

3° lezione (2ore)

Fluidi

- **Bellini-Manuzio, Fisica per le Scienze della Vita, Piccin (viale regina margherita 290)**
- **Serway-Jewett, Principi di Fisica, EdiSes**
- **-Physics in Biology and Medicine, Paul Davidovits, Elsevier Academic Press**
- **-Physics of the Human Body, Irving P. Herman, Springer.**

Fluidi

Fluidi

Aeriformi

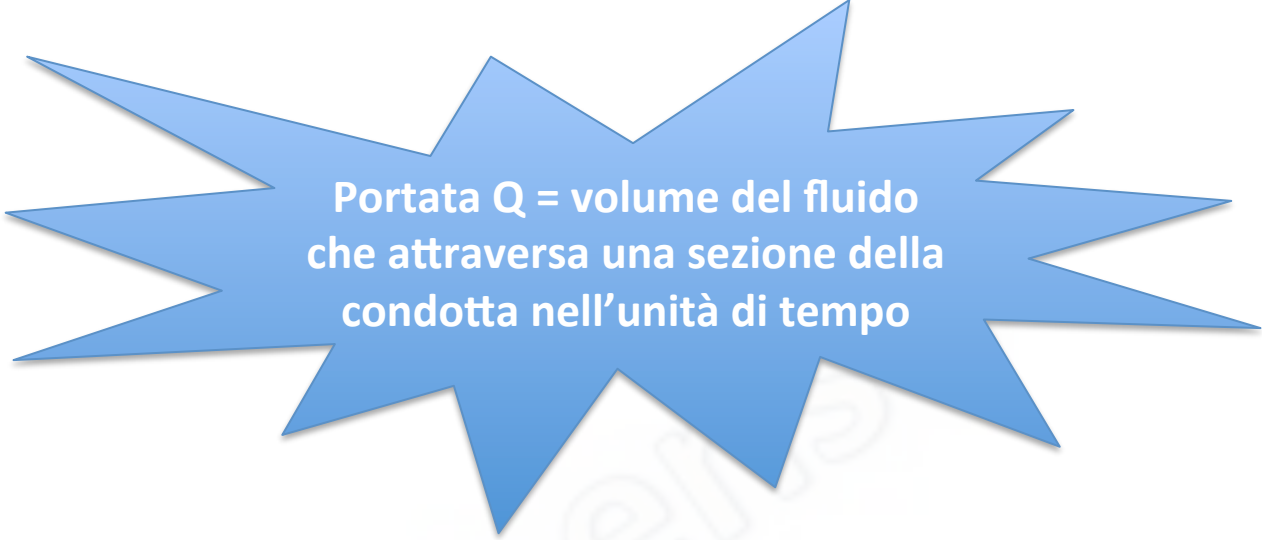
- sono comprimibili → il loro volume cambia se sono sotto pressione
- Occupa tutto lo spazio disponibile

Entrambi non hanno una forma propria ma assumono la forma del recipiente che li contiene

Liquidi

- sono considerati non comprimibili
- Acqua $\Delta V \sim 2\%$ se sottoposta a $p = 10^3$ atmosfere
- occupa un volume limitato

Fluidi



Portata Q = volume del fluido
che attraversa una sezione della
condotta nell'unità di tempo

Moto dei Fluidi:

- STAZIONARIO → portata costante nel tempo
- PULSATO → portata variabile in modo periodico

Omogeneità: Per qualsiasi volume le caratteristiche fisiche sono costanti

Fluido Reale → sono presenti forze di attrito $\mathbf{F}_\mu = -\mu \mathbf{u}$ ($\mathbf{u}$ → velocità)

Condotto rigido → non è deformabile qualunque sia la forza applicata

Condotto deformabile → cambia di forma sotto l'azione di una forza

Fluidi

- **Pressione:** data una forza $\mathbf{F}$ che si esercita su un elemento di superficie piana ΔS , la pressione è data dal rapporto tra la componente normale della forza e l'elemento di superficie ΔS

$$P = \frac{F}{\Delta S} \rightarrow Nm^{-2} \text{ (S.I.) o anche detto Pascal (Pa)}$$

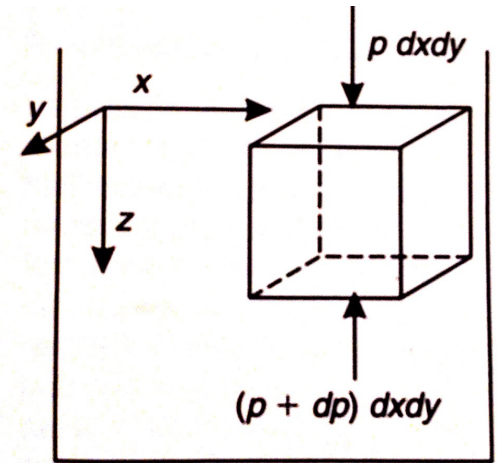
Richiami:

$$\text{Densità : } \rho = \frac{m}{V} \text{ (kg} \cdot \text{m}^{-3} \text{ S.I.)}$$

$$\text{Peso Specifico: } P_{sp} = \frac{m \cdot g}{V} = \rho \cdot g \text{ (N} \cdot \text{m}^{-3} \text{ S.I.)}$$

Fluidi

Da un volume piccolo di liquido (densità ρ) con lati $\Delta x \Delta y \Delta z$, le forze a cui è soggetto sono date dalle pressioni perpendicolari alle superficie + il peso del volumetto stesso. Il volumetto è quieto (fermo) $\rightarrow$ risultante forze = 0



