https://www.sbai.uniroma1.it/sciubba-adalberto/fisica-generale/2022-2023

(vedi Catalogo dei Corsi di studio Sapienza)

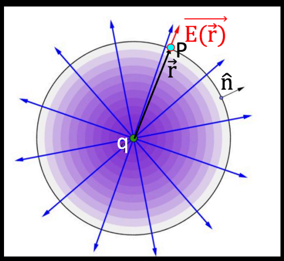
adalberto.sciubba@uniroma1.it

chi non lo ha ancora fatto mi invii **ORA** una e-mail
con nome e cognome dall'indirizzo istituzionale

1

teorema di Gauss

determinare il valore campo elettrostatico generato da una carica puntiforme



Si è in presenza di una simmetria sferica:
non esiste una causa per cui le linee di campo possano essere più concentrate ad un certo angolo.
Fissata una superficie sferica di raggio r (superficie di Gauss) il campo è sempre parallelo alla normale alla superficie e uguale in intensità in tutti i punti: $\overrightarrow{E(\vec{r})} = E(r)\,\hat{r}$

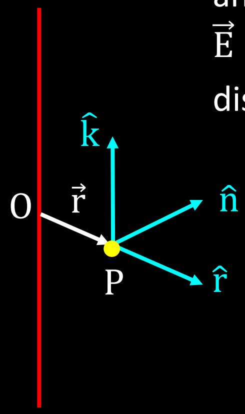
$$\phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E}\,\hat{n}\,dS = \int_S E(r)\,\hat{r}\;\hat{n}\,dS = E(r)\int_S dS = E(r)4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi r^2}\frac{q}{\varepsilon_0}$$

2

teorema di Gauss

determinare il valore campo elettrostatico generato, in un punto P, da un filo indefinito uniformemente carico (λ)



i contributi al campo lungo $\hat{k}$ da elementi equidistanti da O si annullano e non ce ne sono nella direzione $\hat{n}$:
$\vec{E}$ è orientato lungo $\hat{r}$ e ha la stessa intensità a parità di distanza r: $\overrightarrow{E(\vec{r})} = E(r)\hat{r}$

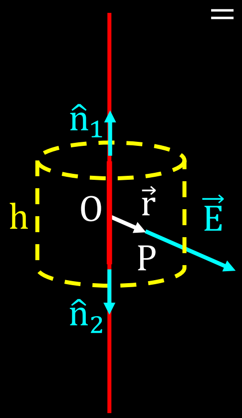
Per sfruttare la simmetria cilindrica del sistema si sceglie una superficie di Gauss cilindrica di raggio r con le basi distanti h

3

teorema di Gauss

$$\phi_S(\vec{E}) = \int_{base1} \vec{E}\,\hat{n}_1\, dS + \int_{base2} \vec{E}\,\hat{n}_2\, dS + \int_{lat} \vec{E}\,\hat{r}\, dS =$$

$$= 0 + 0 + E(r)\, 2\pi r\, h = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda\, h}{\varepsilon_0} \quad \rightarrow E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$



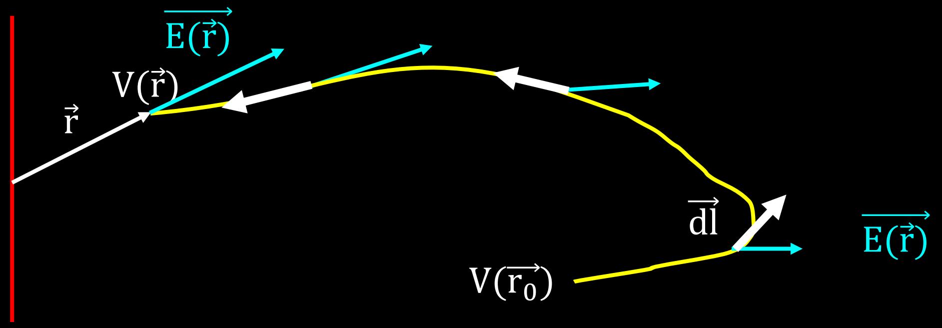
Per sfruttare la simmetria cilindrica del sistema si sceglie una superficie di Gauss cilindrica di raggio r con le basi distanti h: l'unico contributo al flusso del campo è attraverso la superficie laterale del cilindro dato che la normale delle basi è perpendicolare alla direzione del campo.

