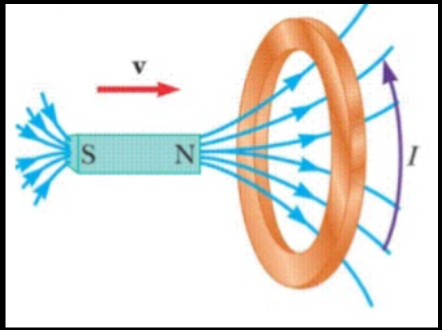
INDUZIONE ELETTROMAGNETICA (Faraday-Neumann-Lenz)

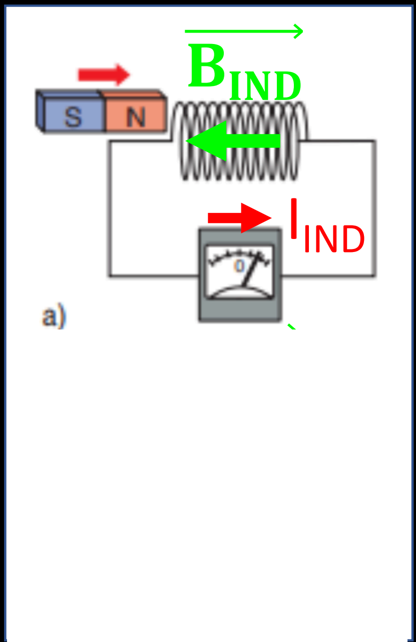
$$\text{f. e. m.} = \oint \vec{E} \cdot \vec{dl}$$



$$\text{f. e. m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

se il flusso di B attraverso la superficie di un circuito varia
si induce nel circuito una forza elettromotrice dovuta a un
campo elettrico non conservativo

$$\oint_\gamma \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{d\left(\int_{S_\gamma} \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS\right)}{dt}$$



Lenz: la corrente che viene indotta circola in verso tale da creare un campo magnetico indotto che si oppone alla variazione di flusso

---

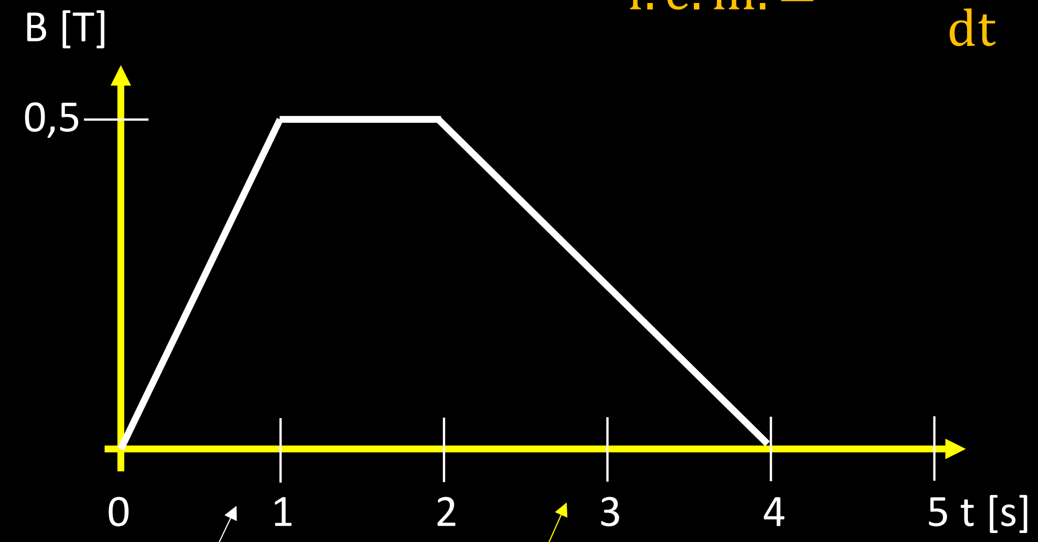
$$\int_{S_\gamma} \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS$$

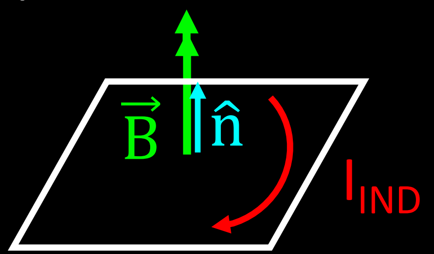
il flusso può variare perché varia l'<u>intensità</u> di B
o la <u>direzione</u> di B rispetto al circuito
o la <u>forma</u> o le <u>dimensioni</u> del circuito