1. Orizzontalmente, le forze contro facce opposte sono uguali e contrarie
2. La forza contro la faccia inferiore è uguale a quella contro la faccia superiore + la forza peso del volumetto. Se “p” è la pressione sulla faccia superiore e “p+Δp” quella sulla faccia inferiore:

$$p\Delta x\Delta y + \rho g\Delta x\Delta y\Delta z = (p + \Delta p)\Delta x\Delta y$$

$$\Rightarrow \Delta p = \rho g\Delta z$$

Ricorda
 $P = F/S$

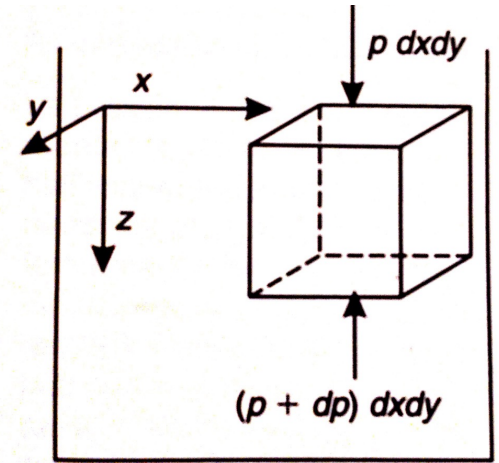
Se il liquido è incomprimibile allora
Principio di Stevino

$$\Rightarrow \Delta p = \rho g(z_2 - z_1)$$

Fluidi - Pascal

Definendo quota zero quella della superficie libera del liquido

$$\Rightarrow \Delta p = \rho g \Delta h$$



La pressione ad una profondità Δh è uguale alla pressione alla superficie + il peso specifico del liquido moltiplicato per la profondità. Quindi la pressione di un liquido sul fondo di un contenitore dipende dall'altezza e dalla densità del liquido nel recipiente e dalla pressione che si esercita sul pelo del liquido

Nel caso di un recipiente aperto, la pressione totale sarà:

$$P_{\text{atmosferica}} + \rho g \Delta h$$

L'equazione mette in relazione le pressioni esistenti in due punti qualunque di un liquido omogeneo; è indipendente dalla forma del contenitore.

Pascal: Una variazione di pressione applicata ad un fluido chiuso è trasmessa integralmente ad ogni punto del fluido e alle pareti del contenitore

Fluidi

- **Principio di Pascal:** la pressione esercitata su una superficie infinitesima all'interno di una massa fluida ha lo stesso valore qualunque sia la giacitura della superficie sulla quale essa si esercita e si trasmette con la stessa intensità in ogni punto del fluido

Se sul pistone 1 si esercita una pressione P_1 , allora la forza che si applica al pistone è

$$F_1 = S_1 \cdot P_1$$

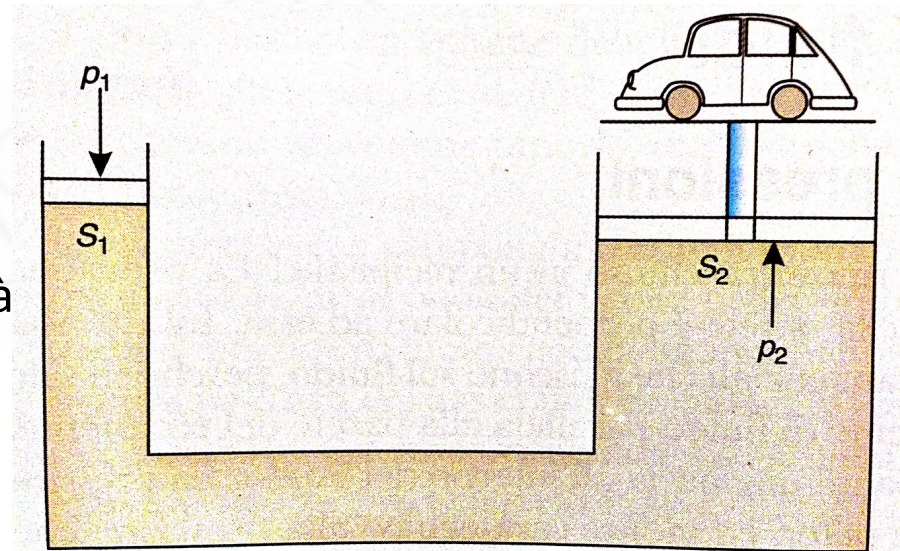
Ma la forza che si esercita sul pistone 2 sarà

$$F_2 = S_2 \cdot P_1$$

$$P_1 = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{S_2}{S_1} F_1$$

Vantaggio meccanico



In questo caso
abbiamo
trascurato il peso
del liquido

Fluidi

Recipiente con due parti cilindriche verticali. Acqua nel recipiente.
Qual è la differenza di altezza del liquido nelle due colonne verticali?