4

potenziale elettrostatico

$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\hat{r}$$

1) Ricavare l'andamento del potenziale elettrostatico $V(\vec{r})$ in funzione della distanza r dal filo



$$V(\vec{r}) = V(\vec{r_0}) + \int_{\vec{r_0}}^{\vec{r}} -\vec{E}\cdot\vec{dl} = V(\vec{r_0}) + \int_{\vec{r_0}}^{\vec{r}} -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\hat{r}\cdot\vec{dl}$$

$$= V(\vec{r_0}) - \int_{\vec{r_0}}^{\vec{r}} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} dl\cos(\widehat{r dl})$$

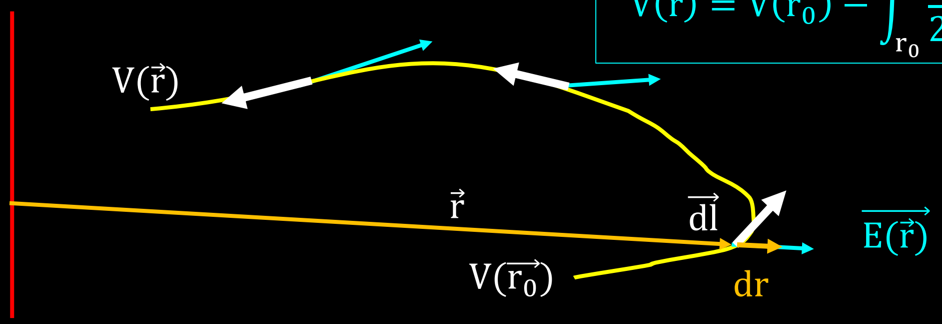
5

potenziale elettrostatico

$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\hat{r}$$

1) Ricavare l'andamento del potenziale elettrostatico $V(\vec{r})$ in funzione della distanza r dal filo

$$V(\vec{r}) = V(\vec{r_0}) - \int_{r_0}^{r} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} dr$$



$$V(\vec{r}) = V(\vec{r_0}) + \int_{\vec{r_0}}^{\vec{r}} -\vec{E}\cdot\vec{dl} = V(\vec{r_0}) + \int_{\vec{r_0}}^{\vec{r}} -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\hat{r}\cdot\vec{dl}$$

$$= V(\vec{r_0}) - \int_{\vec{r_0}}^{\vec{r}} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} dl\cos(\widehat{r dl}) = V(\vec{r_0}) - \int_{\vec{r_0}}^{\vec{r}} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} dr$$

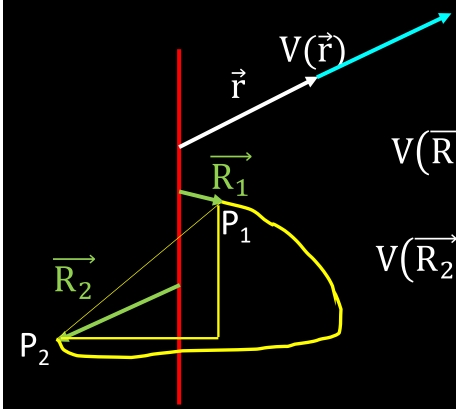
6

potenziale elettrostatico

$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\hat{r}$$

2) Calcolare la differenza di potenziale fra due punti P_1 e P_2 distanti rispettivamente R_1 e R_2 dal filo

$$V(\vec{r}) = V(\vec{r_0}) - \int_{r_0}^{r} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}dr$$

