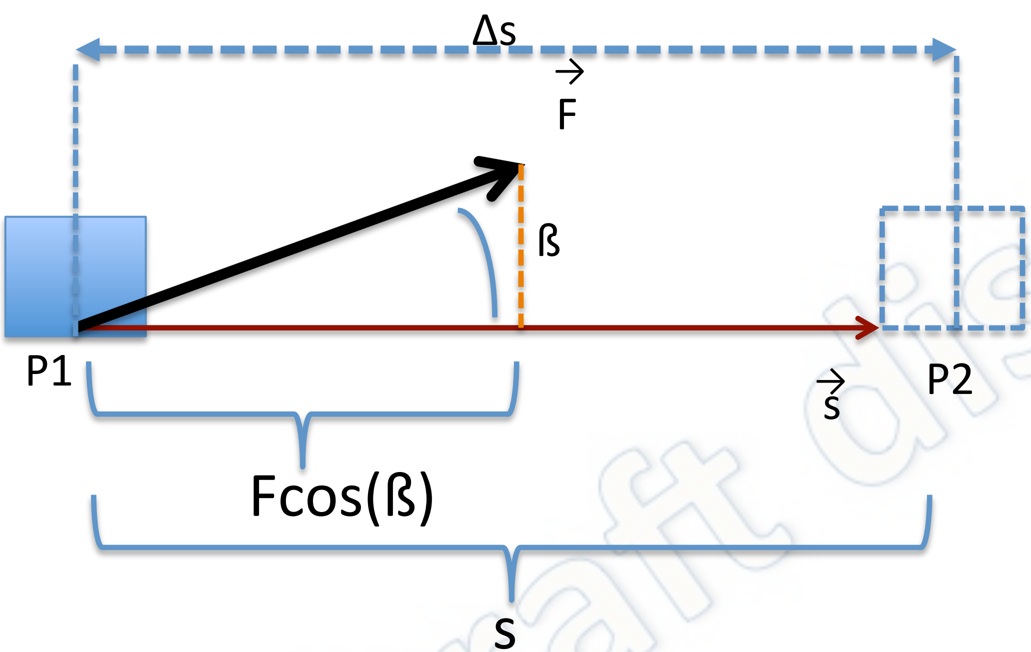
Nell'istante in cui le due forze sono uguali o f_s è poco < della componente orizzontale della forza F_1

	μ_s	μ_d
Steel on steel	0.74	0.57
Aluminum on steel	0.61	0.47
Copper on steel	0.53	0.36
Rubber on concrete	1.0	0.8
Wood on wood	0.25–0.5	0.2
Glass on glass	0.94	0.4
Waxed wood on wet snow	0.14	0.1
Waxed wood on dry snow	—	0.04
Metal on metal (lubricated)	0.15	0.06
Ice on ice	0.1	0.03
Teflon on Teflon	0.04	0.04
Synovial joints in humans	0.01	0.003

Sperimentalmente si trova: $\mu_s > \mu_d$

Lavoro

Se delle forze agiscono su un sistema si sviluppa una grandezza fisica chiamata “*Lavoro*”.



Prodotto della proiezione della forza nella direzione dello spostamento moltiplicata per lo spostamento stesso. (spostamento del punto di applicazione della forza)

In questo caso il sistema è dato solo dal corpo A che viene spostato dalla posizione P1 alla P2 a causa di una forza **F** esterna al sistema.

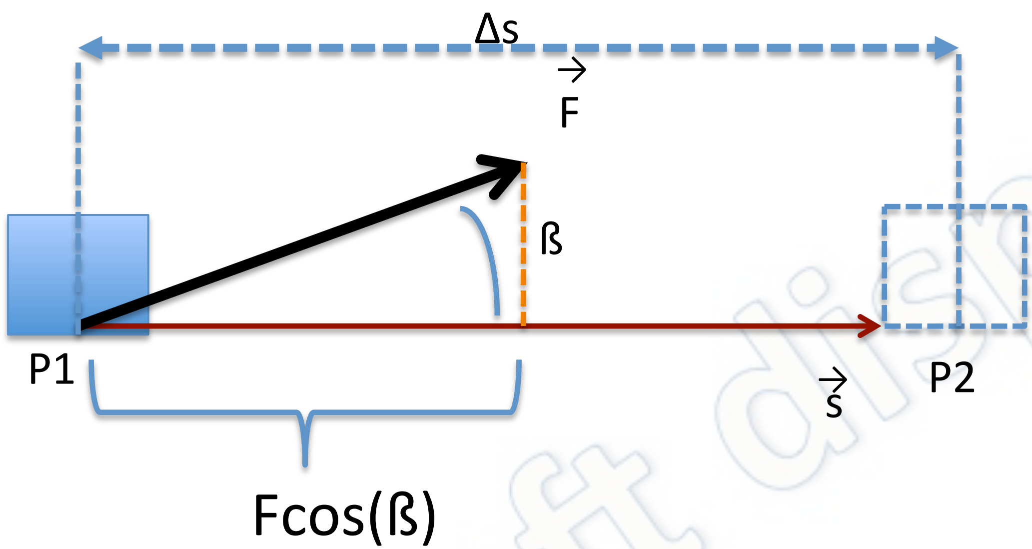
Def: $L = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos(\beta)$ Quantità scalare (prodotto scalare)

$[L] = [MLT^{-2}]\,[L] = [ML^2T^{-2}] \rightarrow$ nel S.I. : J (joule) = newton metro (Nm)

Il lavoro provoca sempre una variazione di energia → ***[J] (Joule)***

Lavoro

Def: $L = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos(\beta)$



L=0 se:

- $|\mathbf{F}|=0$
- $|\mathbf{s}|=0$
- $\mathbf{F} \perp \mathbf{s}$ $(\cos(ß)=0)$