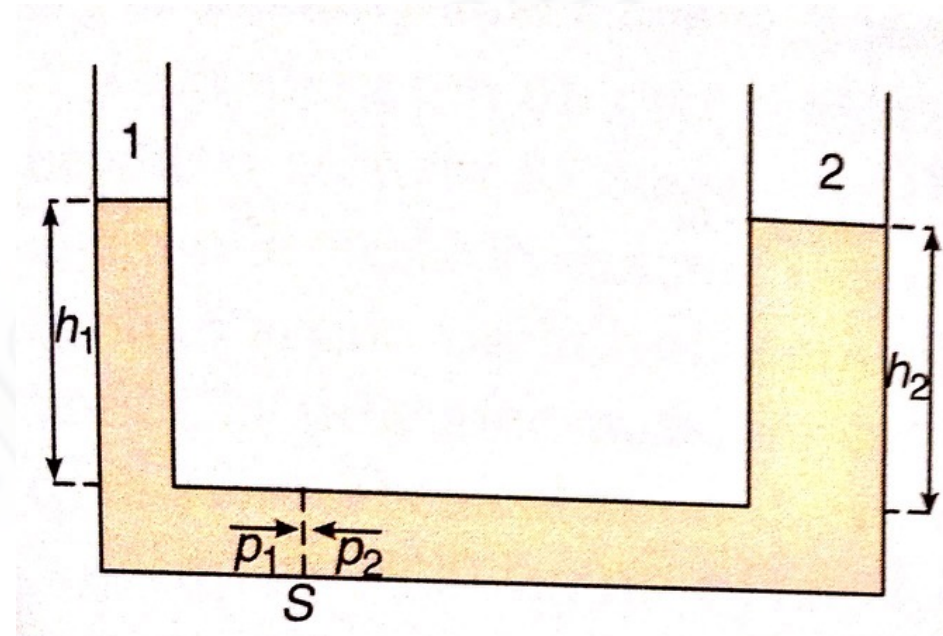
In una sezione qualunque, le forze devono
Uguagliarsi per avere equilibrio

$$p_1 = \rho g h_1 + p_{\text{atm}}$$

$$p_2 = \rho g h_2 + p_{\text{atm}}$$

ma $p_1 = p_2$ infatti ho equilibrio e la superficie
S è la stessa (ricorda $F = pS$)

$$\Rightarrow \rho g h_1 + p_{\text{atm}} = \rho g h_2 + p_{\text{atm}} \Rightarrow h_2 = h_1$$

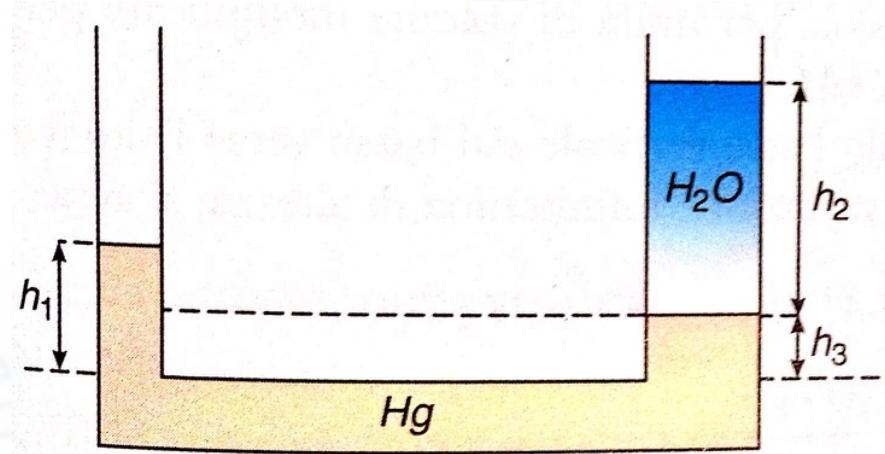


Se nella colonna 1 mettiamo del mercurio Hg (non si mescola con acqua) ?

$$\rho_{\text{Hg}} g h_1 + p_{\text{atm}} = \rho_{\text{H}_2\text{O}} g h_2 + p_{\text{atm}} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_{\text{H}_2\text{O}}}{\rho_{\text{Hg}}} = \frac{1}{13.6} = 0.073$$

Fluidi

Nel recipiente c'è acqua e mercurio ma la superficie di separazione è nella colonna 2 (di destra)



Analisi delle forze sulla sup. di separazione

La pressione dovuta alla forza peso di mercurio nella colonna 1 (h_1)

La pressione dovuta alla forza peso dell'acqua (h_2)

La pressione alla forza peso di mercurio (h_3) opposta a quella dovuta a h_1

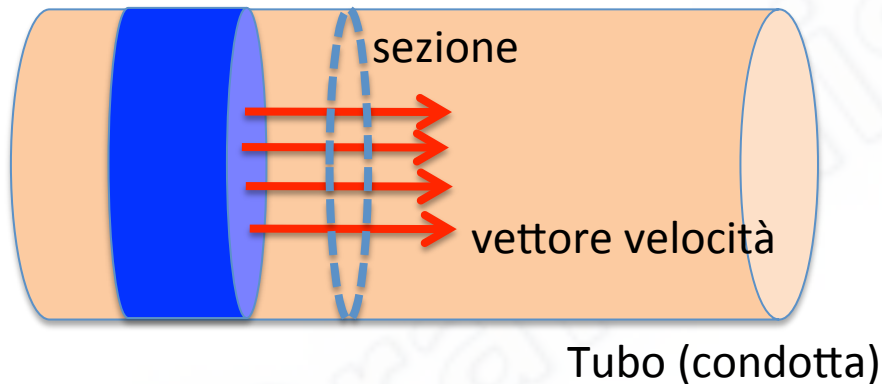
$$\rho_{Hg}gh_1 + p_{atm} - \rho_{Hg}gh_3 = \rho_{H_2O}gh_2 + p_{atm}$$

$$(h_1 - h_3) = \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_{Hg}} h_2$$

Fluidi

Dato un fluido incompressibile (liquido):

- **Regime stazionario** quando la velocità in un punto dello spazio, all'interno della condotta, è fissata una volta fissata la posizione del punto stesso. Si può quindi associare in ogni punto un vettore velocità (modulo, direzione, verso).