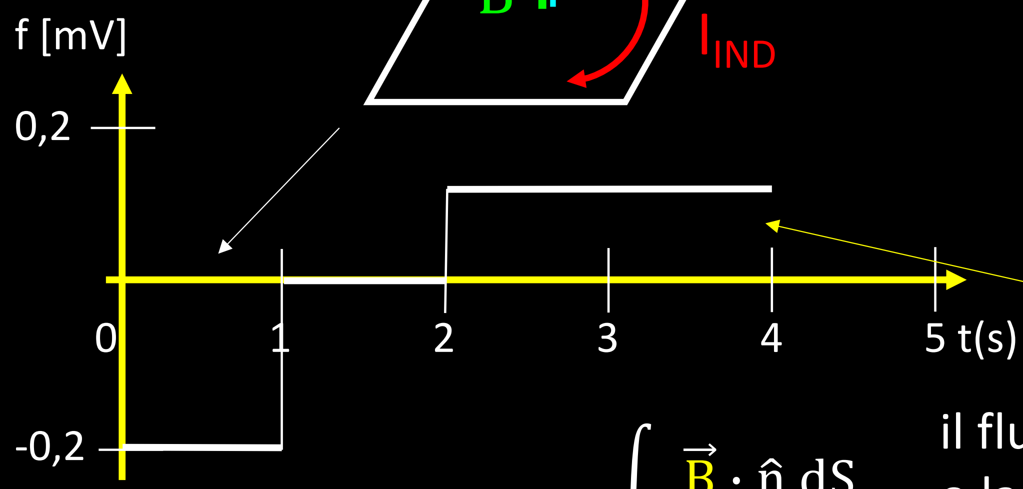
INDUZIONE ELETTROMAGNETICA (Faraday-Neumann-Lenz)

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

una spira quadrata di lato L = 2 cm è immersa in un campo magnetico uniforme, perpendicolare alla superficie, di intensità variabile.
Determinare l'intensità della f.e.m. indotta nei tre intervalli temporali (0-1 s; 1-2s; 2-4 s)







$$\text{f.e.m.} = -\frac{d(BL^2)}{dt} = -L^2\frac{dB}{dt}$$

$$= -4\cdot 10^{-4} \times \frac{0{,}5-0}{1-0} = -0{,}2\ \text{mV}$$

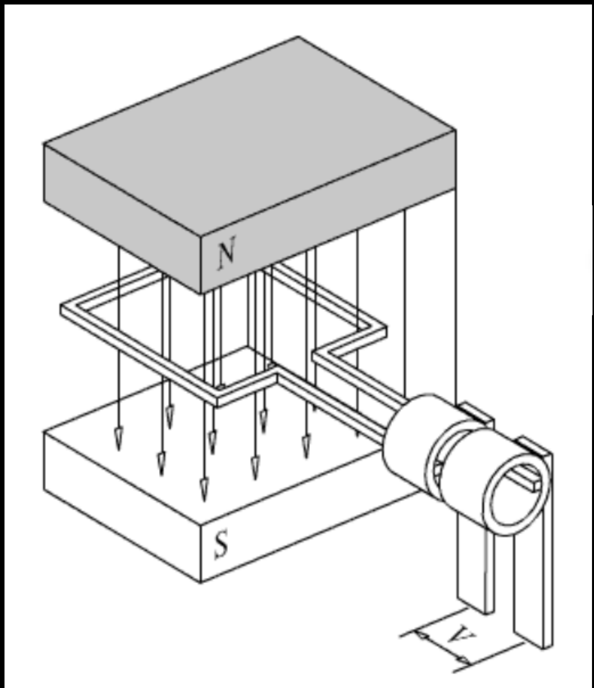
$$= -4\cdot 10^{-4} \times \frac{0-0{,}5}{4-2} = +0{,}1\ \text{mV}$$

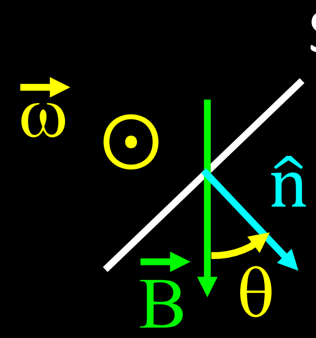
$$\int_{S_\gamma} \vec{B}\cdot\hat{n}\, dS$$

il flusso può variare perché varia l'intensità di B
o la direzione di B rispetto al circuito
o la forma o le dimensioni del circuito