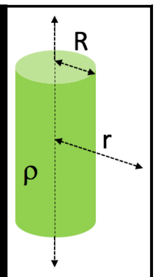


$$V(\overrightarrow{R_2}) = V(\overrightarrow{R_1}) - \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}dr$$

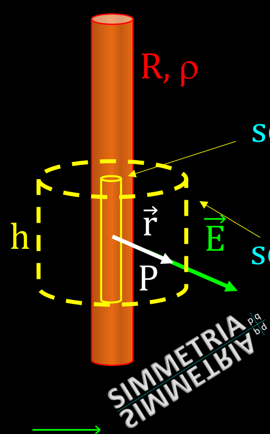
$$V(\overrightarrow{R_2}) - V(\overrightarrow{R_1}) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}[\ln R_2 - \ln R_1] = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

7

Una carica elettrica è distribuita in una regione cilindrica di altezza infinita e raggio R con densità di volume ρ. Determinare l'intensità del campo elettrico in tutti i punti dello spazio a distanza r dall'asse



$$\phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E}\,\hat{n}\,dS = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$



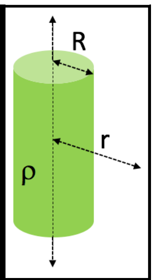
se $r \leq R$ $\quad 2\pi r\,h\,E_r(r) = \frac{q_{int}(r)}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\,\pi r^2\,h}{\varepsilon_0} \rightarrow E_r(r) = \frac{\rho}{2\,\varepsilon_0}r$

se $r \geq R$ $\quad 2\pi r\,h\,E_r(r) = \frac{q_{int}(R)}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\,\pi R^2\,h}{\varepsilon_0} \rightarrow E_r(r) = \frac{\rho\,R^2}{2\,\varepsilon_0}\frac{1}{r}$

$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = E_r(r)\hat{r}$$

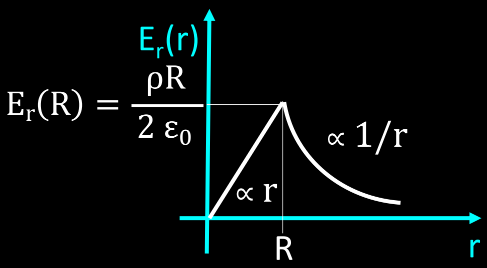
8

Una carica elettrica è distribuita in una regione cilindrica di altezza infinita e raggio R con densità di volume ρ. Determinare l'intensità del campo elettrico in tutti i punti dello spazio a distanza r dall'asse



$$\text{se } r \leq R \qquad E_r(r) = \frac{\rho}{2\,\varepsilon_0} r$$

$$\text{se } r \geq R \qquad E_r(r) = \frac{\rho\, R^2}{2\,\varepsilon_0} \frac{1}{r}$$

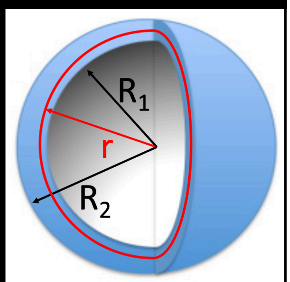


9

In un guscio sferico (sfera cava di raggio interno R_1 e raggio esterno R_2) è uniformemente distribuita una carica Q. Determinare l'intensità del campo elettrico in tutti i punti dello spazio

il problema mostra una simmetria sferica $\overrightarrow{E(\vec{r})} = E_r(r)\,\hat{r}$
per sfruttarla si sceglie come superficie di Gauss
una sfera di raggio r concentrica con il guscio

$$\phi_S(\vec{E}) = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$



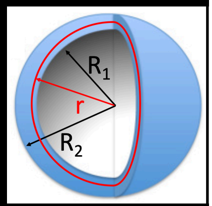
$$\phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E}\,\hat{n}\, dS = \int_S E_r(r)\ \hat{r}\ \hat{n}\, dS\ = \int_S E_r(r)\ dS$$

$$= E_r(r) \int_S dS\ = 4\pi r^2\, Er(r)$$

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4\pi}{3}\left(R_2{}^3 - R_1{}^3\right)}$$