Portata di un fluido *Def:*

$$Q = \frac{V}{\Delta t}$$

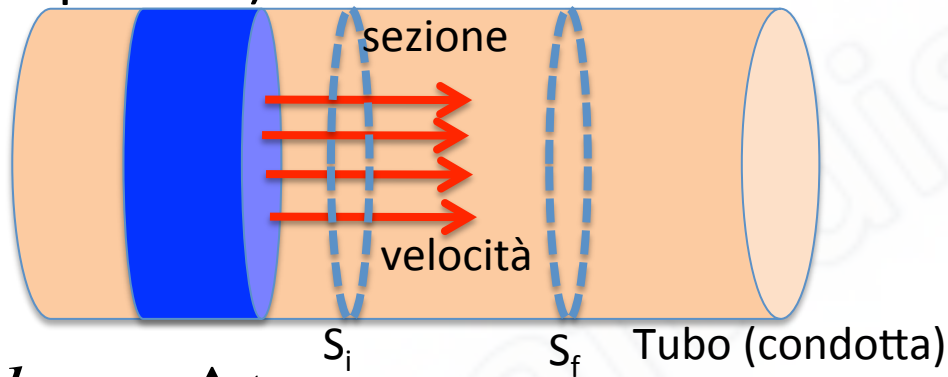
$$[Q] = [L]^3 [t]^{-1} \Rightarrow m^3 s^{-1} \text{ (S.I.)}$$

La portata è **definita** come il volume di un fluido che attraversa una sezione della condotta in un secondo

Fluidi

Dato un fluido incompressibile (liquido):

- **Equazione Continuità (Legge di Leonardo):** date due sezioni della condotta (S_i e S_f -iniziale e finale), la quantità di liquido che attraversa le due sezioni in un dato intervallo temporale Δt è costante se il sistema è isolato (assenza di sorgenti, accumuli e perdite)



$$d = u \cdot \Delta t$$

$$Volume = S \cdot d = S \cdot u \cdot \Delta t$$

$$\Rightarrow Q = \frac{S \cdot u \cdot \Delta t}{\Delta t} = S \cdot u$$

$$Q = S \cdot u = \text{cost}$$

Portata di un fluido *Def:*

$$Q = \frac{V}{\Delta t}; m^3 s^{-1} \text{ (S.I.)}$$

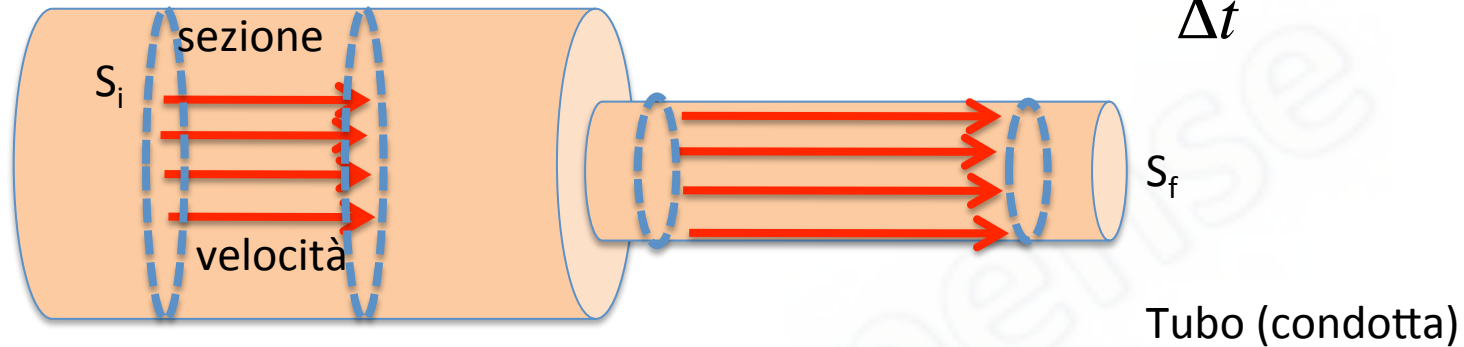
d=distanza tra le due sezioni

Conservazione della massa

Fluidi

Portata di un fluido *Def:*

$$Q = \frac{V}{\Delta t}; m^3 s^{-1} \text{ (S.I.)}$$



$$Q = S \cdot u = \text{cost}$$

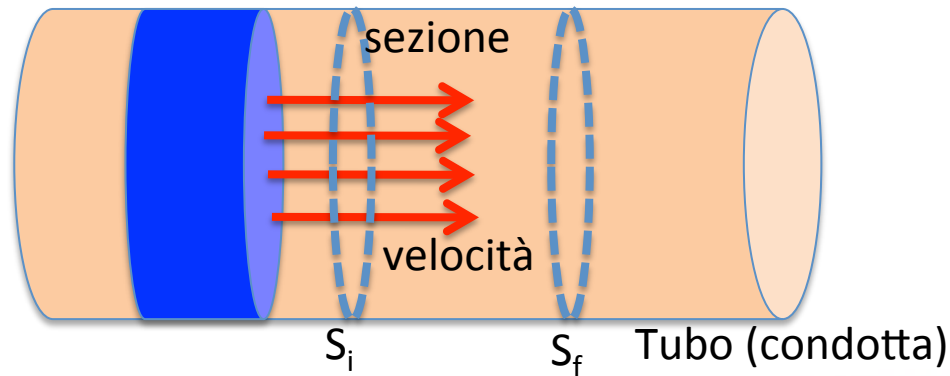
$$\Rightarrow Q_1 = Q_2$$

$$\Rightarrow S_i u_i = S_f u_f \rightarrow u_f = \frac{S_i}{S_f} u_i$$

Moto stazionario

Assenza di sorgenti e/o perdite

Fluidi



$$Q = S \cdot u = \text{cost}$$

Conservazione della massa

Se la velocità è uguale in tutti i punti della sezione allora

$$Q = Su = \text{cost}$$

Se la velocità varia tra i punti allora

$$Q = S \langle u \rangle = \text{cost} \text{ dove } \langle u \rangle \equiv \text{velocità media}$$

