Fondamenti di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

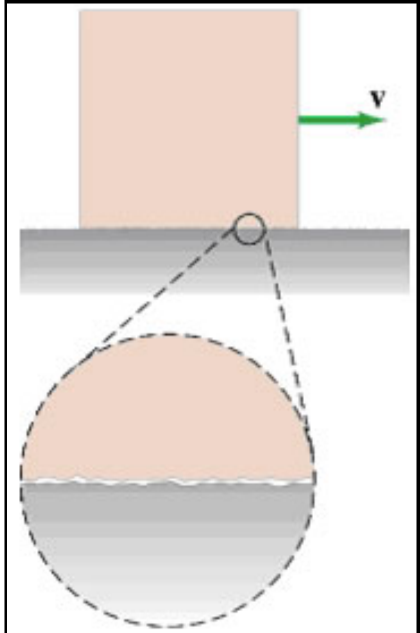
Martedì 19 gennaio 2021

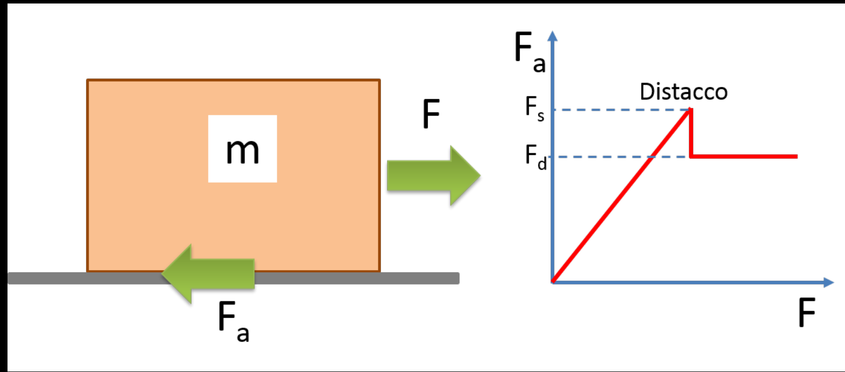
11:00-13:00
(11:15-13:00)

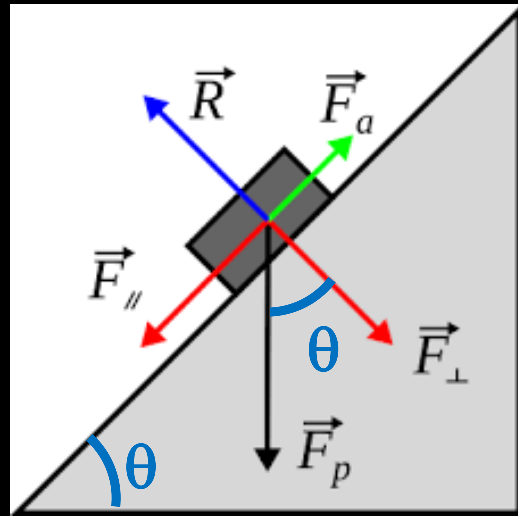
meet.google.com/xsc-vwjs-msg

LEZ 11

ATTRITO STATICO E DINAMICO





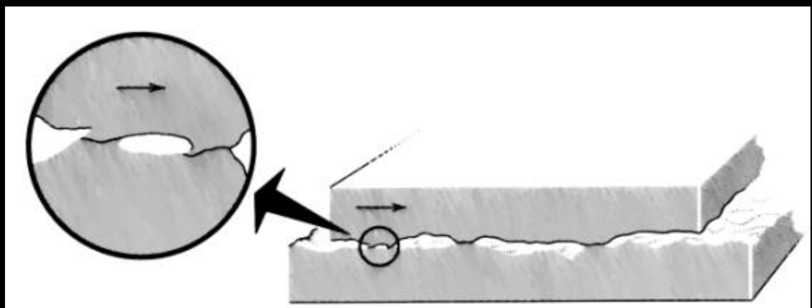


$F_{Ad} = \mu_d F_{\perp}$ attrito dinamico: nella direzione del moto ma nel verso opposto

