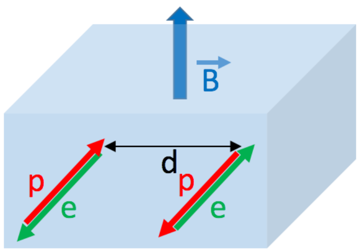
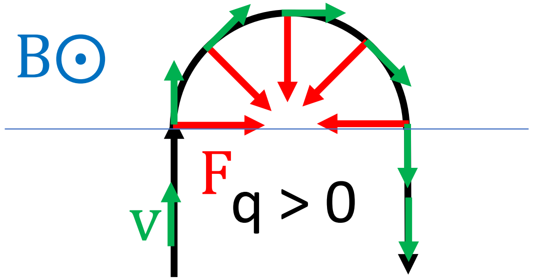
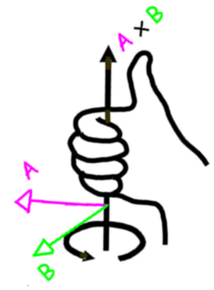


1) Un protone (m_p = 1,7 10^{-27} kg; q_p = e = 1,6 10^{-19} C) e un elettrone (m_e = 9 10^{-31} kg; q_e = -e) entrano, viaggiando parallelamente a distanza d = 10 cm nel vuoto, in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme B = 0,6 T perpendicolare alle traiettorie. Determinare il **rapporto fra le due velocità iniziali** sapendo il protone esce dalla zona col campo magnetico nel punto in cui era entrato l'elettrone e viceversa.

$$\overrightarrow{F_L} = q\,\vec{v} \times \vec{B} \qquad \overrightarrow{F_L} \perp \vec{B}, \vec{v}$$

forza di Lorentz





la forza di Lorentz non compie lavoro dL = F ds cos (90°) e quindi l'energia cinetica non varia → v^2 = costante

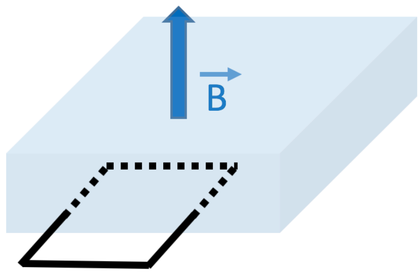
la forza di Lorentz produce un'accelerazione centripeta che fa curvare la traiettoria (con v costante in modulo)

quindi il moto è circolare uniforme: q v B = m v^2/R → q B / (m v) = R

$$R_p = \frac{q_p\,B}{m_p\,v_p} \qquad R_e = \frac{q_e\,B}{m_e\,v_e}$$

$$m_e v_e = m_p v_p$$

$$\frac{v_e}{v_p} = \frac{m_p}{m_e} = 1{,}8 \times 10^3$$

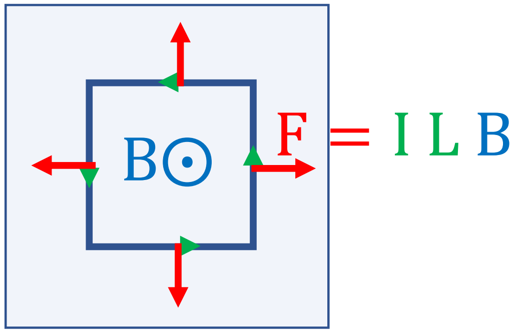


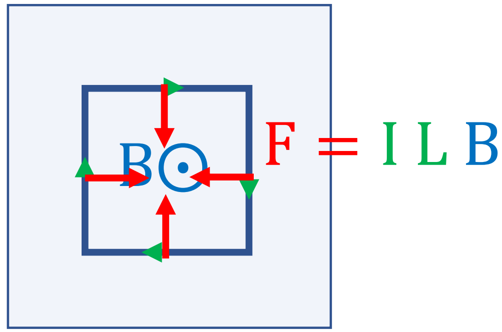
2) Una spira quadrata di lato L percorsa dalla corrente I può essere immersa in una regione in cui è presente un campo magnetico B uniforme perpendicolare alla spira. Considerare le due situazioni:
a) la spira è interamente inserita nella zona con campo magnetico. Di quanto cambia l'intensità della forza agente sulla spira se il verso della corrente viene cambiato?
b) La stessa spira è inserita solo per metà nella zona con campo magnetico (vedi disegno). Di quanto cambia l'intensità della forza agente sulla spira se il verso della corrente viene cambiato?