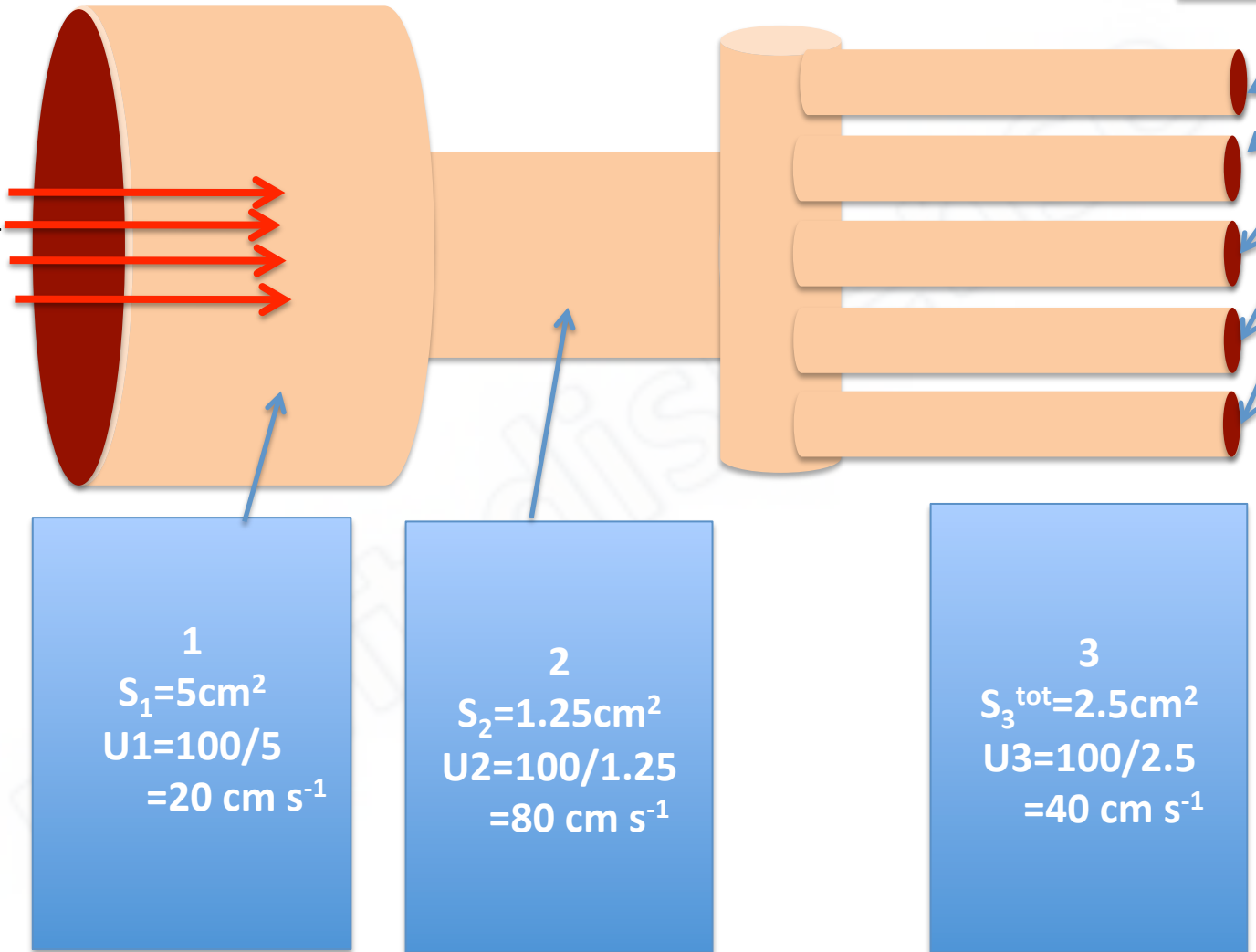
Se la condotta è suddivisa in vari rami allora l'equazione è ancora valida ma si deve considerare la portata totale

