Fondamenti di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

RICEVIMENTO presenza/distanza: scrivere a adalberto.sciubba@uniroma1.it

Lunedì 17 gennaio 2022

12:00-13:00

MECCANICA DEI SISTEMI

19 MERCOLEDI'	12-13 lezione PEPE 14-15 lezione FFG
20 GIOVEDI'	10-11 lezione FFG
24 LUNEDI'	11-13 esonero POZZI
25 MARTEDI'	11-13 lezione FFG

la lezione di oggi:

DAL PUNTO MATERIALE AL SISTEMA DI PUNTI
CENTRO DI MASSA E BARICENTRO
CORPO RIGIDO

RIASSUNTO: MECCANICA DEL PUNTO MATERIALE

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

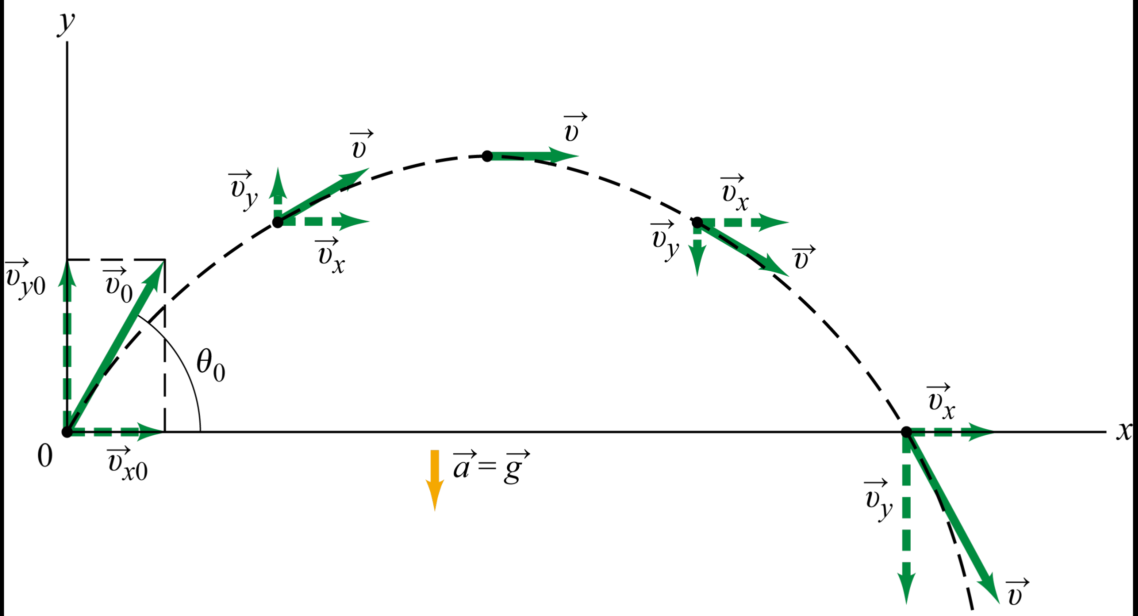
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

m <--> inerzia, difficoltà nel variare la velocità: a = F/m

se $\vec{F} = 0 \rightarrow \vec{a} = 0 \rightarrow \vec{v}$ = costante; se $v_0 = 0 \rightarrow$ STATICA

se $\vec{F}$ = costante $\rightarrow \vec{a}$ = costante $\rightarrow$ moto rettilineo uniformemente accelerato