$F_{AsMAX} = \mu_s F_{\perp}$ attrito statico: corpo fermo rispetto alla superficie di appoggio

$F_{\perp} = F_p \cos\theta$

$F_{//} = F_p \sin\theta$



θ_{MAX}: massimo angolo per cui il corpo resta fermo

$F_{\perp} = F_p \cos\theta_{MAX}$

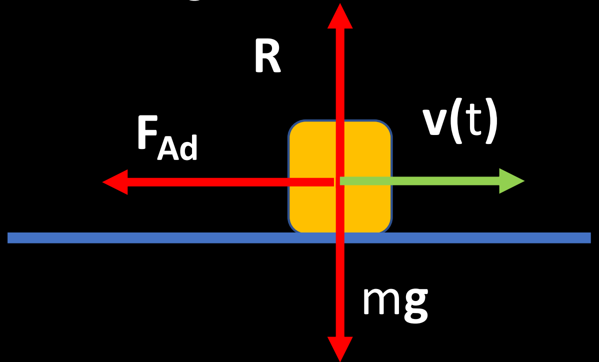
$F_{//} = F_p \sin\theta_{MAX} = F_{AsMAX} = \mu_s F_{\perp} = \mu_s F_p \cos\theta_{MAX}$

$\sin\theta_{MAX} / \cos\theta_{MAX} = \mu_s$ $\qquad$ $\mathrm{tg}\theta_{MAX} = \mu_s$

EFFETTO DELL'ATTRITO

Un blocco di materiale di massa m viene lanciato con velocità iniziale v_0 su un piano orizzontale scabro (coefficiente di attrito dinamico corpo-piano: μ_d).
Come varia la velocità nel tempo?
Quando si ferma?
Come varia l'energia nel tempo?
Quanta energia viene trasformata in calore?

$F_{Ad} = \mu_d \, F_\perp$ attrito dinamico: nella direzione del moto ma nel verso opposto



il moto si svolge solo lungo il piano orizzonale perché la reazione vincolare annulla l'effetto della forza peso

$F_{Ad} = \mu_d \, F_\perp = \mu_d \, m \, g \rightarrow F_{Ad} = ma \rightarrow a = \mu_d \, g$

$v(t) = v_0 - a\,t = v_0 - \mu_d \, g \, t$

$0 = v_0 - \mu_d \, g \, t^* \rightarrow t^* = v_0/(\mu_d \, g)$

$E_c(t) = ½ \, m \, v(t)^2 = ½ \, m \, (v_0 - \mu_d \, g \, t)^2$

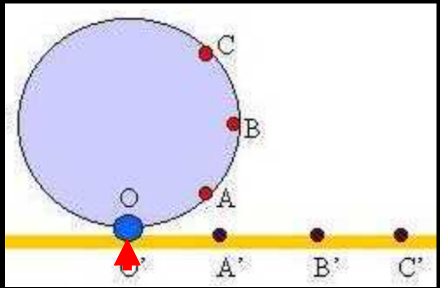
$L = E_c(0) = ½ \, m \, v(0)^2 = ½ \, m \, v_0^2$

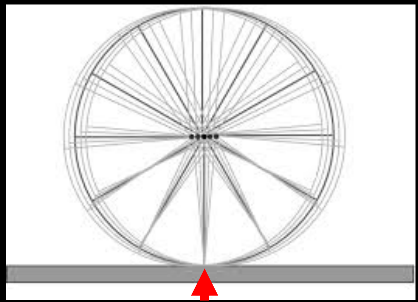
rotolamento (puro): moto nel quale il corpo rotola su una superficie senza strisciare.

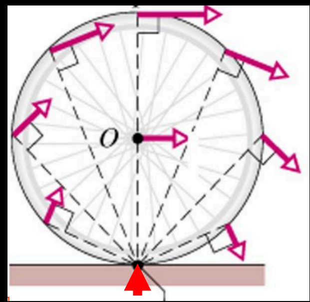
Nel punto di contatto non si ha spostamento relativo tra corpo e superficie di appoggio.

