Fondamenti di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

Venerdì 15 gennaio 2021

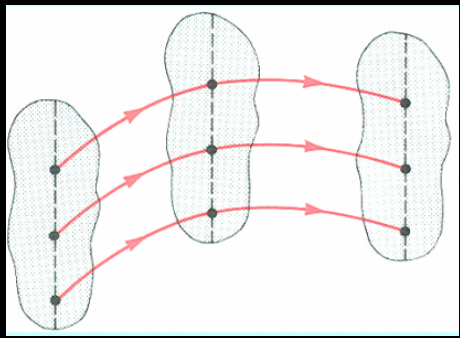
14:00-16:00
(14:30-16:00)

meet.google.com/khp-neqs-kgd

MECCANICA DEL CORPO RIGIDO

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\int_V \vec{r}\, dm}{m}$$

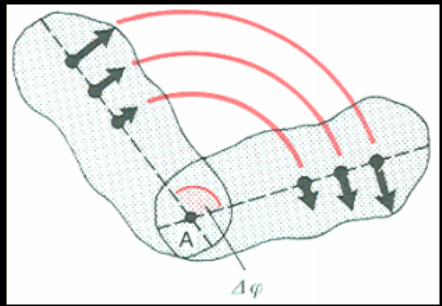
$$\vec{F} = m_{TOT}\, \overrightarrow{a_{CM}}$$



$$E_c = ½\, m_{TOT}\, v_{CM}^2$$

$$I = \int_V r^2 dm$$

$$\vec{M} = I\, \vec{\alpha}$$



$$E_c = ½\, I\, \omega^2$$

Teorema di Konig: l'energia cinetica di un corpo rigido è dato dalla somma dell'energia cinetica che il corpo avrebbe se tutta la massa fosse concentrate nel CM più l'energia cinetica che il corpo avrebbe se ruotasse intorno al CM

$$E_c = ½\, m_{TOT}\, v_{CM}^2 + ½\, I_{CM}\, \omega^2$$

L'azione di un momento meccanico $\vec{M} = I\,\vec{\alpha}$ fa variare la velocità angolare $\vec{\omega}$ di un corpo dal valore iniziale $\overrightarrow{\omega_{IN}}$ a quello finale $\overrightarrow{\omega_{FIN}} = \overrightarrow{\omega_{IN}} + \int_0^t \vec{\alpha}\,dt = \overrightarrow{\omega_{IN}} + \int_0^t \vec{M}/I\,dt$

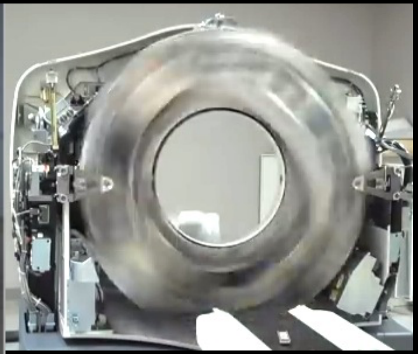
Per il teorema dell'energia cinetica il lavoro compiuto L è pari alla variazione dell'energia cinetica E_c

$$L = E_{c\,FIN} - E_{c\,IN} = \frac{1}{2} I\omega_{FIN}{}^2 - \frac{1}{2} I\omega_{IN}{}^2 = \frac{1}{2} I[\omega_{FIN}{}^2 - \omega_{IN}{}^2]$$

e la potenza P è pari alla sua derivata temporale:

$$P = \frac{dE_c}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2} I\,\omega^2\right)}{dt} = \frac{1}{2} I \frac{d\omega^2}{dt} = \frac{1}{2} I \frac{d\omega^2}{d\omega}\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2} I\,2\omega\,\alpha = I\,\alpha\,\omega = M\,\omega$$

$$L = \int_o^t P dt = \int_0^t M\omega\,dt = \int_0^t M\frac{d\vartheta}{dt}\,dt = \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} M\,d\vartheta \quad \text{se M costante} \quad = M(\vartheta - \vartheta_0)$$