L>0 se: $\mathbf{F_x}$ stesso verso di **s**

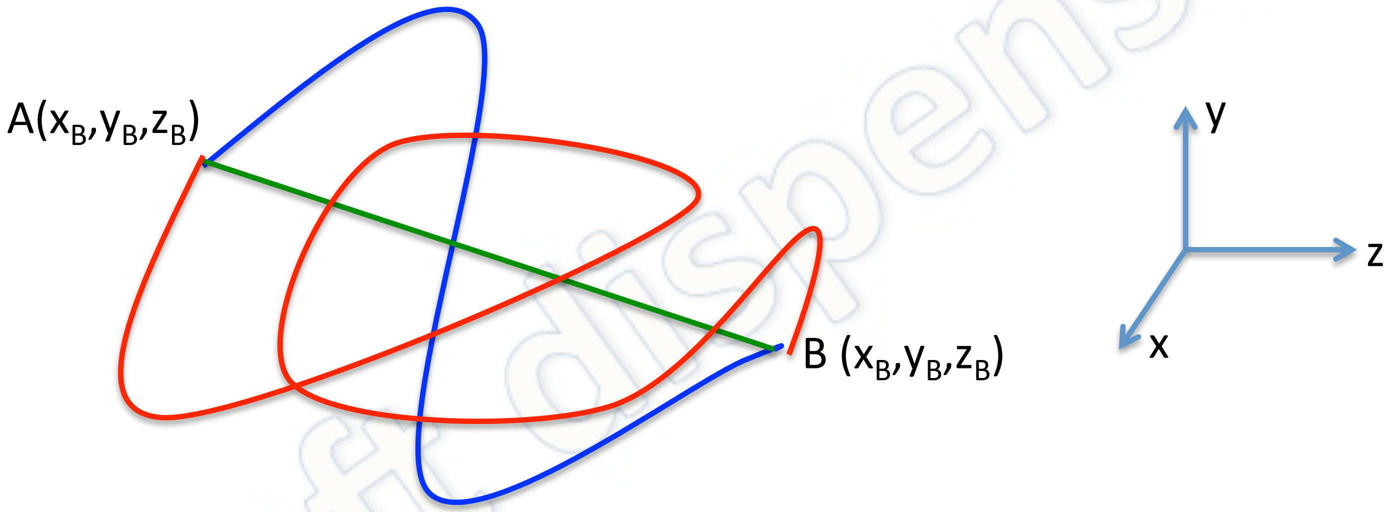
L<0 se: $\mathbf{F_x}$ verso contrario **s**

In questo caso il sistema è dato solo dal corpo A che viene spostato dalla posizione P1 alla P2.

La forza che si applica sul corpo A è una forza esterna al sistema

Forze conservative

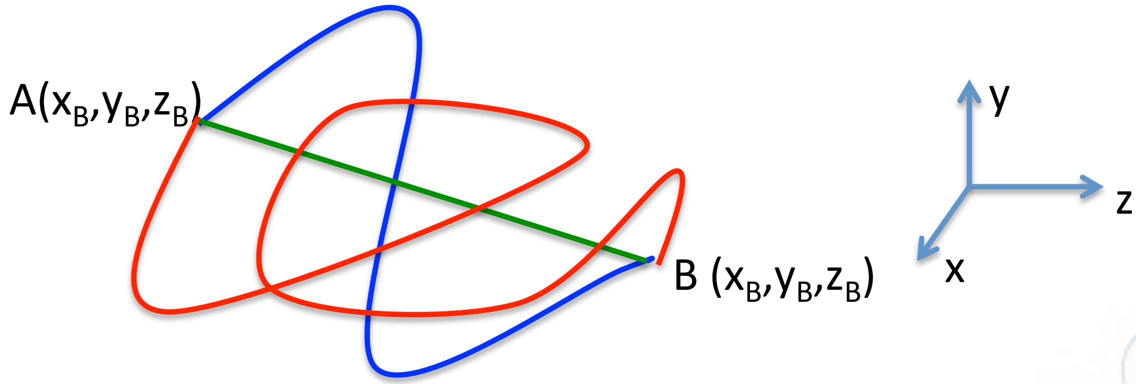
Una forza è una forza conservativa se il lavoro compiuto da tale forza tra il punto A e punto B non dipende dal percorso ma solo dalla posizione iniziale e finale; quindi se A coincide con B il lavoro è nullo



1. $L_{A->B} = L_{A->B} = L_{A->B}$
2. $L_{A->B}+L_{B->A}=0$ → **il lavoro lungo una linea chiusa = 0**
3. → $L_{A->B} = f(A,B)$ **è funzione solo dei punti A e B**

$$\left.\begin{array}{l} A\text{-}> x_A,y_A,z_A \\ B\text{-}> x_B,y_B,z_B \end{array}\right\}$$ **Dipendenza solo dalle coordinate spaziali e non dal percorso**

Forze conservative - Energia Potenziale



$\rightarrow$ $L_{A\text{->}B} = f(A,B)$ **è funzione solo dei punti A e B**

$$\left.\begin{array}{l} A\text{->}\ x_A, y_A, z_A \\ B\text{->}\ x_B, y_B, z_B \end{array}\right\}$$ Dipendenza solo dalle coordinate spaziali

$$L_{A\text{->}B} = f(B) - f(A) = -[\ U(B) - U(A)\ ] = -\Delta U$$

$$U = U(x,y,z) \quad \text{energia potenziale}$$

-> il lavoro di una forza conservativa dipende solo dai valori dell'energia potenziale nel punto iniziale e finale dello spostamento

Energia

Capacità potenziale di compiere lavoro meccanico

Forme di Energia:

- Cinetica
- Potenziale (gravità, elastica, elettrica)
- Termica (calore)
- Nucleare
- …