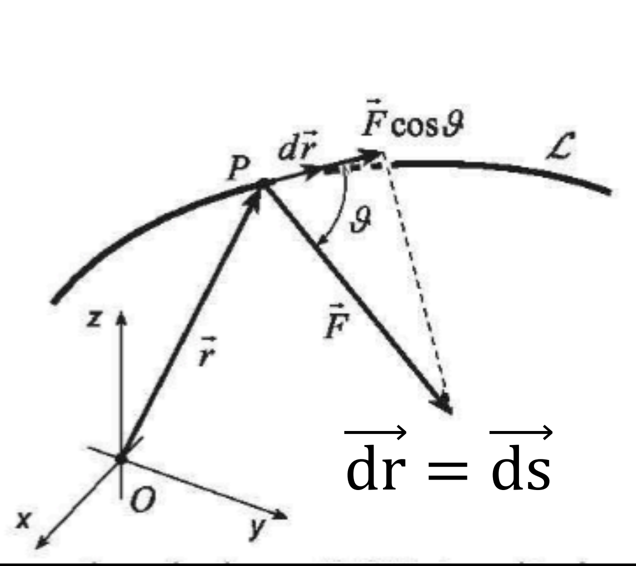
accelerazione e velocità iniziale definiscono la traiettoria



RIASSUNTO: MECCANICA DEL PUNTO MATERIALE

lavoro di una forza $L = \vec{F} \cdot \vec{s}$ $\quad dL = \vec{F} \cdot \overrightarrow{ds}$

$$L = \int \vec{F} \cdot \overrightarrow{ds}$$



energia cinetica $E_c = \frac{1}{2} m v^2$

energia potenziale

gravitazionale $E_p = mgh$

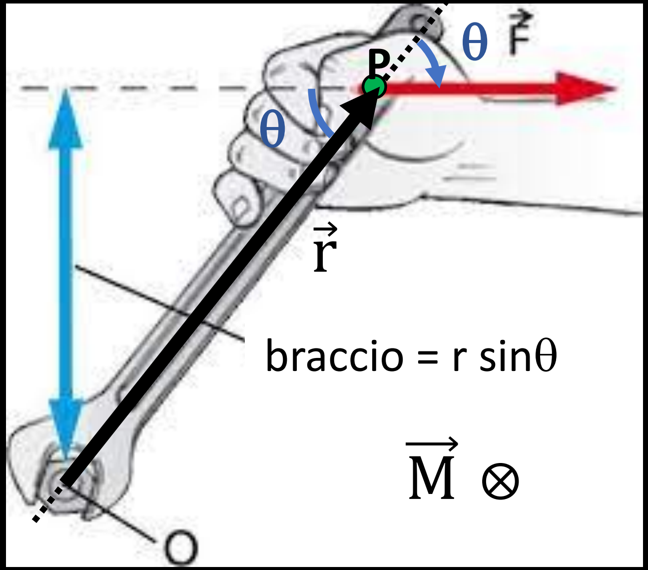
elastica $E_p = \frac{1}{2} k x^2$

$E = E_c + E_p$ si conserva (se forze conservative: no attrito)

potenza $P = dL/dt = \vec{F} \cdot \overrightarrow{ds}/dt = \vec{F} \cdot \vec{v}$

momento meccanico (torcente) $\overrightarrow{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