10

In un guscio sferico (sfera cava di raggio interno R_1 e raggio esterno R_2) è uniformemente distribuita una carica Q. Determinare l'intensità del campo elettrico in tutti i punti dello spazio



se $r \leq R_1$ $\quad 4\pi r^2\, E(r) = \dfrac{q_{int}(r)}{\varepsilon_0} = 0 \rightarrow E(r) = 0$ NON C'E' CAMPO !

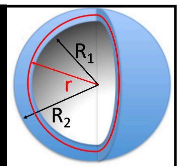
se $R_1 \leq r \leq R_2$ $\quad 4\pi r^2\, E(r) = \dfrac{\rho\, \frac{4\pi}{3}(r^3 - R_1{}^3)}{\varepsilon_0} = \dfrac{Q\, \frac{4\pi}{3}(r^3 - R_1{}^3)}{\varepsilon_0\, \frac{4\pi}{3}(R_2{}^3 - R_1{}^3)}$

$\rho = \dfrac{Q}{\frac{4\pi}{3}(R_2{}^3 - R_1{}^3)}$ $\quad \rightarrow E(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \dfrac{r^3 - R_1{}^3}{R_2{}^3 - R_1{}^3}$

se $r \geq R_2$ $\quad 4\pi r^2\, E(r) = \dfrac{q_{int}(R_2)}{\varepsilon_0}$ $\quad \rightarrow E(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{1}{r^2}$ COME UNA CARICA PUNTIFORME!

11

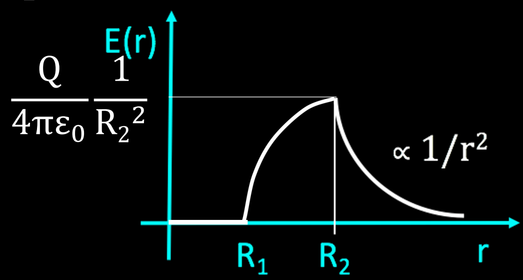
In un guscio sferico (sfera cava di raggio interno R_1 e raggio esterno R_2) è uniformemente distribuita una carica Q. Determinare l'intensità del campo elettrico in tutti i punti dello spazio



se $r \leq R_1$ $\quad \rightarrow E(r) = 0$

se $R_1 \leq r \leq R_2$ $\quad \rightarrow E(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \dfrac{r^3 - R_1{}^3}{R_2{}^3 - R_1{}^3}$

se $r \geq R_2$ $\quad \rightarrow E(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{1}{r^2}$



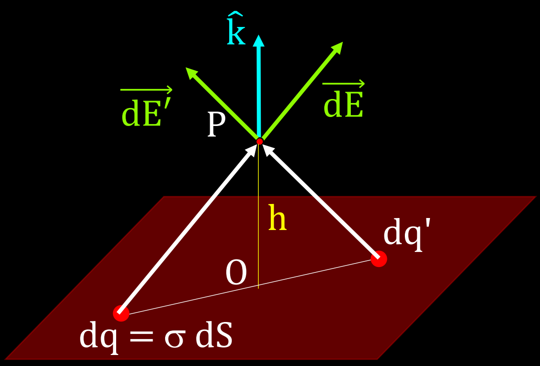
12

CAMPO ELETTROSTATICO DA DISTRIBUZIONE PIANA INDEFINITA DI CARICA

determinare il valore campo elettrostatico generato in un punto P distante h da una distribuzione piana indefinita con densità di carica σ

$\sigma = dq/dS$

teorema di Gauss



preso un elemento infinitesimo di carica dq ne esiste certamente un altro, dq', simmetrico rispetto a O per cui le componenti nel piano XY si annullano mentre restano solo quelle lungo Z (nel verso di $\hat{k}$)