L'energia non si crea ne si distrugge; si trasforma

Dimensioni: joule
→ stesse unità di misura del lavoro

Energia

L’energia non si crea ne si distrugge;
si trasforma

➔ *Principio di conservazione dell’energia:*

$$E_{tot} = \text{costante}$$

$$\Delta E_{tot} = 0 \quad (\text{sistema isolato})$$

Un sistema è isolato se non c’è interazione con l’ambiente che lo circonda e cioè non c’è scambio di energia, massa

Energia Cinetica

Def: Energia Cinetica K

$$K = \frac{1}{2} m V^2$$

Esempio: ***macchina m=800kg, V=50Km/H***

→ K=0.5·800·(50·1000/3600)² ~ 77200 (J)=77.2 kJ

$$\boldsymbol{L_{12} = \Delta K = K_2 - K_1}$$

Quando il lavoro compiuto dall'insieme delle forze agenti su un sistema ha come conseguenza la sola ***variazione*** **della velocità** del sistema

allora

il lavoro compiuto dalla forza risultante sul sistema

è uguale alla variazione di energia cinetica del sistema

Energia Cinetica

$$L_{12} = \Delta K = K_2 - K_1$$

Se L >0 : velocità finale > velocità iniziale
→ energia trasferita dall'ambiente al sistema

Se L <0 : velocità finale < velocità iniziale
→ energia trasferita dal sistema all'ambiente

Quindi il lavoro trasferisce energia tra il sistema e l'ambiente

Nota:
il teorema dell'energia cinetica fa riferimento soltanto alla velocità iniziale e finale cioè non dipende dal percorso

Equazione continuità energia – sistema non isolato

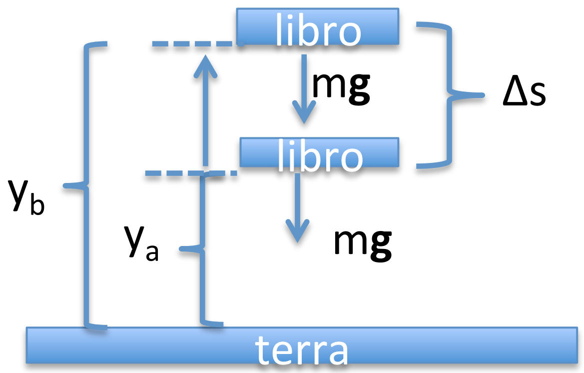
$\Delta K + \Delta E_{int} = \sum$ contributi di energia trasferita sotto altre forme

Energia associata alla temperatura di un oggetto
"Attrito"

Lavoro, Calore, Trasferimento di materia, onde EM, onde acustiche..

Energia Potenziale – sistema non isolato

Sistema formato dalla Terra e Libro in interazione tramite forza gravitazionale



1. Solleviamo il libro di una quantità Δy e quindi compiamo lavoro sul sistema
2. Alla posizione iniziale e finale il libro ha velocità = 0 → $\Delta K=0$
3. Non c'è motivo che si sia scaldato quindi $E_{interna}=0$

Per l'equazione di continuità l'energia del sistema è aumentata ma sotto che forma è stata immagazzinata?

Se il libro si lascia cadere, avrà una K_{finale} che ha origine dal lavoro compiuto per sollevare il libro.

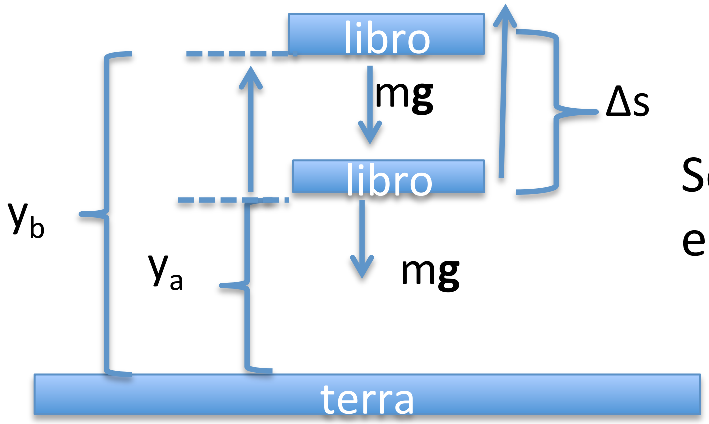
→Mentre il libro era nel punto più alto, l'energia del sistema aveva la ***"potenziale"*** capacità di diventare energia cinetica

→ ***immagazzinamento*** dell'energia: **Energia Potenziale**

→ **Energia potenziale è interna al sistema Terra-Libro**

Energia potenziale – sistema non isolato

Sistema formato dalla Terra e Libro in interazione tramite forza gravitazionale;
Ricaviamo l'espressione per l'energia potenziale



Solleviamo lentamente il libro di una quantità Δy e quindi compiamo lavoro sul sistema.

Il sistema non è isolato perché c'è una forza esterna che sposta il libro

$$L_{ab} = mg \cdot \Delta s = mgy_b - mgy_a$$

$U \equiv mgy$ def: energia potenziale gravitazionale

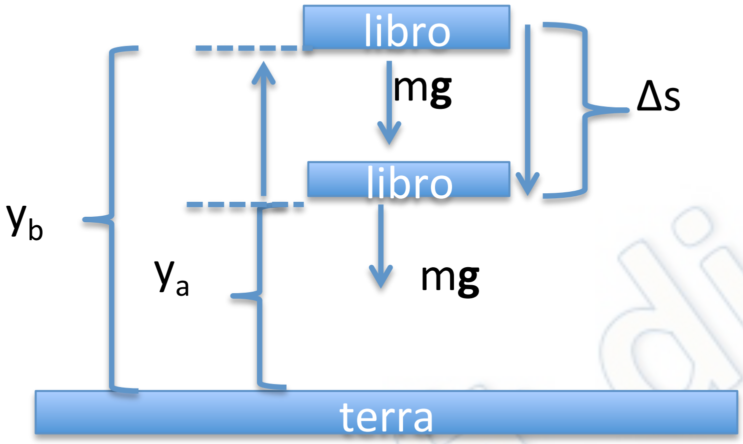
$L_{ab} = \Delta U$ Il lavoro svolto sul sistema diventa **una *variazione* di energia potenziale** gravitazionale del sistema

Energia potenziale gravitazionale

Def: U= mg·y dipende solo dall'altezza (posizione)

Energia Potenziale – sistema isolato

1) Sul sist. Terra-Libro è stato compiuto lavoro tramite una forza esterna e questo lavoro è stato immagazzinato in energia potenziale gravitazionale.
2) Cosa accade se il libro cade, considerando solo la forza (interna al sist.) gravitazionale?