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA (Faraday-Neumann-Lenz)

$$\mathrm{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

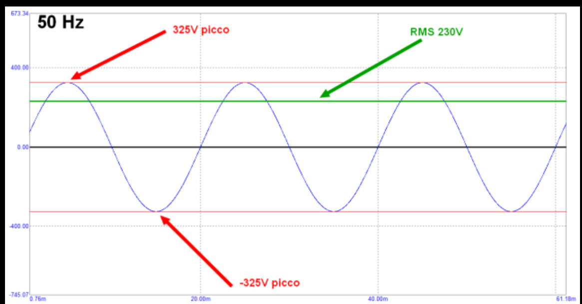




se ω è costante θ(t) = ω t → cos θ(t) = cos(ωt)

$$\Phi_S(\vec{B}) = \int_{S_\gamma} \vec{B} \cdot \hat{n} \, dS = \int_S B \cos\theta(t) \, dS = BS\cos(\omega t)$$

$$\mathrm{f.e.m.} = -\frac{d\big(BS\cos(\omega t)\big)}{dt} = BS\omega \sin(\omega t)$$



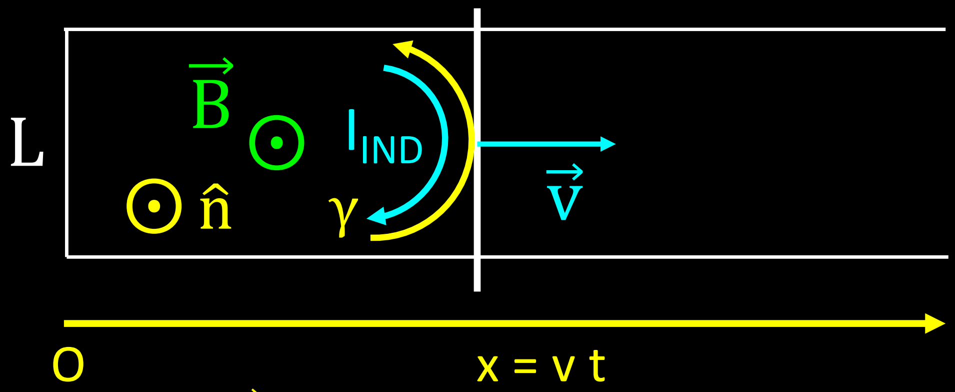
$$\int_{S_\gamma} \vec{B} \cdot \hat{n} \, dS$$

il flusso può variare perché varia l'intensità di B
o la direzione di B rispetto al circuito
o la forma o le dimensioni del circuito

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA (Faraday-Neumann-Lenz)

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

Una sbarra metallica mobile scorre a velocità costante v = 50 cm/s
lungo due rotaie metalliche collegate elettricamente e distanti L = 20 cm.
Il tutto è immerso in un campo magnetico uniforme B = 0,5 T perpendicolare al piano.
Determinare la f.e.m. indotta nel circuito e il verso della corrente indotta.



$$\int_{S_\gamma} \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS = B \int_S dS = B\,L\,x$$

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt} = -B\,L\,\frac{dx}{dt} = -B\,L\,v$$

f.e.m. = - 0,5 T x 0,2 m x 0,5 m/s = - 50 mV

$\Phi_S(\vec{B})$ aumenta o diminuisce?

i versi di $\hat{n}$, γ e I_{IND} sono collegati

$$\text{f.e.m.} = \oint_\gamma \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

$$\int_{S_\gamma} \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS$$

il flusso può variare perché varia l'intensità di B
o la direzione di B rispetto al circuito
o la forma o le dimensioni del circuito

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA (principio del trasformatore)