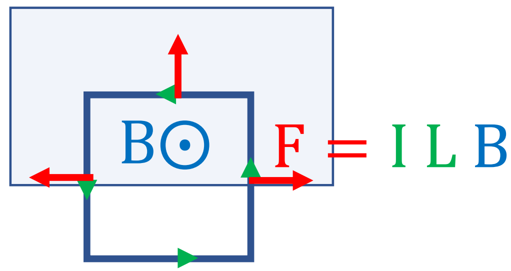
II legge di Laplace

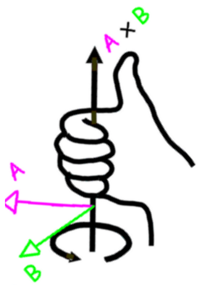
$$\vec{F} = I\,\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} \perp \vec{B}, \vec{\ell}$$









$$\sum \vec{F_i} = 0$$

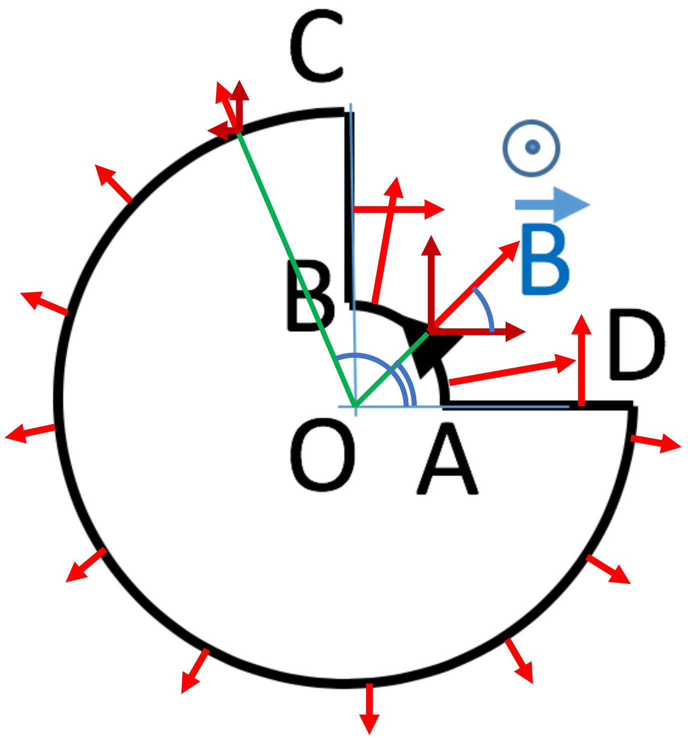
$$\sum \vec{F_i} = 0$$

$$\left|\sum \vec{F_i}\right| = ILB$$

a) 0

b) 2 I L B

3) La spira piana in figura è costituita da due archi di circonferenza concentrici di raggi **R = 10 cm e 3 R** raccordati da due **tratti radiali lunghi 2R fra loro perpendicolari**. La spira è percorsa da una corrente di intensità I = 10 A ed è immersa in un campo magnetico uniforme B = 0,1 T perpendicolare al piano. Calcolare la forza che agisce in ciascuno dei quattro tratti della spira e verificare che la forza totale agente sulla spira è nulla. (**B è uniforme!)**



$$F_{ABx} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} I\,B\,R\cos\vartheta\,d\vartheta \quad = I\,B\,R\sin\vartheta\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = I\,B\,R$$

$$F_{ABy} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} I\,B\,R\sin\vartheta\,d\vartheta = -I\,B\,R\cos\vartheta\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -I\,B\,R(0-1) = I\,B\,R$$

$$F_{BCx} = I\,B\,2R$$

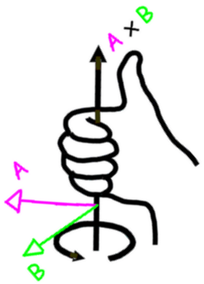
$$F_{CDx} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} I\,B\,3R\cos\vartheta\,d\vartheta \quad = I\,B\,3R\sin\vartheta\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \quad = I\,B\,3R\,(0-1) = -I\,B\,3R$$

$$F_{CDy} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} I\,B\,3R\sin\vartheta\,d\vartheta = -\,I\,B\,3R\cos\vartheta\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \quad = -I\,B\,3R\,(1-0) = -I\,B\,3R$$

$$F_{DAy} = I\,B\,2R$$

$$\vec{F} = I\,\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$\overrightarrow{dF} = I\,\overrightarrow{d\ell} \times \vec{B}$$