Spostamento: $y_a - y_b = \Delta y$
→ prendendo $y_a=0$, $\Delta y = y_2$ ->altezza

Il sistema è isolato perché non c'è una forza esterna. La forza gravitazionale fa parte del sistema

$$\vec{F}_p = m\vec{g}$$

$$L = \vec{F}_p \cdot \vec{y} = -mg(y_a - y_b) = mgy_b - mgy_a = -[U(2) - U(1)] = \boxed{-\Delta U}$$

Si prende $y_2=0$ -> $U(2)=0$ sulla sup. terrestre quindi

$U(1) = mgy_1$ dove y_1 è quindi l'altezza dalla sup. terrestre

Conservazione Energia Meccanica

$L=-\Delta U_g$

Def: $U_g = mg\cdot y$ dipende solo dall'altezza (posizione)

Il lavoro compiuto sul libro dalla forza gravitazionale

=

$-\Delta U$

=

-[U(finale) - U(iniziale)]

Costante presa =0
In modo arbitrario i.e
Per convenienze nei vari sistemi

Ossia dalla differenza del valore iniziale e finale di una funzione.

In questo caso la forza è detta: **Forza Conservativa**
E la funzione è chiamata **energia potenziale**
(in questo caso gravitazionale perché associata alla forza di gravità)

Spesso U(iniziale) preso = 0 in qualche punto di riferimento. Questo non ha importanza perché ha significato la variazione di energia potenziale e quindi la scelta di U(iniziale) è solo una traslazione di U(finale) di una costante che nell'operazione di Δ scompare.

Conservazione Energia Meccanica

1,A->iniziale
2,B->finale

$$L_{12} = \Delta K = K_2 - K_1$$

$$L_{12} = -[\, U(2) - U(1) \,] = -\Delta U = U_{iniziale} - U_{finale}$$

$$\Delta K = -\Delta U$$

Equazione continuità:

$$\boxed{\Delta K + \Delta U = 0}$$

Somma variazioni energia immagazzinate nel sistema

somma trasferimenti energia fuori sistema. Nel nostro caso il sistem è isolato e quindi 0

Nota: se nel sistema sono presenti solo forze conservative allora la variazione di energia cinetica ha sempre segno opposto a quella dell'energia potenziale. E.x. nel sistema Terra-Libro, il libro cade quindi l'energia potenziale diminuisce mentre l'energia cinetica aumenta (il libro accelera e quindi la sua velocità aumenta)

Conservazione Energia Meccanica

1,A->iniziale
2,B->finale

$$L_{12} = \Delta K = K_2 - K_1$$

$$L_{12} = -[\, U(2) - U(1) \,] = -\Delta U = U_{iniziale} - U_{finale}$$

Equazione continuità:

$$\boxed{\Delta K + \Delta U = 0}$$

Conservazione energia meccanica per un **sistema isolato** (Terra-Libro)

$$K_2 - K_1 = U_1 - U_2$$

$$\Rightarrow \boxed{U_1 + K_1 = U_2 + K_2}$$

$$\Rightarrow E^{meccanica}_{iniziale} = E^{meccanica}_{finale}$$

$$\Rightarrow \boxed{E^{tot} = U + K = \text{costante}}$$

Def: $E_{meccanica} = K+U$

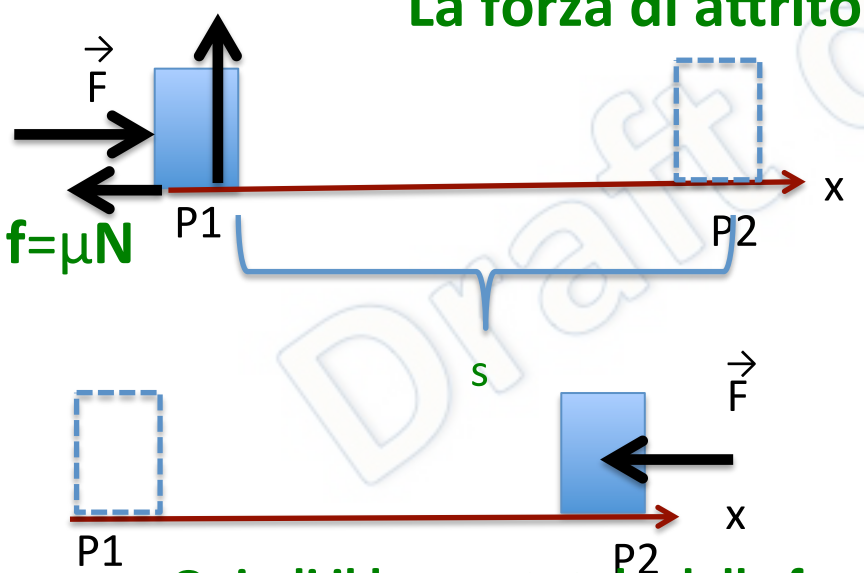
Forze dissipative

Una forza è detta dissipativa se il lavoro della forza lunga una traiettoria chiusa è ≠ 0; quindi non sono forze conservative

Sono forze che modificano l'energia interna di un sistema trasformando (dissipando) l'energia meccanica in altre forme

e.x. Calore, deformazione

La forza di attrito è una forza dissipativa:



Da P1 a P2: $L = f \cdot s = -f \cdot s$

Da P2 a P1: $L = f \cdot s = -f \cdot s$

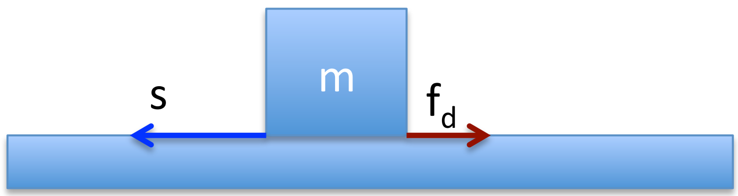
$L_{tot} = -2fs \neq 0$

Quindi il lavoro totale della forza di attrito In un percorso chiuso = -2μmgs

Quindi la forza d'attrito non è conservativa.