$$M = r\,F \sin\theta = b\,F$$

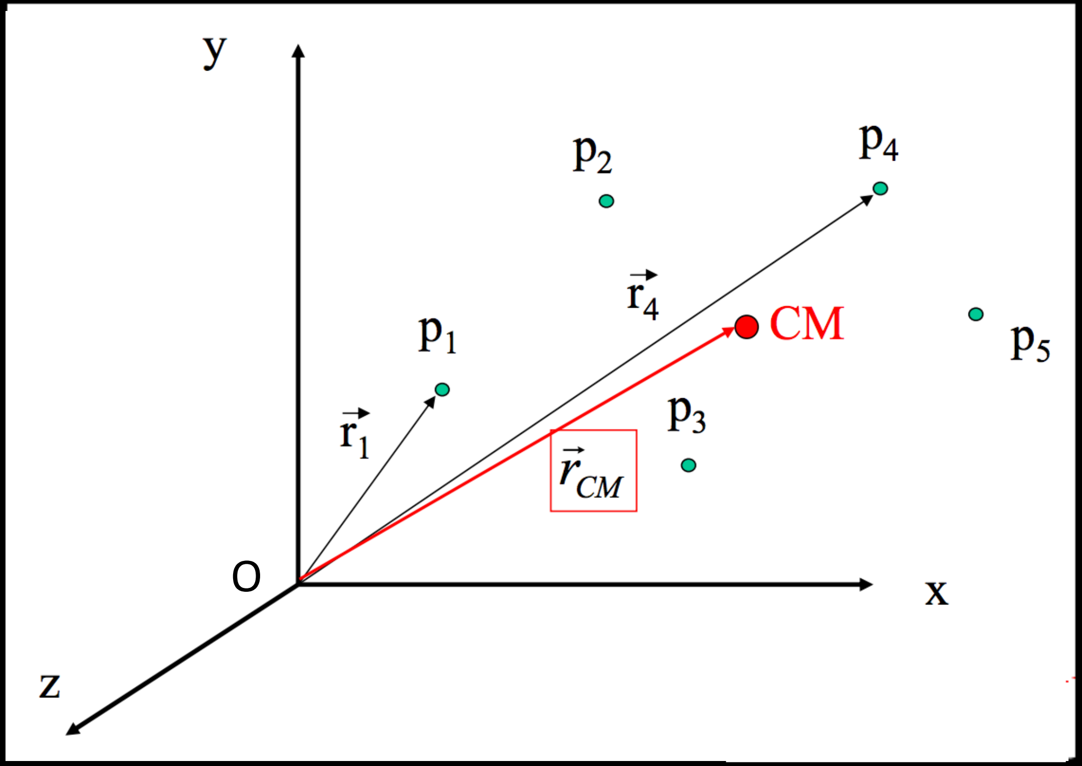


N punti p_i indipendenti di massa m_i nelle posizioni $\vec{r_i}$ (i = 1, N)
sottoposti all'azione delle forze $\vec{F_i}$ e dei momenti $\vec{M_i}$

$$\vec{F_i} = m_i \, \vec{a_i}$$

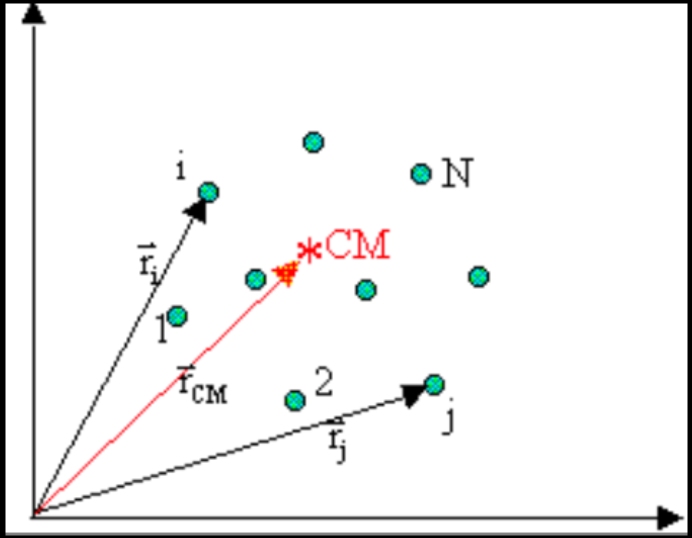
$$\vec{M_i} = \vec{r_i} \times \vec{F_i}$$