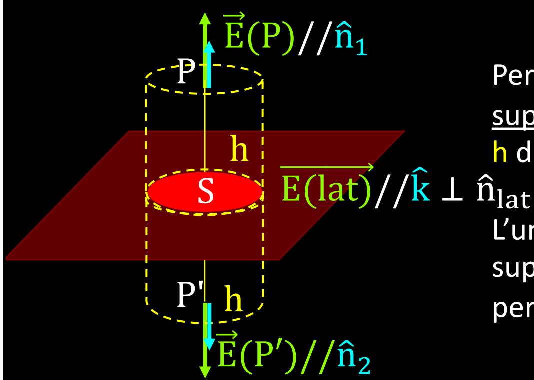
$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = E(z)\hat{k}$$

13

CAMPO ELETTROSTATICO DA DISTRIBUZIONE PIANA INDEFINITA DI CARICA

determinare il valore campo elettrostatico generato in un punto P distante h da una distribuzione piana indefinita con densità di carica σ

teorema di Gauss



Per sfruttare la simmetria del sistema si sceglie una superficie di Gauss cilindrica di sezione S con le basi distanti h dal piano.

L'unico contributo al flusso del campo è attraverso le superfici di base dato che la superficie laterale del cilindro è perpendicolare alla direzione del campo.

$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = E(z)\hat{k}$$

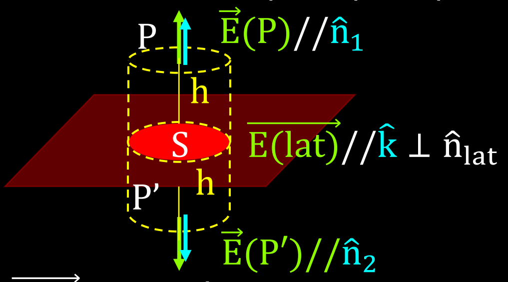
14

CAMPO ELETTROSTATICO DA DISTRIBUZIONE PIANA INDEFINITA DI CARICA

determinare il valore campo elettrostatico generato in un punto P da una distribuzione piana indefinita con densità di carica σ

$$\phi(\vec{E}) = \int_{base1} \vec{E_1} \cdot \hat{n}_1 \, dS + \int_{base2} \vec{E_2} \cdot \hat{n}_2 \, dS + \int_{lat} \vec{E_{lat}} \cdot \hat{n}_{lat} \, dS =$$

$$= |\vec{E(h)}|\, S + |\vec{E(-h)}|\, S + 0 = 2\, E(h)\, S = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$



$$\vec{E(\vec{r})} = E(z)\hat{k}$$

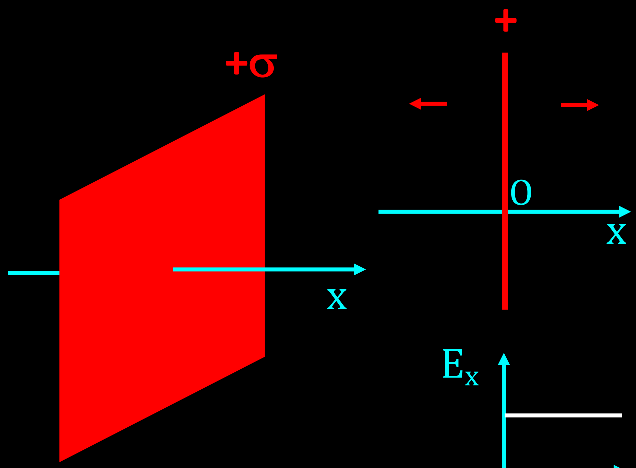
$$\rightarrow E(h) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{z}{|z|}$$

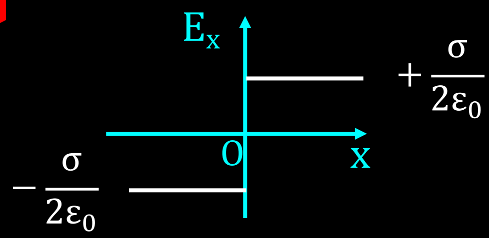
non dipende dalla distanza !!!