Attrito ←→ Energia cinetica

Sistema: blocco con velocità iniziale V_i rallenta solo a causa dell'attrito tra il blocco e il piano.



S: spostamento

f_d: forza attrito dinamico

$$-f_d s = \frac{1}{2}mV_f^2 - \frac{1}{2}mV_i^2 = \Delta K$$

Se il sistema è isolato e cioè non interagisce con l'ambiente sappiamo che :

$$\Delta K + \Delta E_{\text{int}} = 0$$

Quindi

$$\Delta E_{\text{int}} = f_d s$$

L'aumento dell'energia interna del sistema è uguale al prodotto della forza di attrito per lo spostamento. L'aumentare dell'energia interna del sistema diminuisce l'energia cinetica

Conservazione Energia in presenza di forze non conservative in un sistema isolato

$$U_1+K_1+L_{nc}=U_2+K_2$$

L'energia totale di un sistema in un punto 2 (finale)

e cioè l'energia cinetica in quel punto sommata a tutte le forme di energia potenziale che il sistema possa possedere in quel punto

=

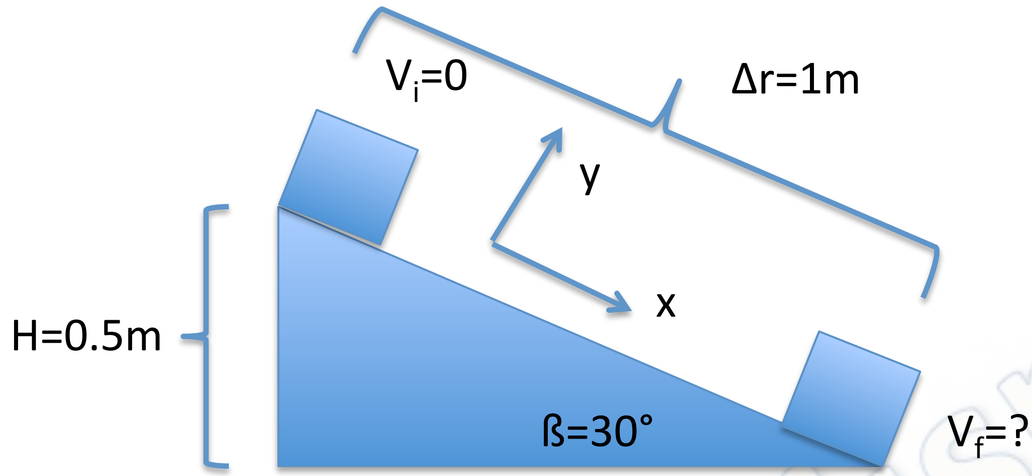
all'energia totale del sistema nella posizione precedente 1 sommata al lavoro di tutte le forze non conservative del sistema mentre questo passa dal punto 1 al 2 (iniziale ->finale)

$L_{nc} \rightarrow \Delta E_{int}$

$$\Delta U+\Delta K+\Delta E_{int}=0$$

La diminuzione dell'energia meccanica (cinetica + potenziale) è uguale all'aumento di energia interna nel sistema isolato

Esempio
Conservazione Energia totale per un sistema isolato



Si sceglie il sistema: Terra-Cassa-Rampa perché in questo esempio è un sistema isolato.

La sup. del piano inclinato è scabra e quindi c'e' attrito tra il cubo e il piano.

$m=3kg$

$f_\mu=5N$

Il lavoro compiuto dalla forza di attrito: $-f\Delta r$

$\Delta K=0.5\ m\ v_f^2$

$\Delta U=-m\ g\ H$

$\Delta E_{int}=f\Delta r$

$\Rightarrow \Delta K+\Delta U=-\Delta E_{int}$

$\Rightarrow 0.5\ m\ v_f^2 - m\ g\ H = -\ f\Delta r$

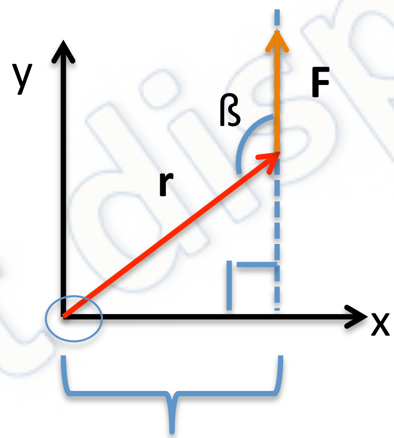
$$v_f = \sqrt{2\frac{mgH - f\Delta r}{m}} = \sqrt{\frac{2(3\cdot 9.8\cdot 0.5)-(5\cdot 1)}{3}} \sim 2.5m/s$$

Momento meccanico

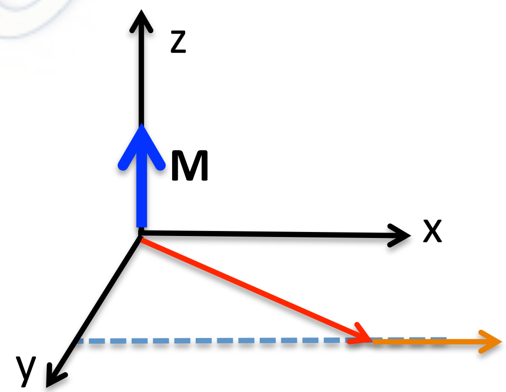
Def: il momento di una forza rispetto un determinato asse è il prodotto vettoriale tra il vettore posizione del punto dove la forza è applicata rispetto all'asse e il vettore della forza stessa.