$$E_{c_i} = \frac{1}{2} m_i {v_i}^2$$



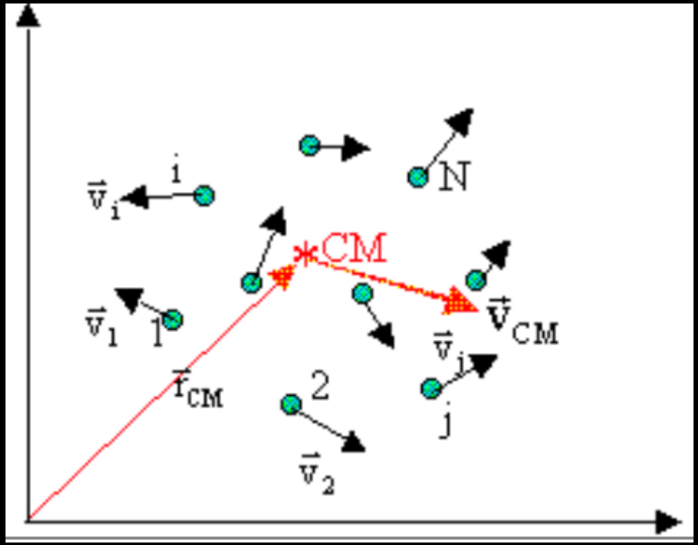
esiste un punto "rappresentativo":
IL CENTRO DI MASSA

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\sum m_i \, \vec{r_i}}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \, \vec{r_i}}{m_{TOT}}$$



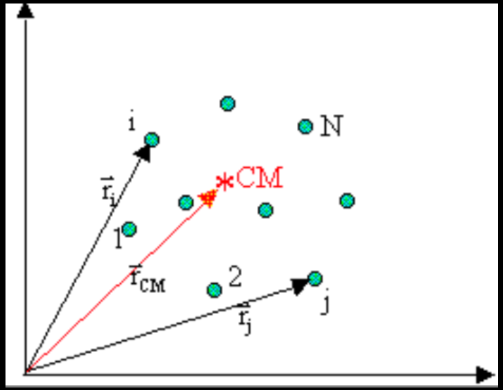
$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\sum m_i \vec{r_i}}{m_{TOT}}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

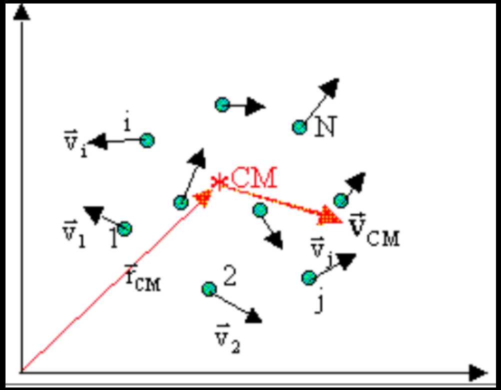


$$\overrightarrow{v_{CM}} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{d}{dt}\left[\frac{\sum(m_i\vec{r_i})}{m_{TOT}}\right] = \frac{1}{m_{TOT}}\frac{d}{dt}\left[\sum(m_i\vec{r_i})\right]$$

$$= \frac{1}{m_{TOT}}\sum\left[\frac{d}{dt}(m_i\vec{r_i})\right] = \frac{1}{m_{TOT}}\Sigma\left[m_i\frac{d\vec{r_i}}{dt}\right] = \frac{1}{m_{TOT}}\Sigma[m_i\vec{v_i}] = \frac{\sum m_i \vec{v_i}}{m_{TOT}}$$



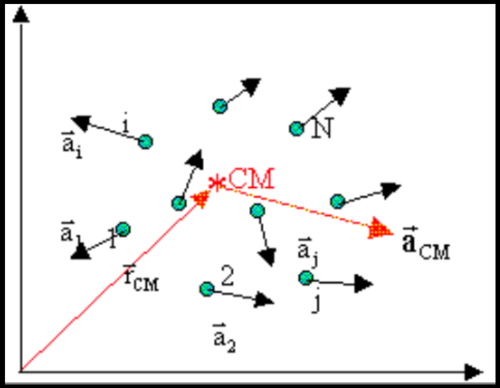
$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\sum m_i \vec{r_i}}{m_{TOT}}$$



$$\overrightarrow{v_{CM}} = \frac{\sum m_i \vec{v_i}}{m_{TOT}}$$

$$\vec{F} = \sum \vec{F_i} = m_{TOT}\ \overrightarrow{a_{CM}}$$

il CM si muove come se fosse un punto di massa m_{TOT} sotto l'azione della risultante $\vec{F}$ di tutte le forze $\vec{F_i}$