L'apparato rotante di un tomografo a raggi X può essere schematizzato come un anello omogeneo di diametro interno 80 cm, diametro esterno 1,4 m e massa 800 kg. Quanto lavoro deve compiere il motore per portarlo da fermo alla massima velocità di rotazione che è 3 giri/s? [$I=½M(R_{int}{}^2+R_{ext}{}^2)$] [L = 46,2 kJ]

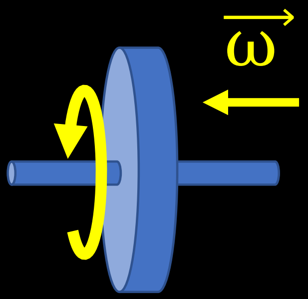
$$L = \frac{1}{2} I[\omega_{FIN}{}^2 - \omega_{IN}{}^2] = \frac{1}{2} I[3 \cdot 2\pi]^2$$

ROTAZIONE DEL CORPO RIGIDO INTORNO A UN ASSE FISSO

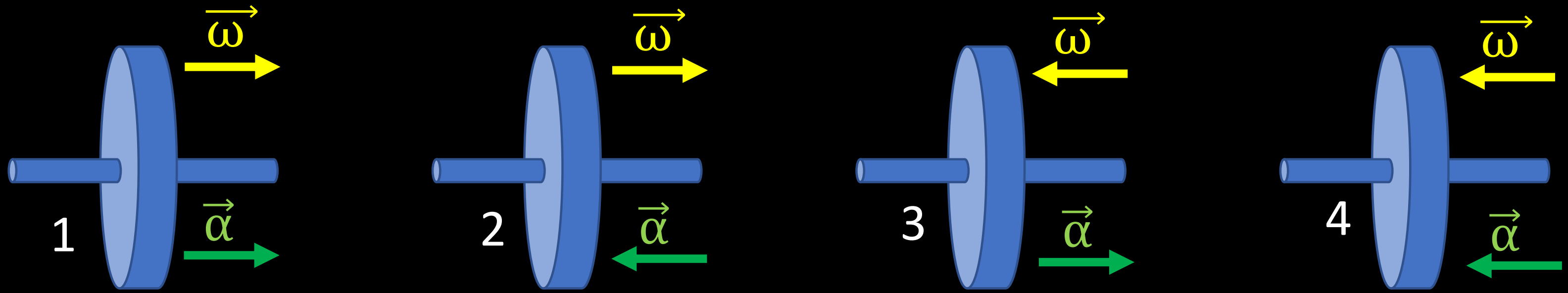
caso importante nello studio di macchine e motori

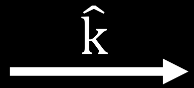
il vettore velocità angolare $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ ha la direzione fissa dell'asse mentre modulo e verso possono variare

l'eventuale accelerazione angolare $\vec{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{d\vec{\boldsymbol{\omega}}}{dt}$ ha la direzione fissa dell'asse mentre modulo e verso possono variare