Il corpo, quindi, ruota intorno al punto di contatto (asse istantaneo di rotazione)

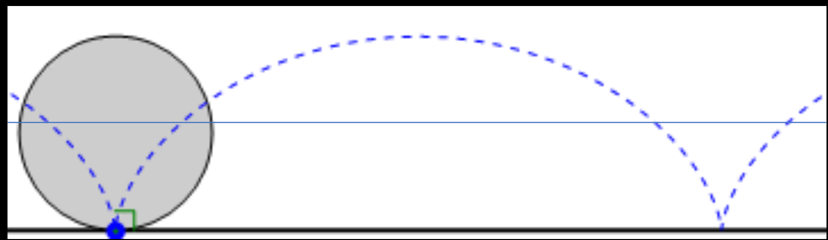
Per questo motivo, durante il **rotolamento**, tale punto è istante per istante fermo.

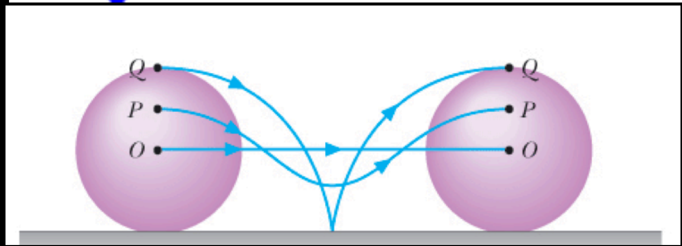






Durante il rotolamento a velocità costante, il CM trasla di moto rettilineo uniforme. Gli altri punti, che ruotano intorno al CM, descrivono una cicloide