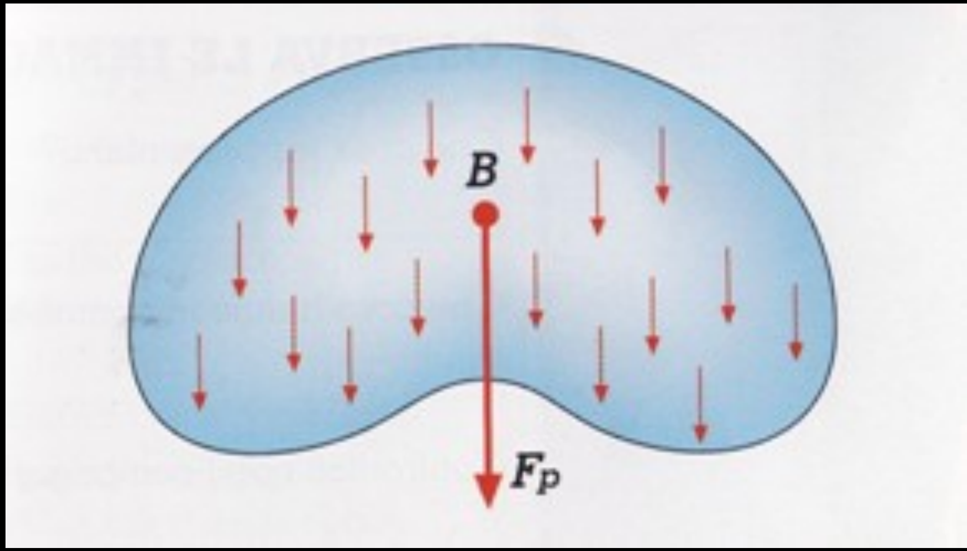


$$\overrightarrow{a_{CM}} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{v_{CM}} = \frac{d}{dt}\left[\frac{\sum(m_i\vec{v_i})}{m_{TOT}}\right] = \frac{1}{m_{TOT}}\frac{d}{dt}\left[\sum(m_i\vec{v_i})\right] = \frac{1}{m_{TOT}}\Sigma\left[m_i\frac{d\vec{v_i}}{dt}\right]$$

$$= \frac{1}{m_{TOT}}\Sigma[m_i\vec{a_i}] = \frac{\sum\vec{F_i}}{m_{TOT}} = \frac{\vec{F}}{m_{TOT}}$$

$$\vec{a_i} = \frac{d\vec{v_i}}{dt}$$

$$\vec{F_i} = m_i\ \vec{a_i}$$



$$\vec{F} = \sum \vec{F_i} = m_{TOT}\ \overrightarrow{a_{CM}}$$

la risultante delle forze accelera il centro di massa

se la forza che agisce è la forza peso $\overrightarrow{F_{P_i}} = m_i\,\vec{g}$

$$\overrightarrow{F_P} = \sum \overrightarrow{F_{P_i}} = \sum [m_i\,\vec{g}\,] = \left[\sum m_i\right]\vec{g} = m_{TOT}\ \vec{g}$$

$$\overrightarrow{a_{CM}} = \vec{g}$$

il centro di massa è il punto di applicazione della forza peso (baricentro)

SISTEMA DI PUNTI MATERIALI

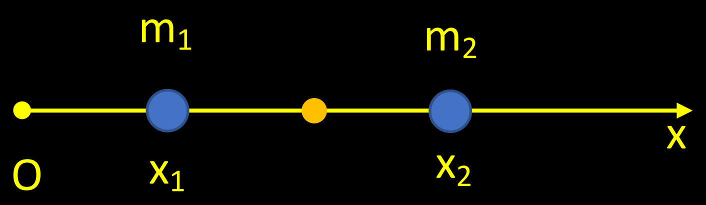
CENTRO DI MASSA

$$\vec{r_i} = \hat{\imath}\, x_i + \hat{\jmath}\, y_i + \hat{k}\, z_i$$

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\sum m_i \vec{r_i}}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \left[\hat{\imath}\, x_i + \hat{\jmath}\, y_i + \hat{k}\, z_i\right]}{\sum m_i}$$