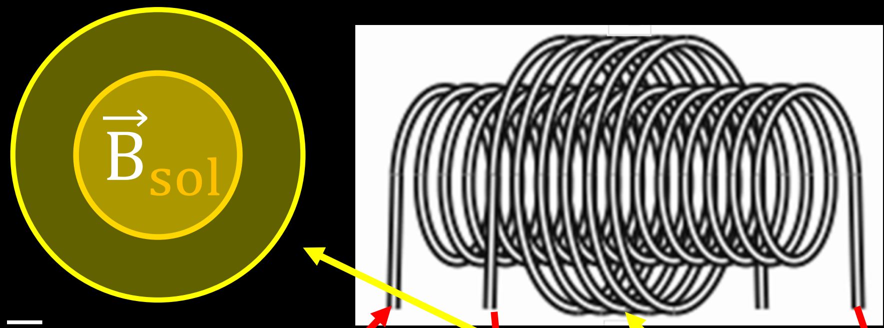
$$\mathrm{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

Una bobina di N = 100 spire di raggio R = 2 cm è coassiale a un lungo solenoide cilindrico con n = 2000 spire/m di sezione S = 5 cm^2.
La corrente I(t) nel solenoide varia con dI/dt = - 50 A/s
Determinare la fem indotta nella bobina

$$\Phi_{bob}(\vec{B}_{sol}) = N\,S\,\mu_0\,n\,I$$

$$\mathrm{f.e.m.} = -\frac{d(N\,S\,\mu_0\,n\,I)}{dt} = -N\,S\,\mu_0\,n\frac{dI}{dt} =$$

$$= -100 \times 5\ 10^{-4} \times 4\ \pi\ 10^{-7} \times 2000 \times (-50) = 6{,}23\ \mathrm{mV}$$

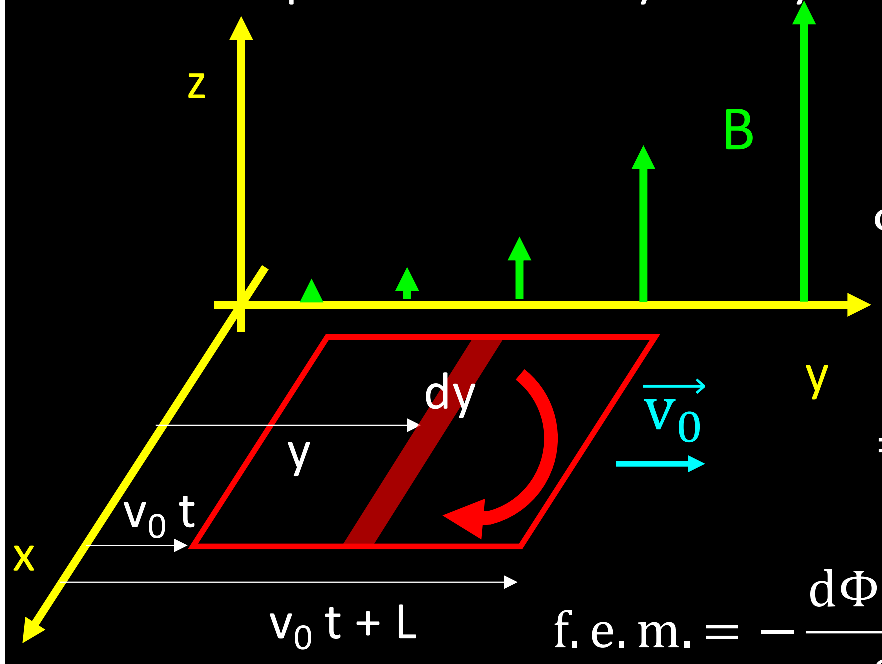


la corrente variabile nel primario produce una variazione di flusso che genera una corrente indotta nel secondario (accoppiamento magnetico) → i due circuiti sono isolati elettricamente

Una spira quadrata, di lati lunghi L disposti parallelamente agli assi X e Y, si muove con velocità v_0 nel verso delle Y crescenti.

Nello spazio è presente un campo magnetico di componenti $B_x = B_y = 0$ e $B_z = c\,y^2$.

Determinare l'intensità della f.e.m. indotta nella spira che all'istante t = 0 ha i lati paralleli all'asse x rispettivamente a y = 0 e y = L.