$$\overrightarrow{M} = \vec{r} \times \overrightarrow{F}$$

$$M_z = rF\sin(\beta)$$



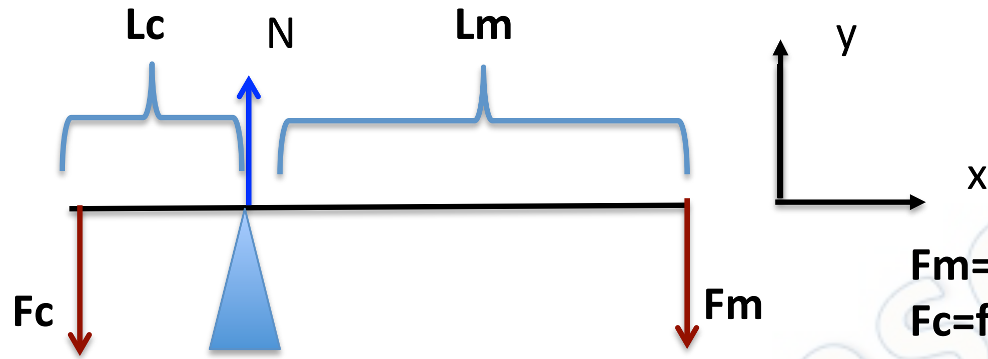
braccio della forza: b = r·sin(pi-ß)=r·sin(ß)



[M]=[forza]·[L]
(N·m)

- Prodotto vettoriale ha come risultato un altro vettore. **M** ⊥ **r** ⊥ **F**
- M=0 se: **r** // **F** ; r = 0 ; F = 0
    - **Comporta la rotazione di un corpo rispetto all'asse**

Leve



Fm=forza motrice
Fc=forza di carico (peso)

<u>Condizioni di equilibrio:</u>

asse x: risultante delle forze e dei momenti è assente = 0

asse y: **N+Fc+Fm** = 0 → N=Fr+Fm ; **N** // **Fc,Fm** ma verso opposto

$\mathbf{M_{Fm}+M_{Fc}+M_N}=0$. (N : reazione vincolare)

scegliendo il punto in cui si applica il fulcro come punto di rotazione: $M_N=0$ e quindi per essere in equilibrio $\mathbf{M_{Fm}= M_{Fc}}$

$$Fm \cdot Lm = Fc \cdot Lc$$

$$nota: Fm = Fc \cdot \frac{Lc}{Lm}$$

\> amplificazione
< smorzamento

Guadagno meccanico della leva

$$def: G = \frac{Fc}{Fm} = \frac{Lm}{Lc}$$

G > 1 => Fm < Fc conviene
G < 1 => Fm > Fc non-conviene

Tipi di Leve

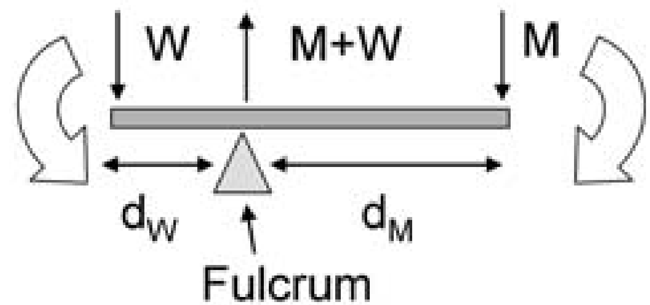
$$nota: Fm = Fc \cdot \frac{Lc}{Lm}$$

$$def: G = \frac{Fc}{Fm} = \frac{Lm}{Lc}$$

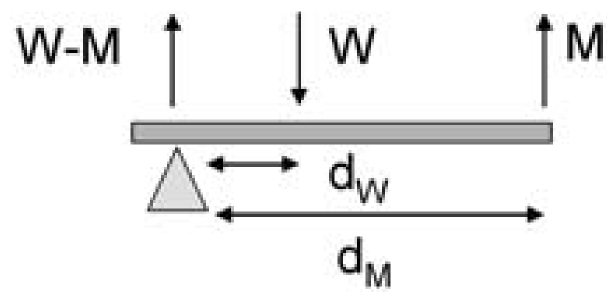
Fm=forza motrice → M
Fc=forza di carico (peso) → W
Lm → d_M ; Lc->d_W

Lo studio delle leve permette di valutare come un peso (W) e una forza data tramite un muscolo, agiscono su un corpo solido (osso) posizionato su un fulcro (giuntura articolare, articolazione)

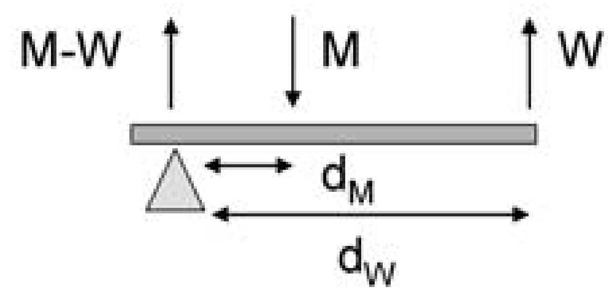
1) Tipo:
Il fulcro si trova tra
la forza di carico (W) e la forza motrice (M)
G>1 o G<1, entrambi I casi sono possibili