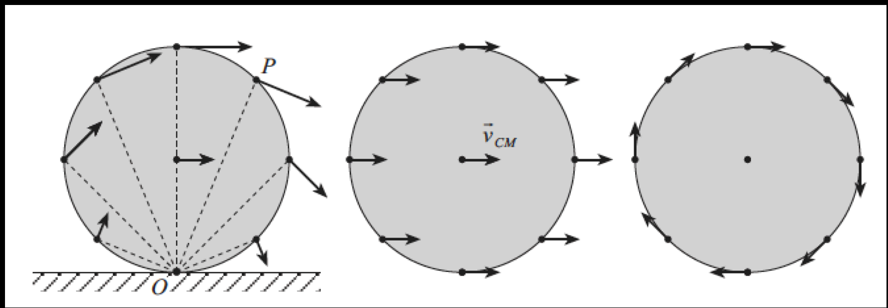


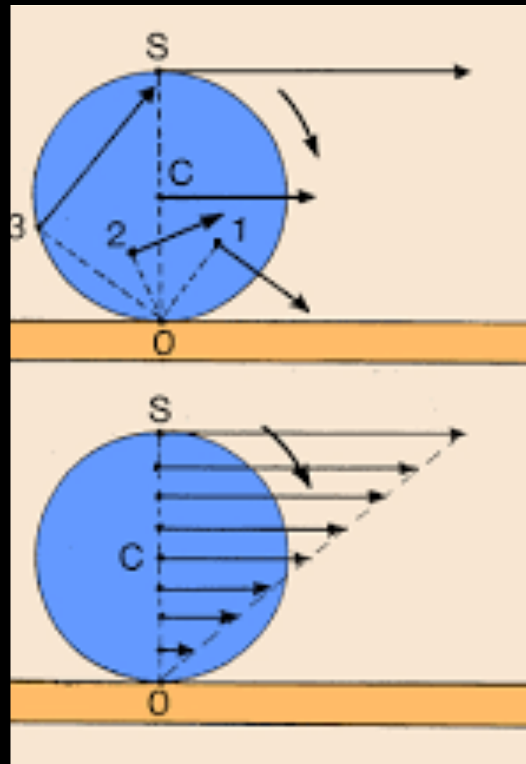


DINAMICA DEL CORPO RIGIDO – ROTOLAMENTO

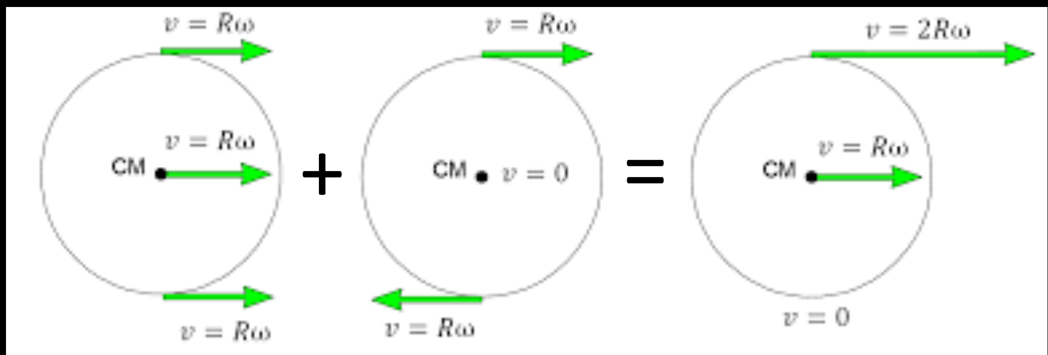
CINEMATICA

Il moto (rototraslatorio) può essere scomposto in una traslazione del CM (con velocità v) e in una rotazione del corpo intorno al CM (con velocità angolare ω).





In una ruota di raggio R, pertanto, la velocità v e la velocità angolare ω sono correlate: $v = \omega R$



TRASLAZIONE ROTAZIONE ROTOTRASLAZIONE

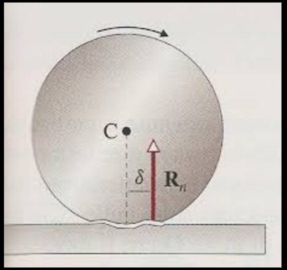
DINAMICA DEL CORPO RIGIDO – ROTOLAMENTO

Nel punto di contatto non si ha spostamento relativo tra corpo e superficie di appoggio.

Nel rotolamento puro la velocità relativa corpo-superficie è nulla,
non c'è spostamento,
l'attrito nel punto di contatto è di tipo statico,
la forza non compie lavoro,
non c'è dissipazione di energia!!!

In un moto traslatorio puro l'attrito è dinamico, si dissipa energia e il corpo si ferma.
Nel rotolamento puro non c'è strisciamento, l'attrito statico non dissipa energia

Nella realtà la piccola deformazione del corpo e della superficie non perfettamente rigidi producono una piccola dissipazione (attrito volvente di un corpo che rotola)



DINAMICA DEL CORPO RIGIDO – ROTOLAMENTO

ENERGIA CINETICA

ROTOLAMENTO PURO: $v_{CM} = \omega R \rightarrow a_{CM} = \alpha R$

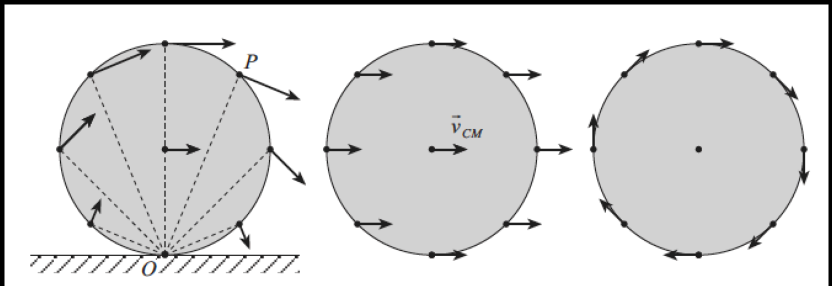
KONIG: $E_c = ½\, m\, v_{CM}^2 + ½\, I_{CM}\, \omega^2$