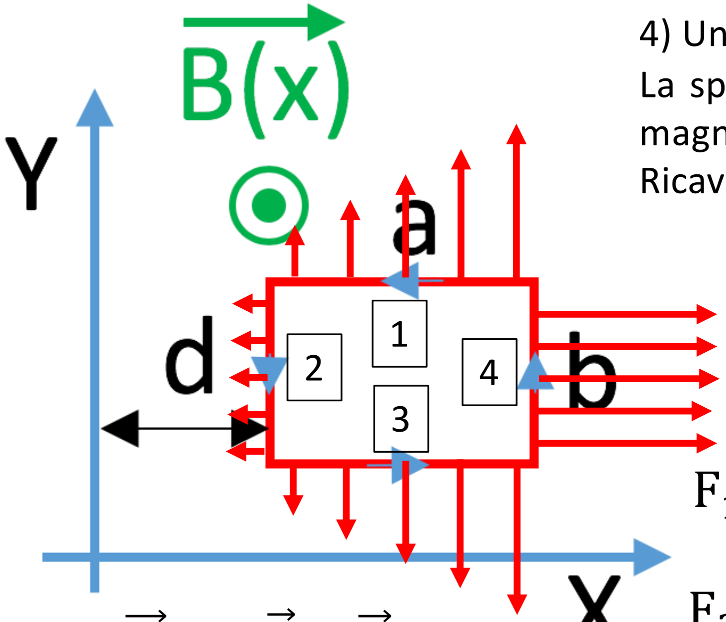


$$\vec{F} \perp \vec{B}, \overrightarrow{d\ell} \qquad d\ell = R\,d\vartheta$$

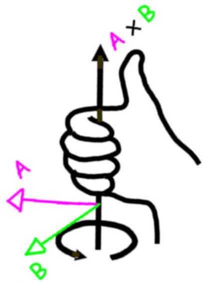
$$F_{TOTx} = IBR + 2\,IBR \; - 3\,IBR = 0$$

$$F_{TOTy} = IBR \; - 3\,IBR + 2\,IBR = 0$$

4) Una spira rettangolare di lati a e b è posta nel piano XY a distanza d dall'asse Y.
La spira, percorsa dalla corrente I circolante in senso antiorario è immersa in un campo magnetico diretto lungo l'asse z con **Bz(x,y,z) = K x**.
Ricavare modulo e verso delle forze che agiscono sui singoli tratti e in totale sulla spira



$$\vec{F} = I\,\vec{\ell} \times \vec{B}$$



$$\vec{F} \perp \vec{B}, \vec{\ell}$$

B non uniforme

$$\overrightarrow{dF(x)} = I\,\overrightarrow{d\ell} \times \overrightarrow{B(x)}$$

$$F_{1y} = +\int_{d}^{d+a} I\,Kx\,dx = +\frac{1}{2} IK[(d+a)^2 - d^2] = \cancel{+\frac{1}{2} IK[2ad + a^2]}$$

$$F_{2x} = -I\,\cancel{b\,Kd}$$

$$F_{3y} = -\int_{d}^{d+a} I\,Kx\,dx = -\frac{1}{2} IK[(d+a)^2 - d^2] = \cancel{-\frac{1}{2} IK[2ad + a^2]}$$

$$F_{4x} = I\,b\,K(\cancel{d +}\, a)$$

$$F_{TOT\,x} = +I\,b\,K\,a$$

5) Una corrente I = 50 mA scorre all'interno di un filo conduttore sagomato a forma di quadrato di lato L = 20 cm posto nel piano z = 0 e orientato con i lati paralleli agli assi X e Y. Ricavare le componenti del campo B al centro del quadrato.
>>> soluzione $|B_z|$ = 280 nT