$$Q^{\text{tot}} = \sum Q_i \text{ (somma portate singoli rami)}$$

Fluidi

$$Q = S \cdot u = \text{cost}$$

$$Q^{\text{tot}} = 100 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$$



Fluidi

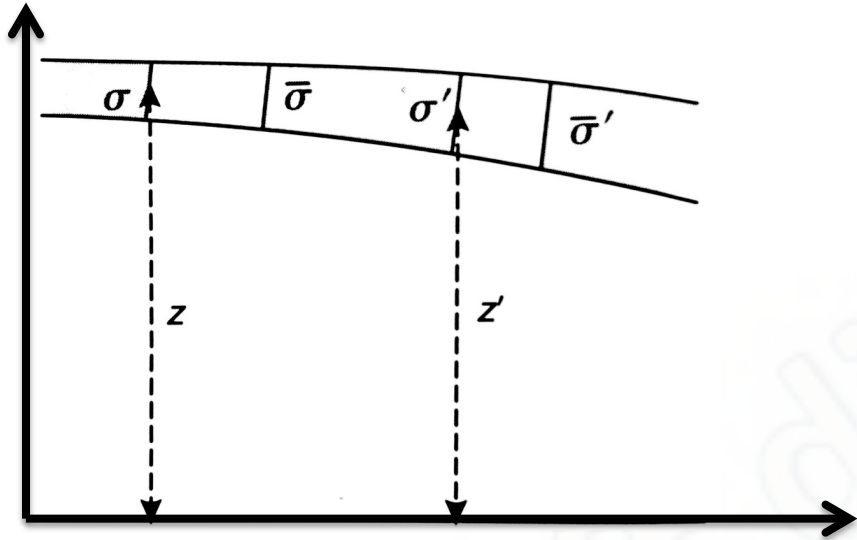
Fluido Perfetto: se privo di attrito interno e cioè non c'è nessuna forza che si oppone al moto delle diverse parti del fluido (fluido-fluido; fluido-parete)

Liquidi: sono incompressibili; al variare della pressione il volume rimane invariato.

- Il moto di un fluido perfetto, in presenza di pressioni variabili da punto a punto ma che non variano al passare del tempo, segue un *Regime Stazionario*
- ➔ Si possono determinare delle **Linee di Corrente** definite come: le linee per le quali il vettore velocità è tangente alla linea stessa in ogni punto.
- ➔ Le traiettorie delle particelle di liquido coincidono con le linee di corrente e sono quindi linee fisse nello spazio.
- ➔ Possibile calcolare la relazione tra le grandezze in gioco: pressione velocità forza peso

Fluidi-Teorema di Bernoulli

→ Possibile calcolare la relazione tra le grandezze in gioco: pressione velocità forza peso



Consideriamo un condotto con liquido perfetto in moto con regime stazionario

Densità liquido: ρ

Pressione p

Velocità u

uguali per tutti i punti della sezione A

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho u_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2 + \rho g y_2.$$

Il teorema di Bernoulli, collega la velocità media, la pressione e l'altezza di un fluido incomprimibile non viscoso in moto stazionario

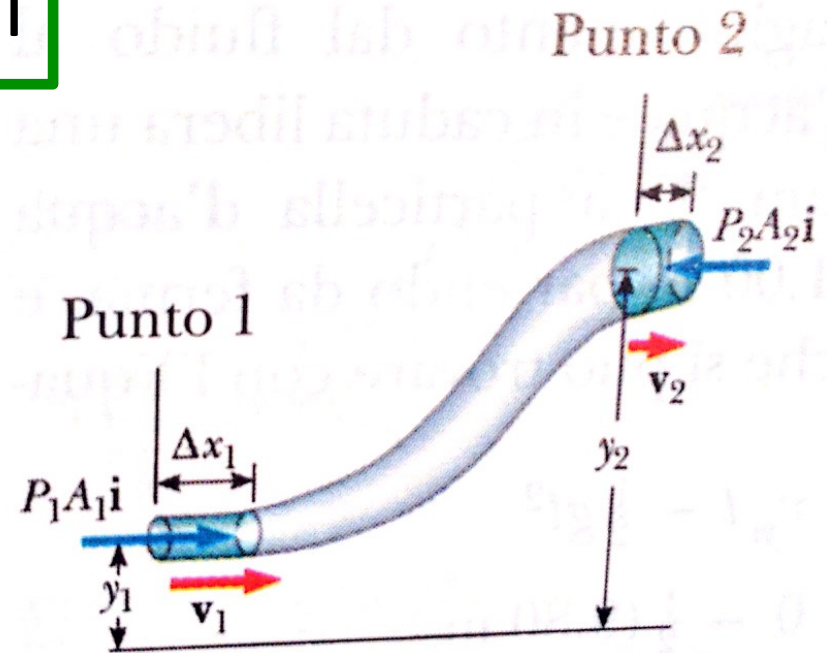
Fluidi-Teorema di Bernoulli

Essendo: $\Delta K + \Delta U = \text{Lavoro Esterno}$

$$\Delta K = \frac{1}{2} \Delta m (u_f^2 - u_i^2)$$

$$\Delta U = g \Delta m (y_f - y_i)$$

$$\Delta L = P_1 \Delta V - P_2 \Delta V$$



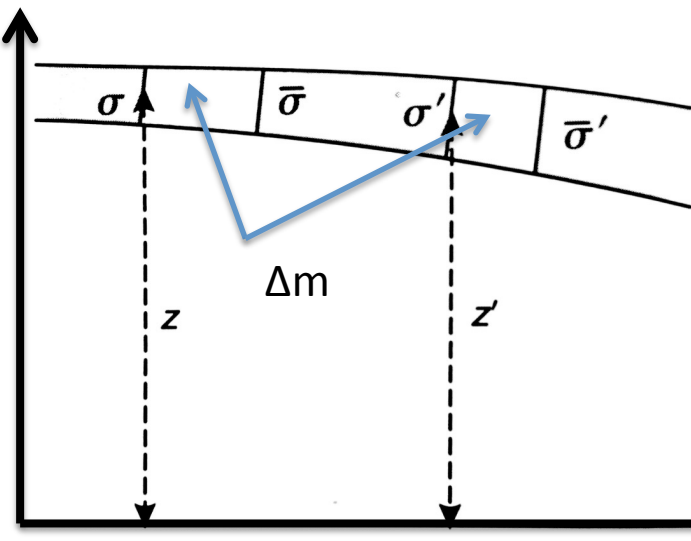
Pressione

Energia cinetica per
unità di
volume

Energia potenziale
gravitazionale per
unità di volume

$$\Rightarrow \boxed{P} + \boxed{\frac{1}{2} u^2 \rho} + \boxed{g \rho y} = \text{cost}$$

Fluidi-Teorema di Bernoulli



Altezza piezometrica: altezza di una colonna di liquido di sezione unitaria che pesa “p”

Altezza di arresto: quota massima alla quale può arrivare nel vuoto un getto di liquido che possiede a quota 0 una velocità “u” rivolta verso l’alto.