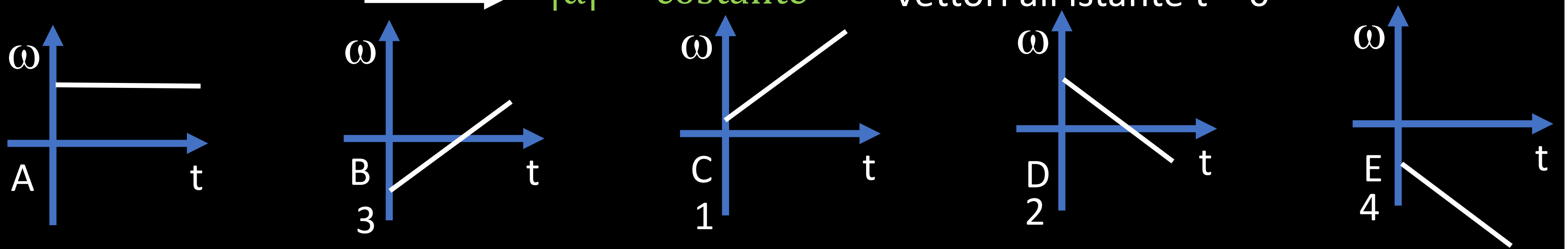
VOLANO



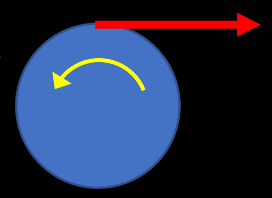


$|\vec{\alpha}| = \text{costante}$

vettori all'istante t = 0



ROTAZIONE DEL CORPO RIGIDO INTORNO A UN ASSE FISSO

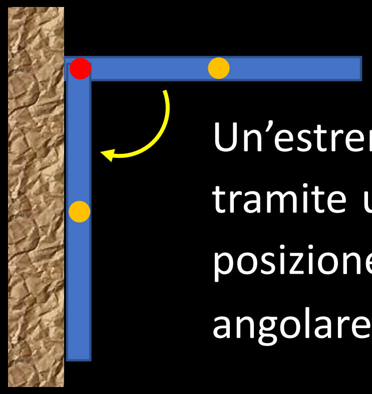


Un disco omogeneo di raggio r = 0,5 m e massa m =10 kg ruota con velocità iniziale ω_0 = 100 rad/s attorno a un asse perpendicolare passante per il suo centro (I = ½ MR^2). All'istante t = 0 una forza costante F agente tangenzialmente sul bordo del disco realizza un'azione frenante e la velocità del disco si annulla dopo 20 s.
Calcolare il modulo dell'accelerazione angolare, il modulo di F, l'energia dissipata durante l'intera azione frenante

$\omega(t) = \omega_0 - \alpha\, t \rightarrow 0 = \omega_0 - \alpha\, t^* \rightarrow \alpha = \omega_0 / t^*$ 5 rad/s^2 12,5 N 625 J

$r\,F = M = I\,\alpha \rightarrow F = I\,\alpha/r = ½\, m\, r\, \alpha$

$L = ½\, I\, \omega_0^2 = ½\, ½\, m\, r^2 \omega_0^2$



Un'estremità di un'asta sottile omogenea di massa m = 2 kg e lunga L= 50 cm è fissata a una parete tramite una cerniera (l'attrito sviluppa un momento costante M_{Att} = 2 Nm). L'asta, inizialmente ferma in posizione orizzontale, viene lasciata libera di ruotare verso la parete. Determinare l'accelerazione angolare nell'istante in cui l'asta inizia a ruotare e l'energia cinetica al momento dell'urto.

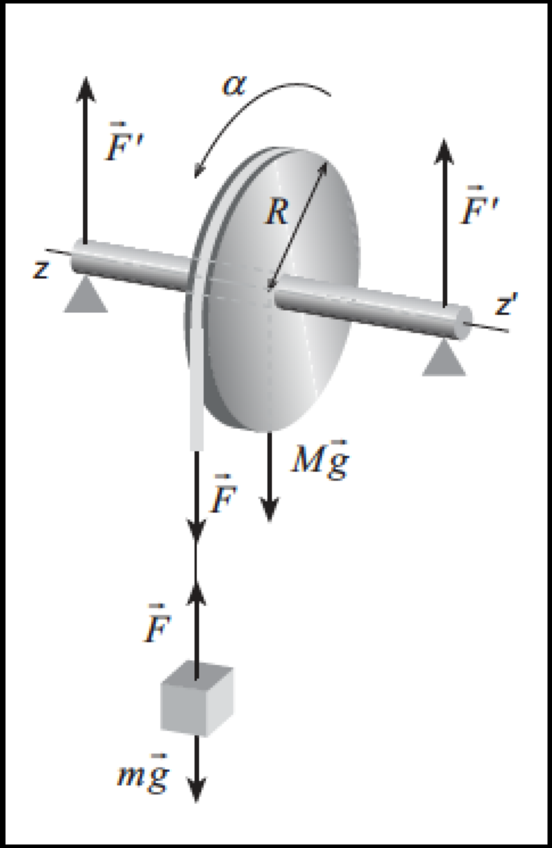
[17,4 rad/s^2; 1,77 J]