HUYGENS-STEINER: $I = I_{CM} + m\, d^2$

Consideriamo un corpo di massa m con simmetria circolare (anello, disco, cilindro pieno o cavo, sfera piena o cava) con momento d'inerzia I_{CM} per una rotazione intorno all'asse passante per il CM

Considerando il moto rototraslatorio si ha $E_c = ½\, m\, v_{CM}^2 + ½\, I_{CM}\, \omega^2 = ½\, m\, (\omega R)^2 + ½\, I_{CM}\, \omega^2 = ½\, (m\, R^2 + I_{CM})\, \omega^2$

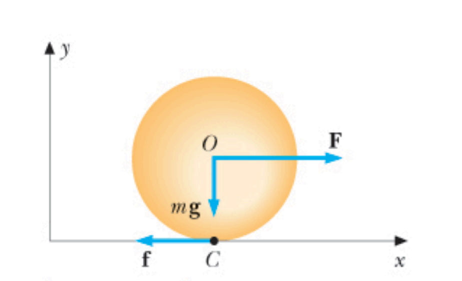
Considerando il moto rotatorio intorno all'asse istantaneo di rotazione si ha $E_c = ½\, I\, \omega^2 = ½\, (m\, R^2 + I_{CM})\, \omega^2$



Un disco pieno di massa m rotola senza strisciare con $v_{CM} = v_0$. Esprimere Ec in termini di v_0

$Ec = ½\, m\, v_0^2 + ½\, (½\, m\, r^2)\, \omega^2 = ½\, m\, v_0^2\, (1+ ½) = 3/2\, ½\, m\, v_0^2$

DINAMICA DEL CORPO RIGIDO – ROTOLAMENTO PURO & SLITTAMENTO



La forza di attrito rallenta la ruota (la risultante delle forze...)

Se il corpo viene tirato per il CM si ha ancora rotolamento puro finché l'attrito resta statico.

Se la forza è eccessiva si ha slittamento e quindi dissipazione di energia.

Affinché non ci sia slittamento la forza di attrito statico deve essere: $F_{As} \leq F_{AsMAX} = \mu_s$ mg.

Senza slittamento si ha:

risultante delle forze: $F - F_{As} = m\,a$

momento rispetto al CM: $r\,F_{As} = I_{CM}\,\alpha = I_{CM}\,a/r \rightarrow F_{As} = I_{CM}\,a/r^2$

$F - F_{As} = m\,a \rightarrow F - I_{CM}\,a/r^2 = ma \rightarrow a = F/(m + I_{CM}/r^2)$

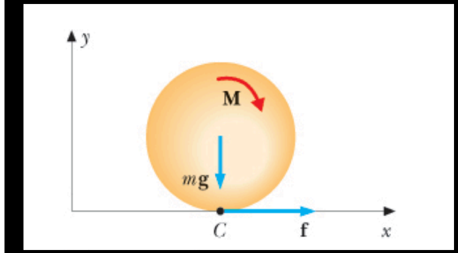
se disco o cilindro pieno $I_{CM} = \frac{1}{2} mr^2 \rightarrow a = F/(m + \frac{1}{2} m\,r^2/r^2) = F/(3/2\,m) = 2/3\,F/m$

$F_{As} = I_{CM}\,a/r^2 = \frac{1}{2} mr^2\,2/3\,F/mr^2 = 1/3\,F \rightarrow F = 3\,F_{As}$

slittamento se $F \geq F_{MAX} = 3\,\mu_s\,mg$

se anello o cilindro vuoto $I_{CM} = mr^2 \rightarrow a = \frac{1}{2}\,F/m$ $\qquad F_{MAX} = 2\,\mu_s\,mg$

DINAMICA DEL CORPO RIGIDO – ROTOLAMENTO PURO & SLITTAMENTO



Se un momento meccanico (coppia motrice) viene applicato all'asse del corpo si ha ancora rotolamento puro finché l'attrito resta statico.

Per una coppia eccessiva si ha slittamento.

E' la forza di attrito che fa avanzare la ruota...