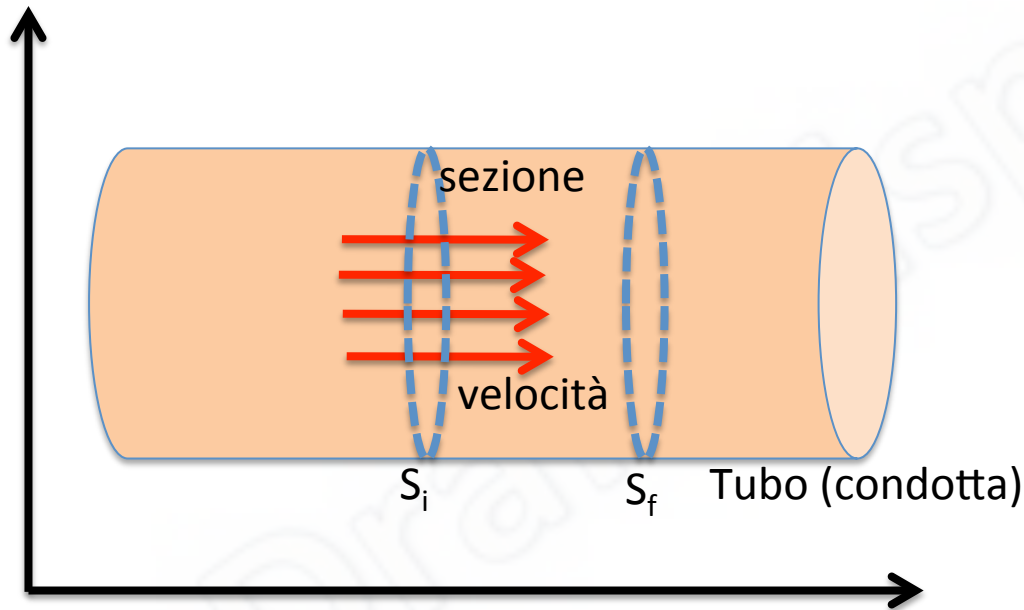
Altezza geometrica

$$\Rightarrow \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} + z = \text{cost}$$

La somma dell'altezza piezometrica + l'altezza di arresto + l'altezza geometrica rimane costante in una condotta percorsa da un liquido perfetto

Esempi: Teorema di Bernoulli → condotto orizzontale e uniforme

$$\Rightarrow \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} + z = \frac{p'}{\rho \cdot g} + \frac{u'^2}{2 \cdot g} + z'$$



Essendo $A_2 = A_1 \rightarrow u_2 = u_1$ (dalla def di portata $Q = Su = \text{cost}$)

Anche $z = z'$ perché condotto orizzontale

Da Bernoulli : se $u = \text{cost}$ e $z = \text{cost} \rightarrow p = \text{cost}$

Esempi: Teorema di Bernoulli

→ condotto orizzontale e uniforme in presenza di attrito viscoso

$$\Rightarrow \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} + z = \frac{p'}{\rho \cdot g} + \frac{u'^2}{2 \cdot g} + z'$$

Poichè la portata è costante se il condotto ha la stessa sezione la variazione di energia cinetica per unità di volume è = 0 e la variazione di energia potenziale è anch'essa = 0 perché il condotto è orizzontale
Quindi:

$$\Rightarrow p1 + \frac{\rho u^2}{2} + z\rho g = p2 + \frac{\rho u'^2}{2} + z\rho g + E_{diss}$$

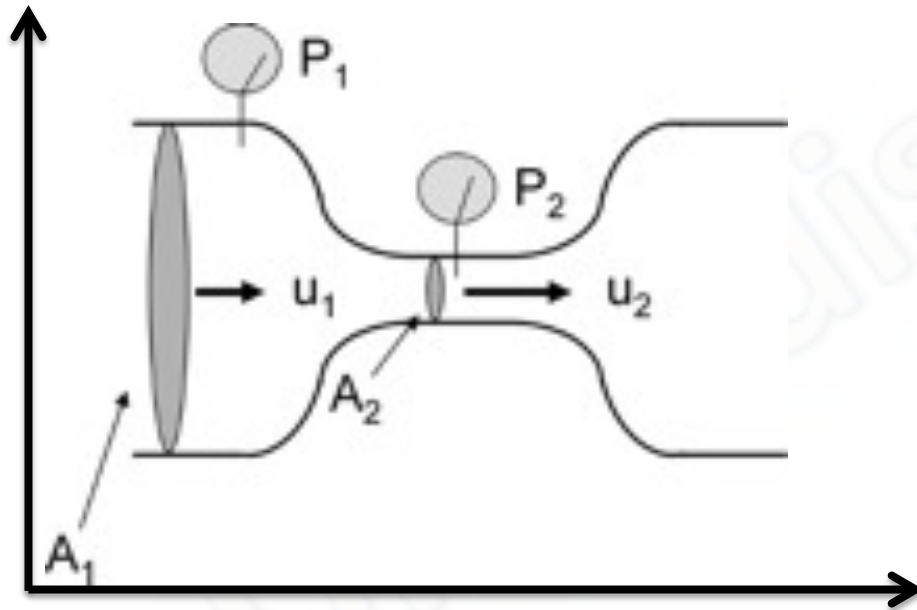
$$\Rightarrow p1 = p2 + E_{diss}$$

$$\Rightarrow p1 - p2 = E_{diss}$$

$$\Rightarrow p2 < p1$$

Esempi: Teorema di Bernoulli → Flusso di Venturi

$$\Rightarrow \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} + z = \frac{p'}{\rho \cdot g} + \frac{u'^2}{2 \cdot g} + z'$$



