

Sistemi di k -cicli piramidali

Gloria Rinaldi

Un sistema di k -cicli di ordine v è una decomposizione del grafo completo K_v in cicli di lunghezza k . Un gruppo di automorfismi di un sistema di k -cicli è un gruppo di permutazioni sui vertici di K_v che conserva la decomposizione.

Di interesse è lo studio di sistemi di k -cicli aventi un gruppo di automorfismi dotato di particolari proprietà, come ad esempio la stretta transitività sui vertici o su un opportuno sottoinsieme di questi. In particolare, un sistema di k -cicli si dice t -piramidale se possiede un gruppo di automorfismi che fissa t vertici ed ha azione strettamente transitiva sui rimanenti. I casi $t = 0$ e $t = 1$ sono rispettivamente il caso regolare e il caso 1-rotazionale, ben noti e studiati in letteratura.

I problemi connessi allo studio dei sistemi di k -cicli t -piramidali sono di varia natura. Innanzitutto il problema principale è quello di stabilire lo spettro dei valori v per cui un sistema di k -cicli t -piramidale esista, parimenti, si ha il problema di capire, fissati k e t , quali siano i possibili gruppi che realizzano un sistema di k -cicli t -piramidale.

Appare subito chiaro che, quando $t \geq 1$, il numero di vertici fissato è strettamente legato alla struttura del gruppo. In particolare esso corrisponde al numero delle involuzioni. Così, per costruire sistemi di k -cicli 1-rotazionali occorrono gruppi binari, mentre gruppi più ricchi di involuzioni entrano in gioco quando $t > 1$.

In questo seminario vedremo una panoramica di risultati recenti su questo argomento, ponendo maggiormente l'accento sul caso dei Sistemi di Terne di Steiner, ovvero sistemi di k -cicli con $k = 3$.