

Università degli Studi di Roma “La Sapienza”
Facoltà di Ingegneria dell’Informazione, Informatica e Statistica
Corsi di laurea in Ingegneria Informatica e automatica

Esame scritto di Fisica

Roma, 04.07.2016

Risolvete, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Una pallina, da potersi considerare puntiforme a tutti gli effetti, cade da ferma, soggetta alla sola forza peso, su un piano inclinato di $\alpha=30^\circ$ rispetto al piano orizzontale da un’altezza $h=50\text{cm}$, computata rispetto al punto di impatto, e rimbalza elasticamente. Si chiede di quale tratto d si trovi al di sotto del punto iniziale di rilascio la posizione del punto di massima altezza raggiunto dalla pallina dopo il rimbalzo.
2. Un corpo a forma di parallelepipedo galleggia in un recipiente parzialmente riempito con mercurio ($\rho_{\text{Hg}}=13,6\text{g/cm}^3$), rimanendo immerso solo per due terzi della sua altezza. In seguito, viene aggiunta dell’acqua in modo da ricoprire abbondantemente la parte emergente del parallelepipedo. Calcolare l’altezza x della parte immersa nel mercurio nelle nuove condizioni, sapendo che l’altezza totale del parallelepipedo è $h=20\text{cm}$.
3. Una sfera metallica cava di raggio esterno $R=1\text{cm}$ contiene al suo interno e nel centro una carica puntiforme $Q=1\mu\text{C}$. Fornendo ulteriormente alla sfera una carica Q' , si trova che il campo elettrico a distanze $r>R$ dal centro della sfera si è ridotto in modulo di un fattore $\alpha=2$. Si determini il valore della densità di carica areica complessivamente presente sulla superficie esterna della sfera in queste condizioni.

Rispondete, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

1. Spiegate perché si conserva la velocità areolare di una massa che si muova soggetta unicamente a un campo di forze gravitazionali.
2. Ricavate l’espressione del campo elettrico prodotto nello spazio da un dipolo elettrico a distanze molto grandi rispetto alle sue dimensioni.
3. Ricavate l’espressione della densità volumica di energia del campo magnetico nel vuoto.

SOLUZIONI

Esame Fisica per Ingegneria informatica e automatica, data: 04.07.2016

Esercizio n.1

Data la condizione di elasticità dell'urto, immediatamente dopo il rimbalzo la velocità della pallina ha lo stesso modulo del vettore velocità che la pallina possiede al termine della caduta, immediatamente prima dell'urto

$$v = \sqrt{2gh}$$

La velocità prima dell'urto è diretta verticalmente verso il basso, dopo l'urto essa forma una direzione pari a 2α con la verticale. La componente verticale della velocità dopo il rimbalzo è pertanto

$$v_{\text{verticale}} = v \cos(2\alpha) = \sqrt{2gh} \cos(2\alpha)$$

Con questo valore della componente verticale della velocità, la pallina può alzarsi rispetto al punto di impatto sino a un'altezza

$$h - d = \frac{v_{\text{verticale}}^2}{2g} = h \cos^2(2\alpha)$$

da cui $d = h[1 - \cos^2(2\alpha)] = 37,5\text{cm}$

Esercizio n.2

Prima dell'inserimento dell'acqua si ha equilibrio tra forza peso e spinta di Archimede dovuta al solo mercurio, da cui si ricava la densità del corpo (parallelepipedo):

$$\rho_{\text{Hg}} S \frac{2}{3} hg = \rho_{\text{corpo}} Shg \Rightarrow \rho_{\text{corpo}} = \frac{2}{3} \rho_{\text{Hg}}$$

con S l'area di base del parallelepipedo. Dopo l'inserimento dell'acqua la spinta di Archimede è determinata dal contributo dei due liquidi (immiscibili):

$$\rho_{\text{Hg}} S x g + \rho_{\text{H}_2\text{O}} S (h - x) g = \rho_{\text{corpo}} Shg \Rightarrow x = h \left(\frac{\rho_{\text{corpo}} - \rho_{\text{H}_2\text{O}}}{\rho_{\text{Hg}} - \rho_{\text{H}_2\text{O}}} \right) = 12,8\text{cm}$$

Si può calcolare anche l'innalzamento del parallelepipedo: $\Delta h = \frac{2}{3}h - x \approx 0,53\text{cm}$

Esercizio n.3

Il campo elettrico a distanze $r > R$ quando sia presente la sola carica Q è

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Quando si aggiunge la carica Q' sulla sfera il campo diviene

$$E'(r) = \frac{Q + Q'}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \alpha E = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 r^2}$$

da cui $Q' = -\frac{Q}{2}$.

Nelle condizioni finali, sulla superficie esterna, uniformemente distribuita, c'è la carica indotta dalla carica Q centrale, eguale a Q stessa, più la carica Q' aggiunta. Quindi la densità areica è:

$$\sigma = \frac{Q + Q'}{4\pi R^2} = \frac{Q}{8\pi R^2} = 4 \cdot 10^{-4} \text{C/m}^2$$