$$z = z' \Rightarrow p_1 + \frac{u_1^2 \rho}{2} = p_2 + \frac{u_2^2 \rho}{2}$$

sappiamo che: $A_1 u_1 = A_2 u_2$

$$\Rightarrow p_1 + \frac{u_1^2 \rho}{2} = p_2 + \frac{\rho}{2} \left(\frac{A_1 u_1}{A_2} \right)^2$$

$$\Rightarrow p_2 - p_1 = \frac{u_1^2 \rho}{2} \left[1 - \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right]$$

Essendo $A_2 < A_1$, $u_2 > u_1 \rightarrow p_2 < p_1$

Quindi se una vena è “strozzata”, nella strozzatura la pressione diminuisce → **STENOSI**

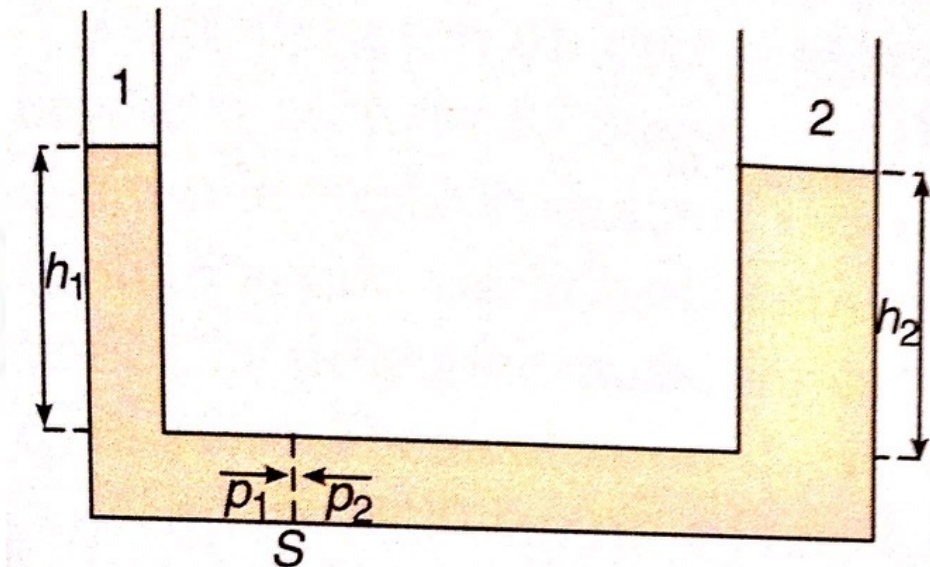
Esempi: Teorema di Bernoulli

$$\Rightarrow \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} + z = \frac{p'}{\rho \cdot g} + \frac{u'^2}{2 \cdot g} + z'$$

In condizioni di staticità $u=0$:

$$\rightarrow P_1 + h_1 \rho g = p_2 + h_2 \rho g$$

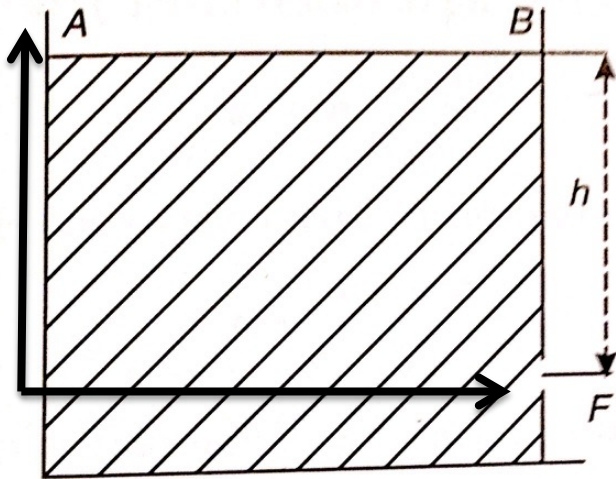
$\rightarrow$ quindi se $p_1 = p_2 (= p_{\text{atm}} \text{ esempio})$ allora $z_1 = z_2$



Esempi: Teorema di Bernoulli

$$\Rightarrow \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} + z = \frac{p'}{\rho \cdot g} + \frac{u'^2}{2 \cdot g} + z'$$

Se $p_1 = p_2$



$$\rho \frac{u_1^2}{2} + z\rho g = \frac{\rho u_2^2}{2} + \rho g z'$$

$$\Rightarrow u_2^2 = u_1^2 + 2zg - 2gz'$$

sapendo che: $A_1 u_1 = A_2 u_2$

assumendo quota 0 al punto F

$$u_2^2 = \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 u_1^2 + 2hg \rightarrow u_2^2 \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right] = 2gh$$

$$\text{se } A_2 \ll A_1 \Rightarrow u_2 \cong \sqrt{2gh}$$

$A_2 = 100 \text{ cm}^2$ (lato 10cm)
 $A_1 = 0.25 \text{ cm}^2$ (lato 0.5cm)
 $(A_2/A_1)^2 = 6.25 \cdot 10^{-6}$