15

CAMPO ELETTROSTATICO DA DISTRIBUZIONE PIANA INDEFINITA DI CARICA



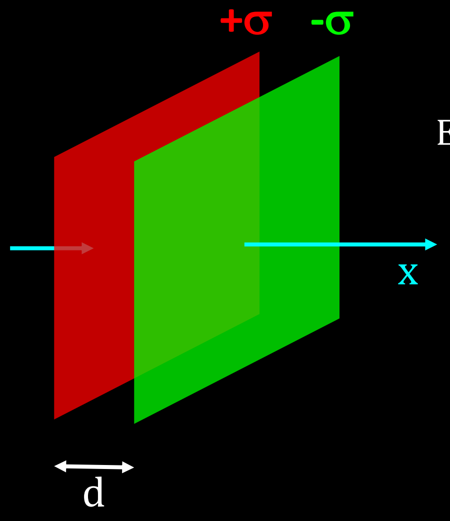
$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{x}{|x|}$$



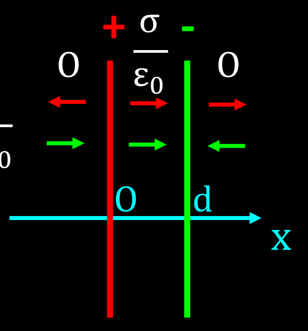
2 REGIONI CON CAMPO ELETTRICO UNIFORME

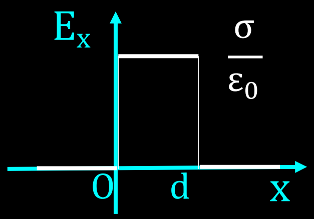
16

CAMPO ELETTROSTATICO DEL DOPPIO STRATO DI CARICA



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$





$$>>> \; E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{x}{|x|}$$

$$\boxed{\Delta V = \int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl}}$$

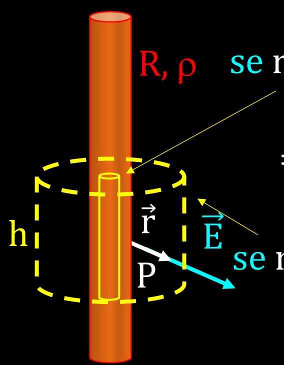
$$= \int_0^d E\,dx$$

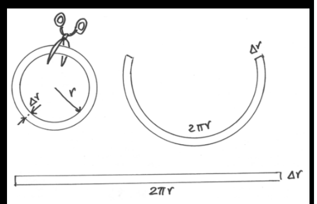
$$\Delta V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d$$

CAMPO ELETTRICO UNIFORME ALL'INTERNO

17

determinare il valore campo elettrostatico generato da una densità di carica ρ(r)= kr distribuita all'interno di un cilindro di lunghezza infinita di raggio R





$d\tau(r')$

se $r \le R$ $\quad 2\pi r\, h\, E(r) = \dfrac{\int_0^r \rho(r')\, 2\pi r' dr' h}{\varepsilon_0}$

$$= \frac{\int_0^r kr'\, 2\pi r' dr' h}{\varepsilon_0} = \frac{kr^3\; 2\pi\, h}{3\varepsilon_0} \rightarrow E(r) = \frac{k\, r^2}{3\varepsilon_0}$$

se $r \ge R$ $\quad 2\pi r\, h\, E(r) = \dfrac{\int_0^R \rho(r')\, 2\pi r' dr' h}{\varepsilon_0}$

$$= \frac{\int_0^R kr'\, 2\pi r' dr' h}{\varepsilon_0} = \frac{kR^3\; 2\pi\, h}{3\varepsilon_0} \rightarrow E(r) = \frac{kR^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = E(r)\hat{r}$$

18