

ESERCIZI
Corso di laurea in Ingegneria Elettrotecnica
A.A: 2018/2019
Codocente: Dott. Salvatore Fracapane

NUMERI COMPLESSI

Es.1 Determinare somma , differenza, prodotto e rapporto tra le seguenti coppie di numeri complessi.

(i) $z_1 = 4 - 5i$ e $z_2 = 1 + 2i$,

(ii) $z_1 = -2 - 7i$ e $z_2 = 6i$,

(iii) $z_1 = 2 - i$ e $z_2 = 2 + i$.

Es. 2 Determinare parte reale e parte immaginaria dei seguenti numeri complessi

(i) $z = (2 + i)(3 - 4i) + \frac{2 + 4i}{3 - i} - i^2$,

(ii) $z = i(8 - 9i) + (-1 + i)(-1 + i)$,

(iii) $z = -\frac{-3 + 4i}{2 + i} + \frac{5 - 6i}{1 - 2i}$.

Es.3 Sia $z \in \mathbb{C}$. Tra le seguenti relazioni, individuare quelle prive di significato.

(i) $z + 4i = |z| + 7$,

(ii) $Re(z)Im(z) < i^2$,

(iii) $z + Im(z) < iz$,

(iv) $Re(z) + z = |z|$,

(v) $Re(z) + Im(z) \geq z$.

Es.4 Calcolare le seguenti potenze.

(i) $(2 + 3i)^3$,

(ii) $(\frac{1}{2} + \sqrt{3}2i)^6$,

(iii) $(3 + 3i)^{12}$,

$$(iv) (\sqrt{3} - i)^4,$$

$$(v) (1 + i)^{-8}.$$

Es.5 Calcolare le seguenti radici.

$$(i) \sqrt[2]{-8 - 4\sqrt{12}i},$$

$$(ii) \sqrt[4]{1 - i},$$

$$(iii) \sqrt[3]{\sqrt{3} + i},$$

$$(iv) \sqrt[2]{1 - \sqrt{3}i}.$$

Es.6 Applicare il teorema Fondamentale dell'Algebra per scomporre i seguenti polinomi nel prodotto di fattori irriducibili a coefficienti reali.

$$(i) x^6 - 1,$$

$$(ii) x^6 + 1,$$

$$(iii) x^5 - 1,$$

$$(iv) x^3 + 1.$$

Es.7 Determinare, se possibile, per quale valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ i seguenti numeri complessi hanno il modulo indicato a fianco.

$$(i) z = (k + 1) + i(2k - 3), \text{ con } |z| = 5,$$

$$(ii) z = \frac{(k + 2) - (k - 1)i}{2 - 3i}, \text{ con } |z| = 2,$$

$$(iii) z = \frac{4 - ki}{3 + i} + 2i(k - 3i), \text{ con } |z| = \sqrt{82}.$$

Es.8 Esercizi di riepilogo sui numeri complessi.

$$(i) z^5 - 16iz^3 = 0,$$

$$(ii) 2Im(\bar{z})Re(z) + Re(z^2) + z = i|z|^2 - 2[Im(z)]^2 + Re(z) + 1.$$

SUCCESSIONI NUMERICHE

Es.1 Calcolare, se esistono, i seguenti limiti di successioni.

$$(i) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + \frac{1}{n^3})}{(e^{\frac{1}{n}} - 1)(1 - \cos(\frac{1}{n}))},$$

$$(ii) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin(\frac{4}{n^2})}{(1 + \frac{1}{n^2})^8 - 1},$$

$$(iii) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + \frac{1}{n^2}) \sin(\frac{1}{n^2})}{1 - \cos(\frac{1}{n^2})}.$$

Es.2 Determinare l'ordine di infinitesimo delle seguenti successioni (al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ dove presente).

$$(i) a_n = \ln(1 + \frac{1}{n^2}) - e^{\frac{1}{n^2}} + 1 + \frac{1}{n^4},$$

$$(ii) a_n = \cos(\frac{\alpha}{n}) - 1 + \sin(\frac{1}{n^2}).$$

Es.3 Calcolare, se esistono, i seguenti limiti al variare degli eventuali parametri presenti.

$$(i) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{\alpha+2}}{n^4 - 3n}, \alpha \in \mathbb{R},$$

$$(ii) \lim_{n \rightarrow +\infty} [\sqrt{n^2 + bn + c} - n], b, c \in \mathbb{R},$$

$$(iii) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2^x - 1)^n}{nx + 1}, x \in \mathbb{R}.$$

SERIE NUMERICHE

Es.1 Al variare degli eventuali parametri presenti, studiare il carattere delle seguenti serie e, se possibile, calcolarne la somma.

$$(i) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha + n}{n^3 + 2n^2 + 1}, \alpha \in \mathbb{R},$$

$$(ii) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2},$$

$$(iii) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 + 1} - 2}{|x| + 1} \right)^n, x \in \mathbb{R},$$

$$(iv) \sum_{n=1}^{+\infty} [n^{\frac{1}{n}} - (n+1)^{\frac{1}{n+1}}].$$

$$(v) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\frac{1}{n^2} - \sin(\frac{1}{n^2})}{e^{\frac{1}{n}-1}}, \alpha \in \mathbb{R},$$

$$(vi) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n + \cos n}{n^3},$$

$$(vii) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n)!}{n^{n+1}},$$

$$(viii) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\arcsin x)^n}{n(n+1)}.$$