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \hat{\imath}\,\frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} + \hat{\jmath}\,\frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} + \hat{k}\,\frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

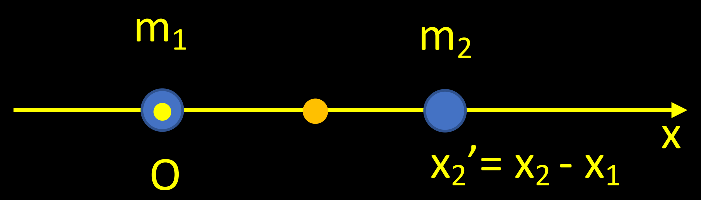
$$\overrightarrow{r_{CM}} = \hat{\imath}\, x_{CM} + \hat{\jmath}\, y_{CM} + \hat{k}\, z_{CM}$$



$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

se $m_1 >> m_2$ $\quad x_{CM} \approx (m_1 x_1 + 0)/(m_1 + 0) = x_1$

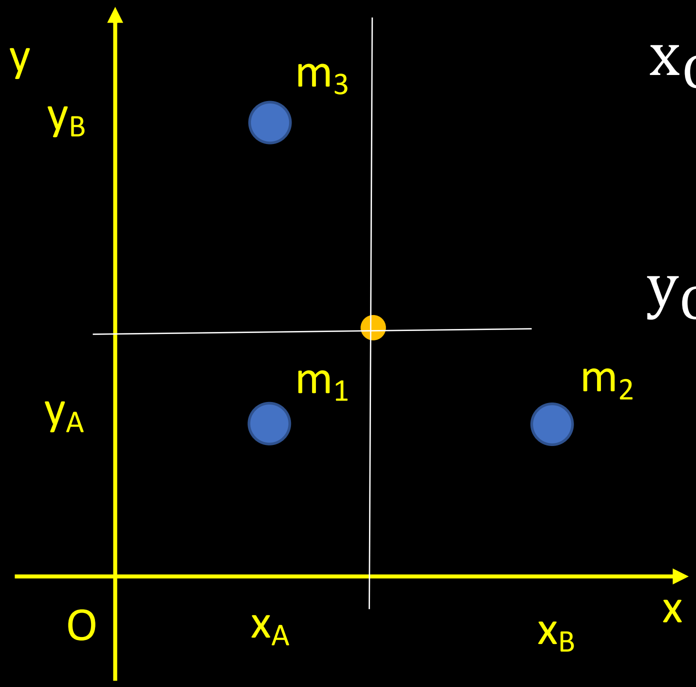
se $m_1 = m_2$ $\quad x_{CM} = (x_1 + x_2)/2$



$$x'_{CM} = \frac{m_1 0 + m_2 x_2'}{m_1 + m_2}$$

se $m_1 = m_2$ $\quad x'_{CM} = x_2'/2$

$x'_{CM} = (x_2 - x_1)/2$



$$x_{CM} = \frac{m_1 x_A + m_2 x_B + m_3 x_A}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{CM} = \frac{m_1 y_A + m_2 y_A + m_3 y_B}{m_1 + m_2 + m_3}$$