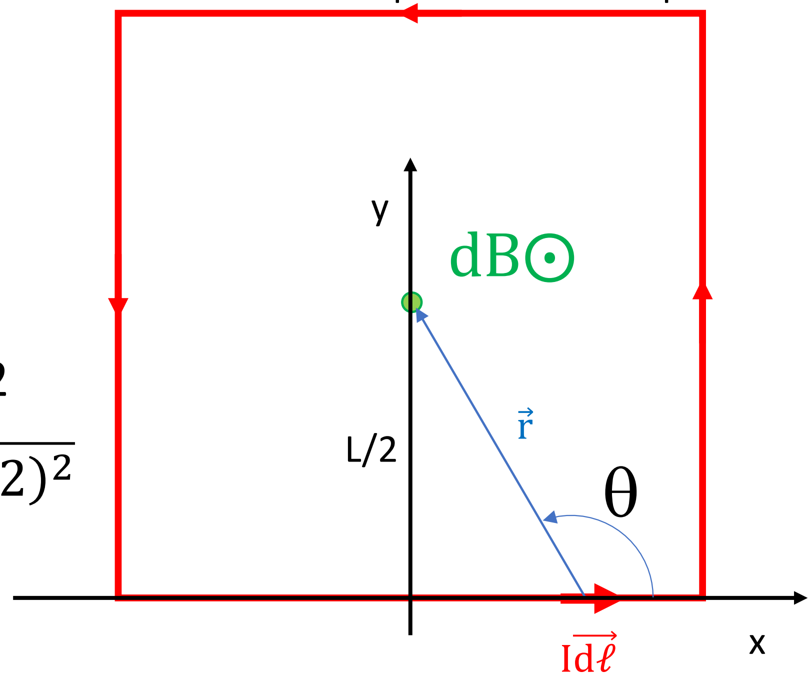
I legge di Laplace

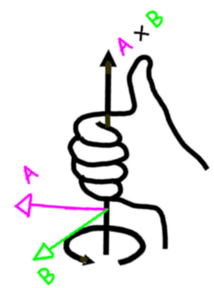
$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\overrightarrow{d\ell}\times\vec{r}}{r^3}$$

$$\overrightarrow{dB} \perp \overrightarrow{d\ell}, \vec{r}$$

$$r \sin\theta = L/2$$

$$r = \sqrt{x^2 + (L/2)^2}$$

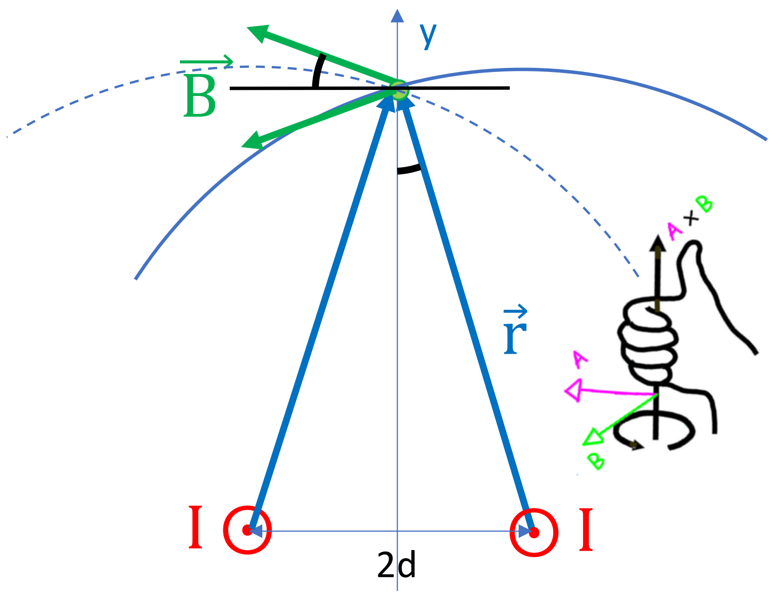




$$\left|\overrightarrow{d\ell}\times\vec{r}\right| = d\ell\ \ r\sin\vartheta = dx\, L/2$$

$$B = 4\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\frac{L}{2}\ dx}{(x^2 + L^2/4)^{3/2}} = 4\,\frac{\mu_0 I\, L/2}{4\pi}\frac{1}{L^2/4}\frac{x}{\sqrt{x^2 + L^2/4}}\Bigg|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} = 4\,\frac{\mu_0 I\, L/2}{4\pi}\frac{1}{L^2/4}\frac{\frac{L}{2} - (-\frac{L}{2})}{\sqrt{L^2/4 + L^2/4}} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi L}$$

$$\boxed{\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} + c}$$



6) Due conduttori rettilinei, complanari, separati da una distanza 2d, sono percorsi nello stesso verso da una corrente continua I. Si determini a quale distanza y dal piano dei fili, lungo la linea di mezzeria, il modulo del campo induzione magnetica B è massimo.
>>> soluzione: ±d
per simmetria B è parallelo al piano che contiene i fili: B(y)= 2 $\mu_0 I/(2\pi r)\cos\theta$. Il massimo della funzione $\mu_0 I y/[\pi(d^2+y^2)]$ si ottiene annullando dB/dy

$$r\cos\theta = y$$

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\overrightarrow{d\ell}\times\vec{r}}{r^3}$$