$M = mg\, L/2 - M_{Att} = I\alpha \rightarrow \alpha = (mg\, L/2 - M_{Att})/(mL^2/3)$

$Ec = mg\, h - M_{Att}\, \theta = mgL/2 - M_{Att}\, \pi/2$

ROTAZIONE DEL CORPO RIGIDO INTORNO A UN ASSE FISSO

Una puleggia di raggio R = 40 cm e massa M = 70 kg ruota, partendo da ferma, sotto l'azione di una massa m = 7 kg sostenuta da una fune avvolta sulla puleggia. Calcolare la velocità angolare della puleggia 2 s dopo la partenza.
[8,16 rad/s]



$mg - F = ma = m\,\alpha R \rightarrow F = mg - m\alpha R$

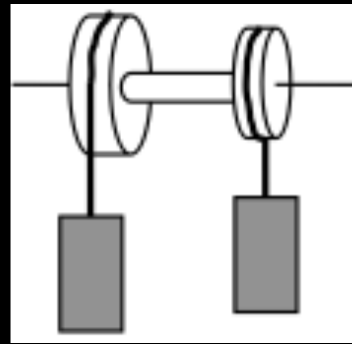
$R\,F = I\,\alpha \rightarrow Rmg - m\alpha R^2 = I\,\alpha \rightarrow \alpha = Rmg/(I+mR^2) = Rmg/(1/2MR^2+mR^2)$

$\rightarrow \alpha = mg/[R(1/2M+m)]$

$\omega = \alpha\, t$

DINAMICA DEL CORPO RIGIDO – ROTAZIONE

Un sistema rigido di momento d'inerza I è costituito da due pulegge di raggi R_1 e R_2 e da una sbarra di collegamento.
Sulle due pulegge sono arrotolate in versi opposti due funi ideali alle cui estremità sono appese due masse m uguali. Determinare l'accelerazione angolare delle pulegge.
$\{\alpha = mg(R_1 - R_2)/[m\,(R_1^2 + R_2^2) + I]\}$



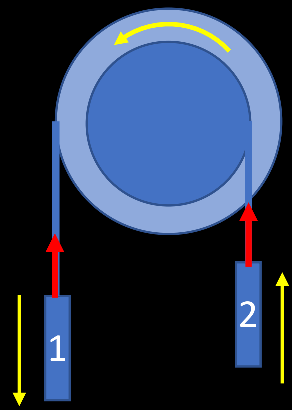
$$mg - F_1 = ma_1 = m\,\alpha R_1 \rightarrow F_1 = mg - m\,\alpha R_1$$

$$-mg + F_2 = ma_2 = m\,\alpha R_2 \rightarrow F_2 = mg + m\,\alpha R_2$$

$$R_1\,F_1 - R_2\,F_2 = I\,\alpha \rightarrow (R_1\,mg - m\,\alpha R_1^2) - (R_2\,mg + m\,\alpha R_2^2 = I\,\alpha$$

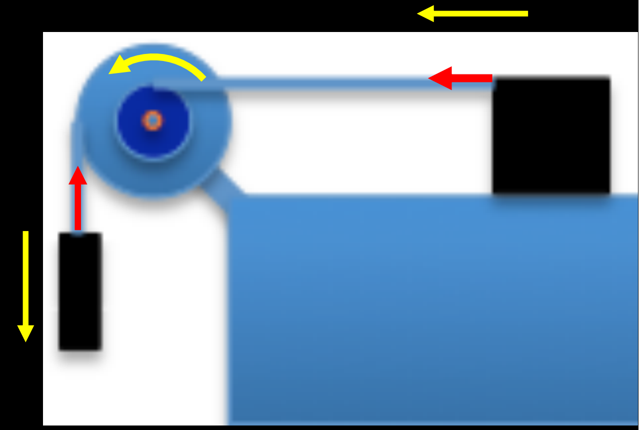
$$R_1\,mg - R_2\,mg = m\,\alpha R_1^2 + m\,\alpha R_2^2 + I\,\alpha = [m\,(R_1^2 + R_2^2) + I]\,\alpha$$