se $m_1 = m_2 = m_3$

$x_{CM} = 2/3\, x_A + 1/3\, x_B$

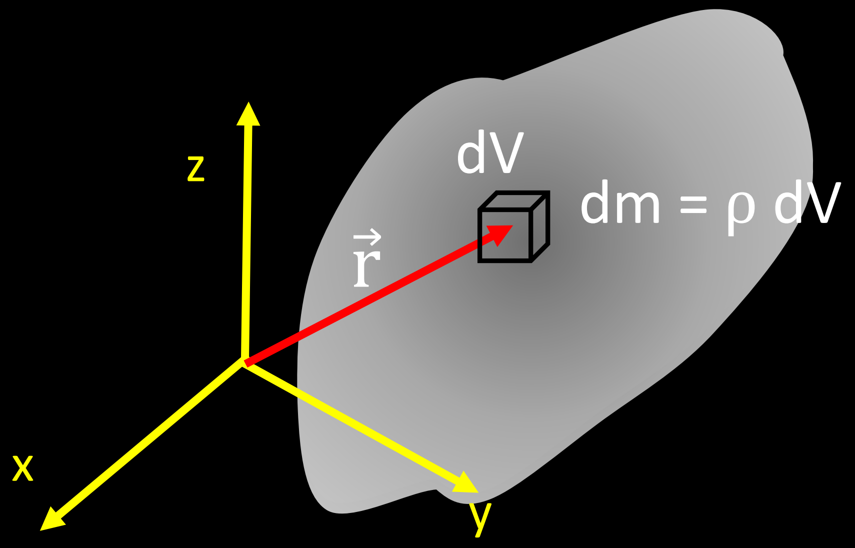
$y_{CM} = 2/3\, y_A + 1/3\, y_B$

IL CORPO RIGIDO

Se i punti dotati di massa costituiscono una distribuzione continua di massa si ha un **corpo**

Caratteristica di un corpo è di avere in ogni punto una densità di massa [densità = massa/volume]

$$\rho = dm/dV \rightarrow dm = \rho\, dV$$



se il corpo non è omogeneo $\rho = \rho(\vec{r})$

Un corpo rigido è un sistema di punti le cui distanze reciproche sono fisse

DISCRETO

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\sum m_i \vec{r_i}}{\sum m_i}$$

$$\sum m_i \rightarrow \int dm = m$$

$$\sum m_i \vec{r_i} \rightarrow \int \vec{r}\, dm$$

CONTINUO

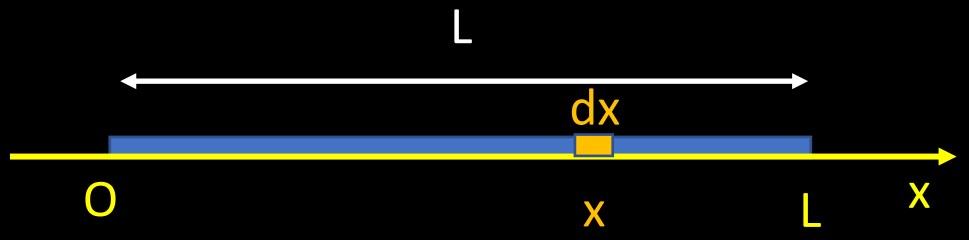
$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\int_V \vec{r}\, dm}{m} = \frac{\int_V \vec{r}\ \rho\, dV}{m}$$

ESEMPIO DI CALCOLO DEL CENTRO DI MASSA

se il corpo non ha un volume ma si estende solo lungo una linea di lunghezza L (p.es. spago) la densità di massa lineare [densità = massa/lunghezza] è

$\lambda = dm/dL \rightarrow dm = \lambda\, dL$ se la densità λ è uniforme $\lambda = m/L$

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\int_V \vec{r}\, dm}{m}$$



$dm = \lambda\, dx$

$$x_{CM} = \frac{\int_L x\, dm}{m} = \frac{\int_0^L x\ \lambda\, dx}{m} = \lambda\,\frac{\int_0^L x\ dx}{m} = \frac{m}{L}\,\frac{\frac{1}{2}L^2}{m} = \frac{L}{2}$$

adalberto.sciubba@uniroma1.it

RICEVIMENTO presenza/distanza: scrivere a adalberto.sciubba@uniroma1.it

Mercoledì 19 gennaio 2022
ASINCRONA
14:00-15:00
meet.google.com/khp-neqs-kgd