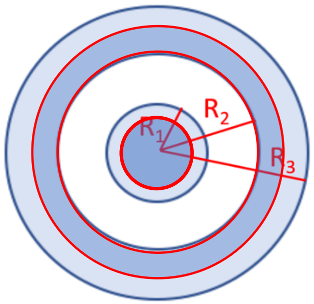
$$B_{TOT} = 2\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cos\vartheta = 2\frac{\mu_0 I y}{2\pi r^2} = 2\frac{\mu_0 I y}{2\pi(y^2+d^2)}$$

Biot & Savart

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\frac{dB_{TOT}}{dy} = \frac{\mu_0 I}{\pi}\frac{1\,(y^2+d^2) - y\,2y}{(y^2+d^2)^2} = 0 \; se \; d^2 = y^2$$

$$B_{TOT\_MAX} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$



7) In figura è riportata la sezione di un cavo coassiale. Nel conduttore centrale di raggio R_1 scorre, uniformemente distribuita, una corrente di intensità I. La stessa intensità di corrente scorre, anch'essa uniformemente distribuita, nel verso opposto nel conduttore esterno di raggi R_2 e R_3. Ricavare l'espressione del campo magnetico generato in tutto lo spazio dalle correnti circolanti nel cavo coassiale.

$$J_1 = \frac{I}{\pi {R_1}^2}$$

$$B(r < R_1) = \frac{\mu_0}{2\pi r} \frac{I}{\pi {R_1}^2} \pi r^2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{{R_1}^2} r$$

$$\oint_\gamma \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{conc}$$

$$B(R_1 < r < R_2) = \frac{\mu_0}{2\pi r} I$$

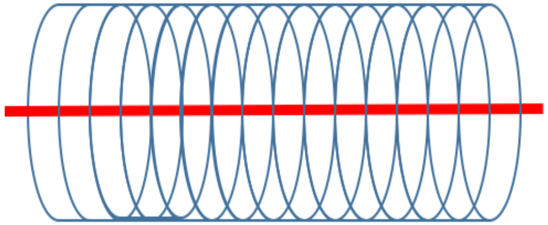
$$J_2 = \frac{-I}{\pi {R_3}^2 - \pi {R_2}^2}$$

$$B(R_2 < r < R_3) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(1 - \frac{\pi\left(r^2 - {R_2}^2\right)}{\pi\left({R_3}^2 - {R_2}^2\right)}\right)$$

$$B(r)\, 2\pi r = \mu_0 I_{conc}$$

$$B(r > R_3) = \frac{\mu_0}{2\pi r} (I - I) = 0$$

$$B(r) = \frac{\mu_0\, I_{conc}}{2\pi r}$$



8) Un lungo solenoide rettilineo di raggio R = 1 cm è costituito da n = 500 spire/m di filo nel quale scorre la corrente I_0 = 100 mA. Lungo l'asse del solenoide è posto un filo conduttore percorso dalla corrente I.

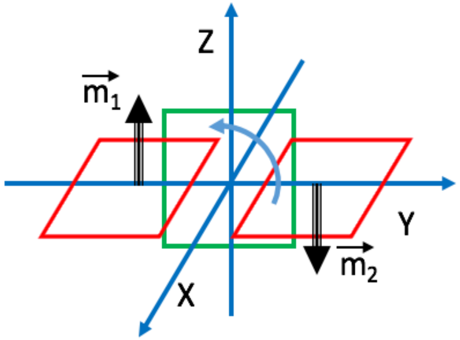
Determinare il valore di I per cui il campo B sulla superfice interna del solenoide forma un angolo di 45° rispetto all'asse.

>>> soluzione: 3,14 A: se l'angolo è di 45° i due campi hanno la stessa intensità:

$\mu_0\, n\, I_0 = \mu_0\, I/(2\pi R) \rightarrow 2\pi\, R\, n\, I_0$

$$B_{sol} = \mu_0\, n\, I_0$$

$$B_{fil} = \frac{\mu_0\, I}{2\pi\, r}$$



9) **Due spire conduttrici** quadrate di lato L giacciono nel piano z = 0 con i centri lungo l'asse Y nei punti P_1: {0,-¾ L, 0} e P_2: {0, +¾ L, 0}. Percorse da corrente costante della stessa intensità, possiedono momento magnetico $|\overrightarrow{m_1}| = |\overrightarrow{m_2}|$ = m.
Calcolare la circuitazione del campo magnetico lungo **la linea quadrata** di lato L orientata come in figura, centrata nell'origine e giacente nel piano x = 0.
Sugg. {non è indispensabile calcolare **B**}
>>> soluzione: - $2\mu_0$ m/L^2

$$\vec{m} = I\,S\,\hat{n}$$

$$\oint_\gamma \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{conc}$$