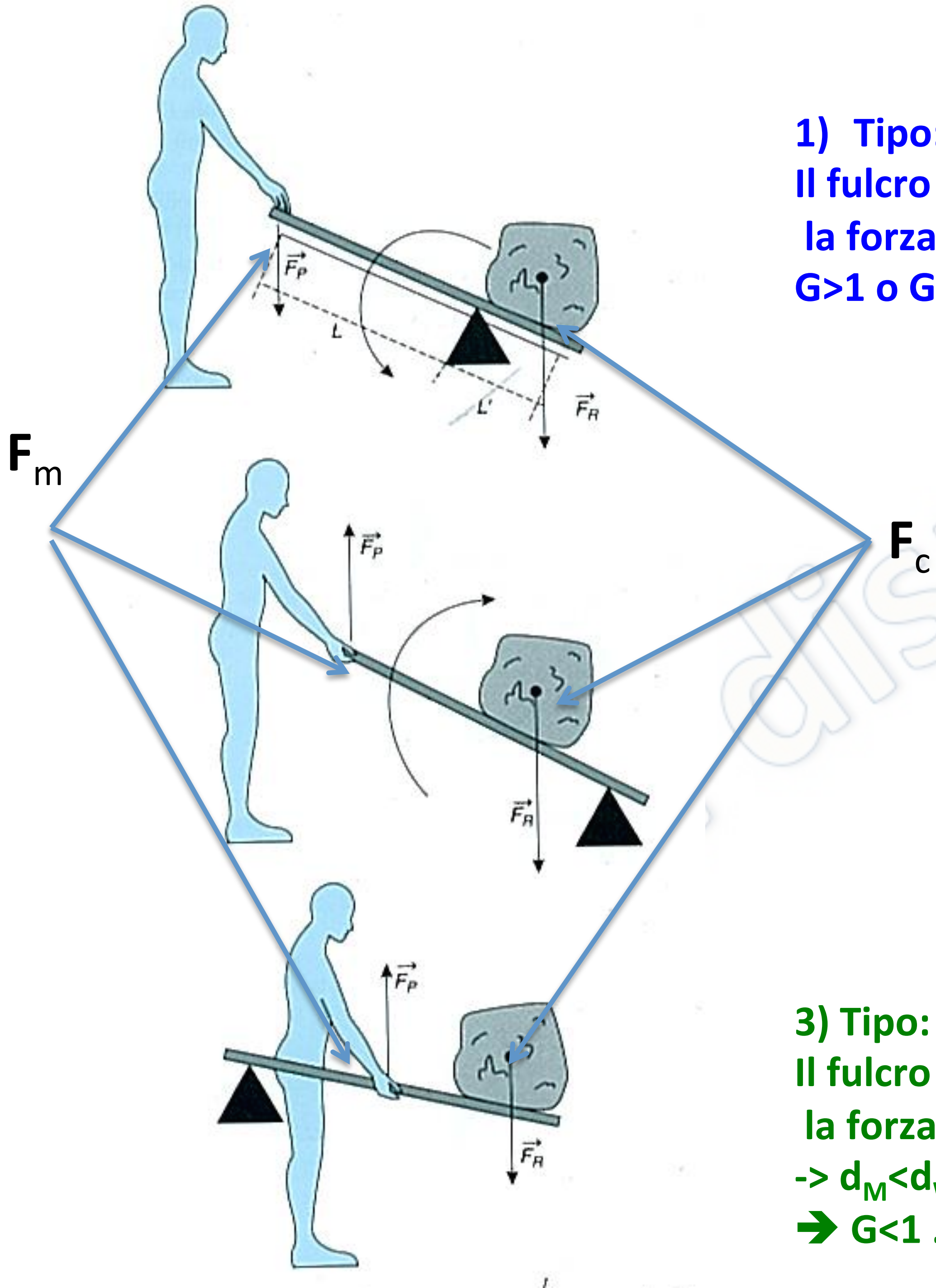
2) Tipo:
Il fulcro si trova ad una estremità
la forza di carico è più vicina al fulcro
-> $d_W<d_M$
→ G>1



3) Tipo:
Il fulcro si trova ad una estremità
la forza motrice è più lontana al fulcro
-> $d_M<d_W$
→ G<1



Tipi di Leve



1) Tipo:
Il fulcro si trova tra
la forza di carico (W) e la forza motrice (M)
G>1 o G<1, entrambi I casi sono possibili

2) Tipo:
Il fulcro si trova ad una estremità
la forza di carico è più vicina al fulcro
-> $d_W<d_M$
➔ G>1 Sempre vantaggiosa

3) Tipo:
Il fulcro si trova ad una estremità
la forza motrice è più lontana al fulcro
-> $d_M<d_W$
➔ G<1 . Sempre svantaggiosa