sistema legato



DINAMICA DEL CORPO RIGIDO – ROTAZIONE

Su un piano orizzontale liscio è appoggiato un blocco di massa M collegato tramite un filo ideale a una puleggia di raggio R. La puleggia è costituita da due dischi concentrici. Intorno a quello di raggio 2R è avvolto un altro filo ideale alla cui estremità è appesa una massa m. Determinare l'accelerazione angolare della puleggia sapendo che ha un momento d'inerzia I rispetto all'asse di rotazione. $[\alpha = 2mgR/(I+4mR^2+MR^2)]$



$mg - F1 = ma = m\alpha\, 2R \rightarrow F1 = mg - 2\, m\alpha R$

$F2 = M\, a = M\, \alpha R$

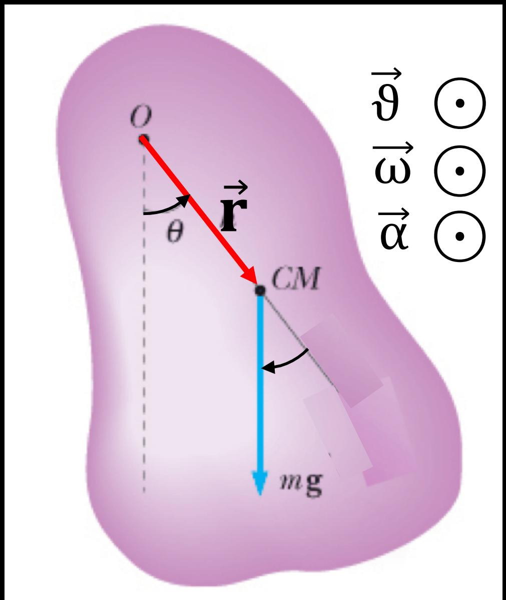
$2R\, F1 - R\, F2 = I\, \alpha$

$2R\, mg - 4\, m\alpha R^2 - M\alpha R^2 = I\, \alpha \rightarrow 2R\, mg = [4\, m\, R^2 + MR^2 + I]\, \alpha$

DINAMICA DEL CORPO RIGIDO – PENDOLO FISICO (PENDOLO COMPOSTO)

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = -\hat{k}\, r\, mg \sin(\vartheta)$$

$$\vec{M} = I\,\vec{\alpha} = I\,\hat{k}\,\frac{d\omega}{dt} = I\,\hat{k}\,\frac{d^2\vartheta}{dt^2}$$



$\odot \otimes$???

$$-\hat{k}\, r\, mg \sin(\vartheta) = I\,\hat{k}\,\frac{d^2\vartheta}{dt^2}$$

$$I\,\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + r\, mg \sin(\vartheta) = 0$$

$\sin(\vartheta) \approx \vartheta$ per ϑ piccoli (< 5°)

$$I\,\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + r\, mg\, \vartheta = 0$$

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{r\, mg}{I}\,\vartheta = 0 \qquad \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \Omega^2\vartheta = 0$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{rmg}{I}} \qquad \left[\Omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \text{ pendolo matematico}\right]$$

$$\vartheta(t) = \vartheta_0 \sin(\Omega t + \varphi)$$

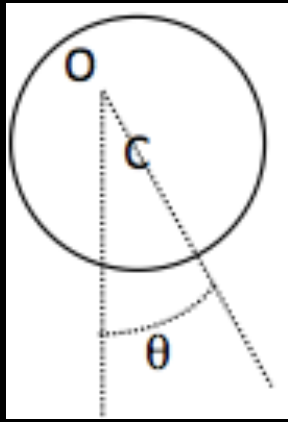
$$\omega(t) = \Omega\vartheta_0 \cos(\Omega t + \varphi)$$

$$\alpha(t) = -\Omega^2\vartheta_0 \sin(\Omega t + \varphi)$$

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{rmg}}$$

DINAMICA DEL CORPO RIGIDO – PENDOLO FISICO

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{rmg}}$$



Un disco omogeneo di massa m e raggio r è libero di muoversi nel piano verticale ruotando intorno ad un perno orizzontale privo di attrito passante per il punto O distante r/2 dal centro C del disco.