$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

$$\Phi_S(\vec{B}) = \int_S \vec{B}\cdot\hat{n}\,dS = \int_{v_0t}^{v_0t+L} B(y)L\,dy = \int_{v_0t}^{v_0t+L} cy^2\,L\,dy$$

$$= \frac{cL}{3}\left[(v_0t+L)^3-(v_0t)^3\right] = \frac{cL}{3}\left[3(v_0t)^2L+3(v_0t)L^2+L^3\right]$$

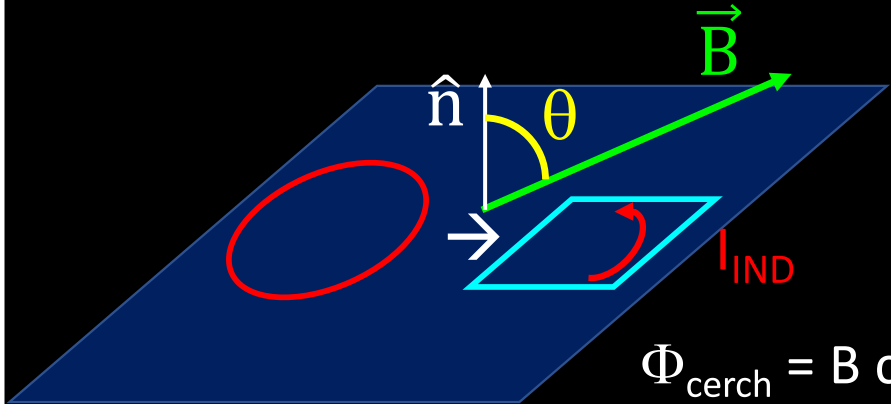
$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt} = -\frac{cL}{\cancel{3}}\left[\cancel{3}v_0{}^2\,2tL+\cancel{3}v_0L^2+0\right] = -cL^2v_0(2v_0t+L)$$

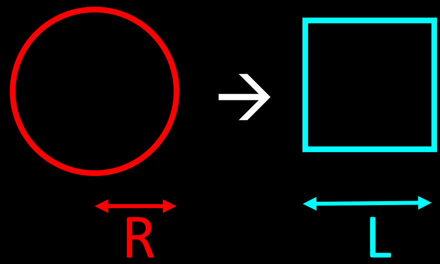
$$f = |\text{f.e.m.}| = cL^2v_0(2v_0t+L)$$

Un sottile anello di rame di raggio R = 4 cm viene teso opportunamente trasformandolo in una spira quadrata.

La deformazione viene effettuata, mantenendo la planarità, in una zona dove è presente un campo magnetico uniforme B = 0,5 T inclinato di 30° rispetto al piano.

Determinare la f.e.m. media $f_{med} = -\Delta\Phi/\Delta t$ indotta nel conduttore sapendo che il cambiamento di forma avviene in Δt = 0,5 s.





$$2\pi R = 4L \rightarrow L = \pi R/2$$

$$\pi R^2 \rightarrow L^2 \rightarrow A = \pi^2 R^2/4$$

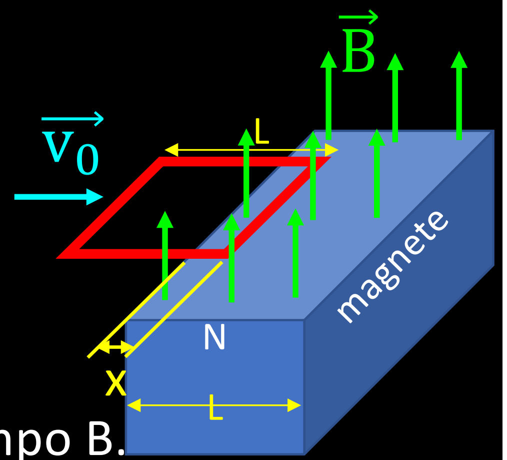
$$\Phi_{cerch} = B\cos 60°\, \pi R^2 = B/2\, \pi R^2 \rightarrow \Phi_{quad} = B/2\, \pi^2 R^2/4$$

$$\Delta\Phi = B/2\, [\pi^2 R^2/4 - \pi R^2] < 0$$

$$f_{med} = -\Delta\Phi/\Delta t = -\, B/2\, \pi R^2 [\pi/4 - 1]/\Delta t = +\,0{,}54 \text{ mV}$$

Una spira quadrata di lato L = 2 cm entra (e poi esce) a velocità costante v_0 = 3 m/s in una zona di spazio profonda L dove c'è un campo uniforme B = 0,4 T perpendicolare al piano della spira.

Graficare l'andamento temporale dell'intensità della fem indotta nella spira e determinare il suo valore massimo.