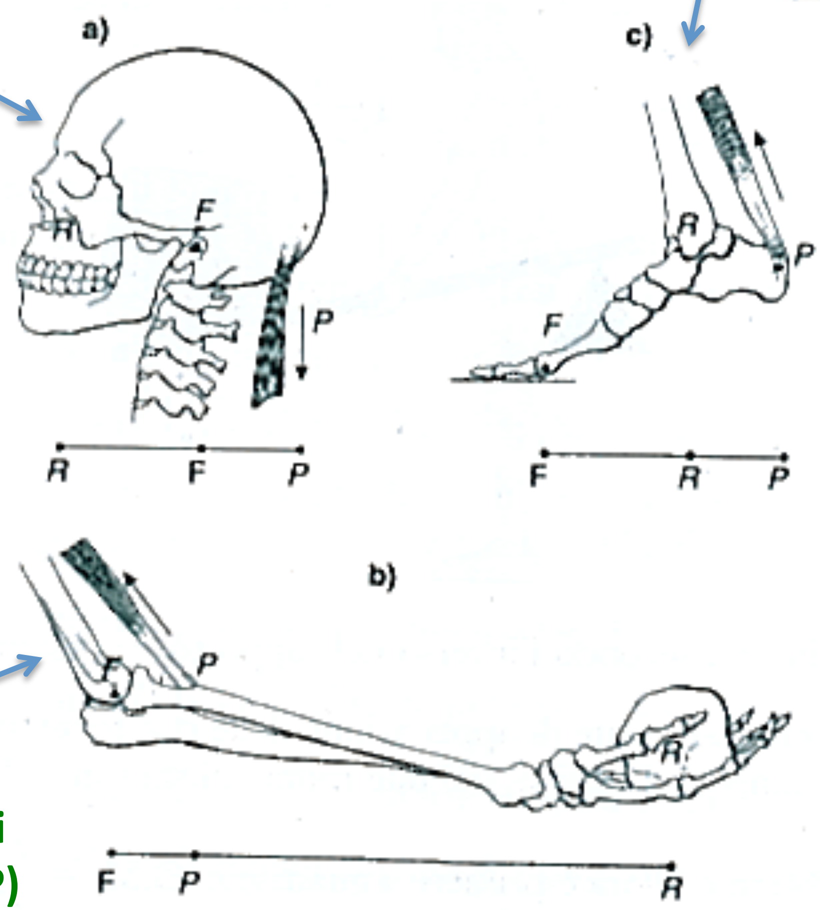
Esempio Leve

1° tipo svantaggioso infatti
distanza Fulcro-Motrice (FP)
<
Distanza fulcro-carico (FR)

articolazione testa
con la colonna vertebrale

2° tipo vantaggioso infatti
distanza Fulcro-Motrice (FP)
>
Distanza fulcro-carico (FR)

Piede durante il moto



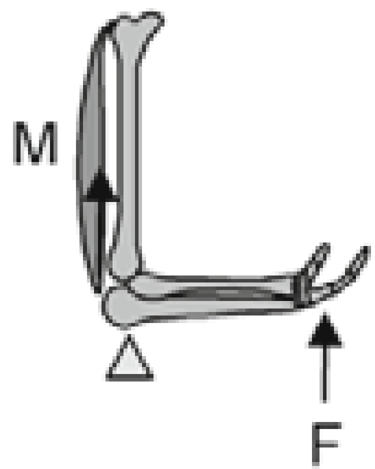
Braccio che sostiene
Un peso

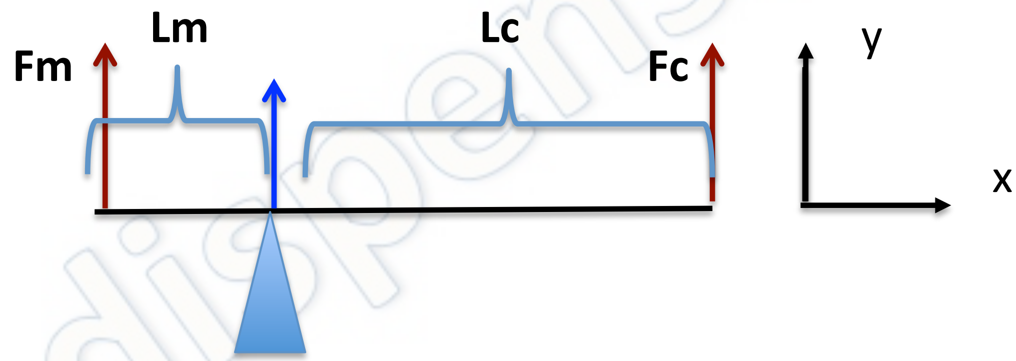
3° tipo svantaggioso infatti
distanza Fulcro-Motrice (FP)
<
Distanza fulcro-carico (FR)

Esempio Leve

Una forza spinge l’avambraccio verso l’alto il tricipide può contrastare questa forza

Leva di 1° classe



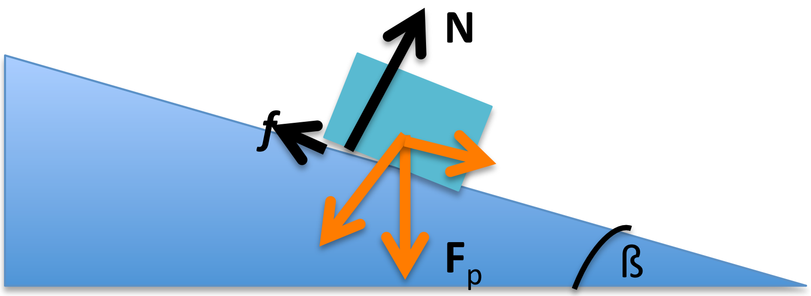


$$nota: \frac{Fm}{Fc} = \frac{Lc}{Lm} > 1 \text{ quindi Fm deve essere molto piu grande di Fc per contrastarla}$$

$$def: G = \frac{Lm}{Lc} < \text{ sconveniente}$$

Fine 2° lezione
(Nov 2015)

Esempio: come misurare coeff. attrito statico e dinamico



Analisi delle forze lungo gli assi di riferimento x,y.
Sappiamo che il corpo è fermo e resta fermo fino a quando la forza di attrito statico viene superata dalla forza peso (lungo l'asse opportuno)

$$\text{x: } \sum F_x = mgsen(\beta) - f_s = 0$$

$$y: \sum F_y = N - mg\cos(\beta) = 0$$

Quando il blocco è sul punto di scivolare f_s=μ_sN e quindi si è raggiunto l'angolo critico μ_c

$$mgsen(\beta_c) = \mu_s N$$

$$mg\cos(\beta_c) = N$$

$$\Rightarrow Tg(\beta_c) = \mu_s$$

Il coeff di attrito statico = tangente dell'angolo
Per il quale il blocco comincia a scivolare

Il blocco comincia a scivolare e quindi μ_s -> μ_d. Essendo μ_d<μ_s il blocco accelera.
Se vario l'angolo $ß_c$ di modo da contrastare la forza peso con la forza d'attrito dinamico il blocco cadrà a velocità costante. Quindi Tg($ß_c$d)=μ_d