Calcolare il periodo delle piccole oscillazioni. $[T = \pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}]$

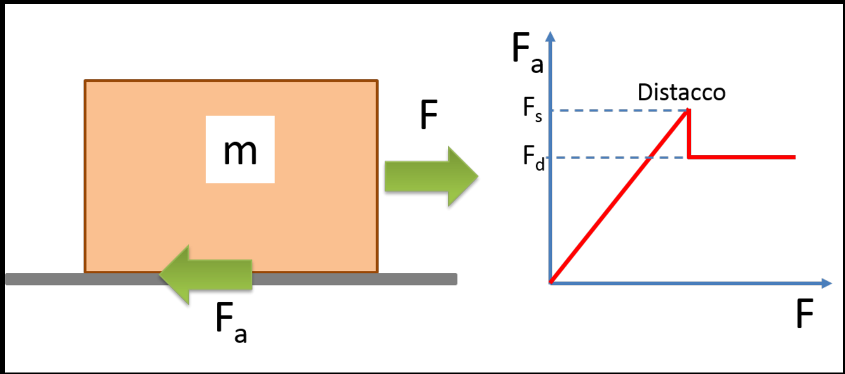
$I = \frac{1}{2} mr^2 + m (r/2)^2 = \frac{3}{4} mr^2$ $\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{4}mr^2}{\frac{r}{2}mg}}$

Un pendolo è costituito da un'asta **<u>leggera</u>** lunga L libera di ruotare intorno a un perno orizzontale passante per una estremità. L'altra estremità è fissata al centro di un disco omogeneo di raggio r giacente nel piano dell'oscillazione. Determinare, per piccole oscillazioni, la pulsazione del moto.

$[\Omega^2 = gL/(\frac{1}{2}r^2+L^2)]$

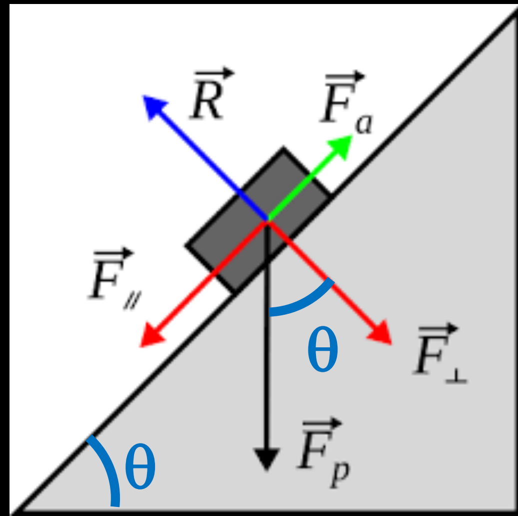
$I = \frac{1}{2} m r^2 + m L^2$

ATTRITO STATICO E DINAMICO



$F_{Ad} = \mu_d F_\perp$ attrito dinamico: nella direzione del moto ma nel verso opposto

$F_{AsMAX} = \mu_s F_\perp$ attrito statico: corpo fermo rispetto alla superficie di appoggio



$F_\perp = F_p \cos\theta$

$F_{//} = F_p \sin\theta$

θ_{MAX}: massimo angolo per cui il corpo resta fermo

$F_\perp = F_p \cos\theta_{MAX}$

$F_{//} = F_p \sin\theta_{MAX} = F_{AsMAX} = \mu_s F_\perp = \mu_s F_p \cos\theta_{MAX}$

$\sin\theta_{MAX} / \cos\theta_{MAX} = \mu_s \qquad tg\theta_{MAX} = \mu_s$

Fondamenti di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

RICEVIMENTO ASINCRONO:
scrivere a
adalberto.sciubba@uniroma1.it

Martedì 19 gennaio 2021

11:00-13:00
(11:15-13:00)
meet.google.com/xsc-vwjs-msg