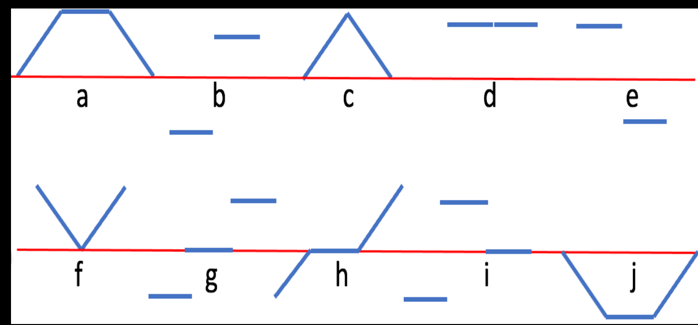
Fissato t = 0 nell'istante in cui la spira inizia ad entrare (x = 0), detta x la profondità di penetrazione, Lx è l'area della spira immersa nel campo B.

Fino all'istante t* = L/v_0 il flusso aumenta: $\Phi_S(\vec{B}) = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS = B\, Lx = B\, L\, v_0 t$

grafico: c

poi, fra t* e 2 t* il flusso diminuisce: $\Phi_S(\vec{B}) = B\, L^2 - BLv_0(t - t*)$

e poi resta nullo (spira fuori dal campo)



$$\mathrm{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

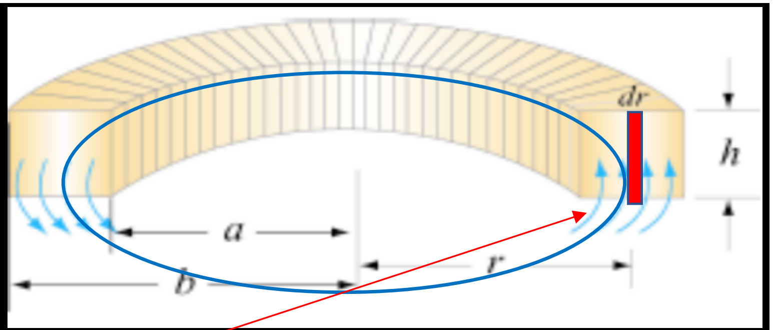
se 0 < t < t* → f.e.m. = - B L v_0 = -24 mV

se t* < t < 2t* → f.e.m. = + B L v_0 = +24 mV

grafico: b

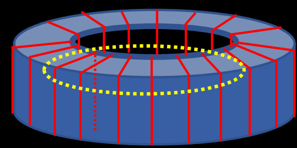
... l'intensità della fem indotta ... f = |f.e.m.| = B L v_0 grafico: d

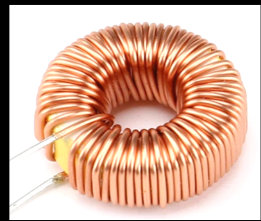
Calcolare il coefficiente di autoinduzione di un solenoide compatto costituito da N = 400 spire avvolte intorno a un supporto toroidale a sezione rettangolare alto h = 1 cm, di raggio interno a = 8 cm, raggio esterno b = 10 cm.



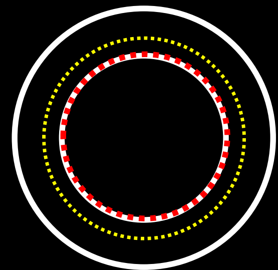
$$L = \frac{\Phi_S(\vec{B})}{I} = \frac{\cancel{NSB}}{I}$$

N spire





$$\Phi_{1spira}(\vec{B}) = \int_{S_\gamma} \vec{B} \cdot dS = \int_{S_\gamma} \frac{\mu_0 N\, I}{2\pi r}\, dS = \int_a^b \frac{\mu_0 N\, I}{2\pi r}\, N\;\, h dr$$



$$\oint_\gamma \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{conc}$$

$$L = \frac{\Phi_S(\vec{B})}{I} = \frac{\frac{\mu_0 N^2\, hI}{2\pi}\ln\frac{b}{a}}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$I_{conc} = N\, I$

$2\pi r\, B(r) = \mu_0\, N\, I$

$$L_{solenoide} = \mu_0 \frac{N^2}{\ell}\, S$$

$B(r) = \mu_0 \frac{N}{2\pi r}\, I$

NON ESITATE A CONTATTARMI
PER SPIEGAZIONI O DIFFICOLTA' NEL RISOLVERE ESERCIZI
adalberto.sciubba@uniroma1.it