Senza slittamento si ha:

risultante delle forze: $F_{As} = m\, a$
momenti rispetto all'asse di rotazione: $M = I\, \alpha = I\, a/r \rightarrow a = Mr/I$

$F_{As} = m\, a = m\, Mr/I \rightarrow M = I/mr\, F_{As}$
slittamento se $M \geq M_{MAX} = I/mr\, \mu_s\, mg = \mu_s\, g\, I/r$

se disco o cilindro pieno $I_{CM} = ½\, mr^2 \rightarrow M_{MAX} = \mu_s\, g\, (½\, m\, r^2 + m\, r^2)/r = 3/2\, \mu_s\, mgr$

DINAMICA DEL CORPO RIGIDO - ROTOLAMENTO

Un cilindro omogeneo di raggio R = 1 cm e altezza h = 10 cm rotola senza strisciare su un piano scabro. Il cilindro è costituito da un materiale omogeneo di densità $\rho = 4x10^3 kg/m^3$. Determinare il momento d'inerzia del cilindro calcolato rispetto all'asse istantaneo di rotazione. $[I = 6 \pi 10^{-6} kg\ m^2]$

$I = I_{CM} + m R^2 = ½ m R^2 + m R^2 = 3/2 m R^2$.

$m = \rho\ \pi R^2 h = 4x10^3 kg/m^3\ \pi\ 10^{-4} m^2\ 0,1\ m = 4\pi x10^{-2}\ kg$

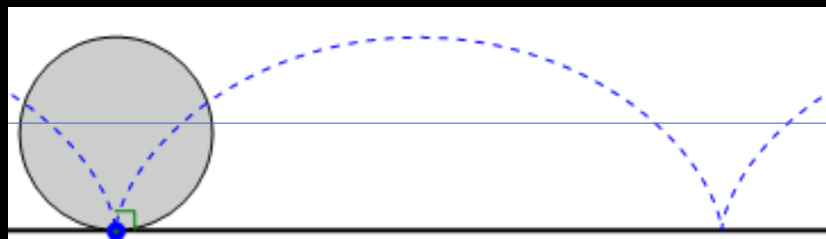
$I = 3/2\ 4\pi x10^{-2}\ kg\ \ 10^{-4} m^2 = 6\ \pi\ 10^{-6}\ kg\ m^2$

Un disco omogeneo di massa M = 1 kg ruota senza strisciare lungo un piano orizzontale scabro. Sapendo che in un tempo Δt = 2 s il disco compie n = 10 giri e percorre una distanza d = 20 m determinarne il raggio e l'energia cinetica. $[1/\pi$ m; 75 J]

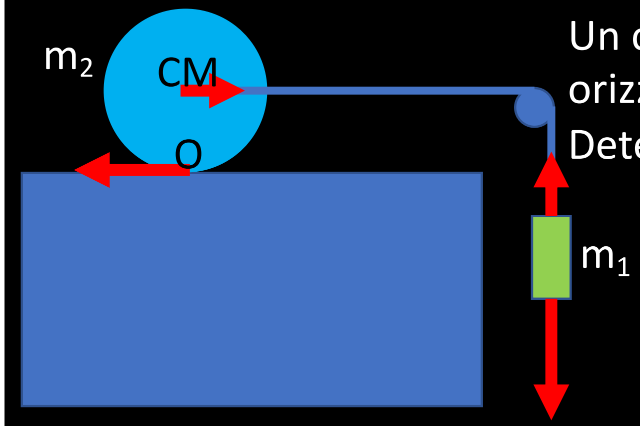
$d = n\ c \rightarrow 20\ m = 10\ x\ (2\ \pi\ R) \rightarrow R = 1/\pi$

$v_{CM} = d/t = 20\ m/2\ s = 10\ m/s$

$Ec = ½\ m\ v_{CM}^2 + ½\ I_{CM}\ \omega^2 = ½\ m\ v_{CM}^2 + ½\ ½\ mR^2\omega^2 = ¾\ m\ v_{CM}^2$



DINAMICA DEL CORPO RIGIDO - ROTOLAMENTO



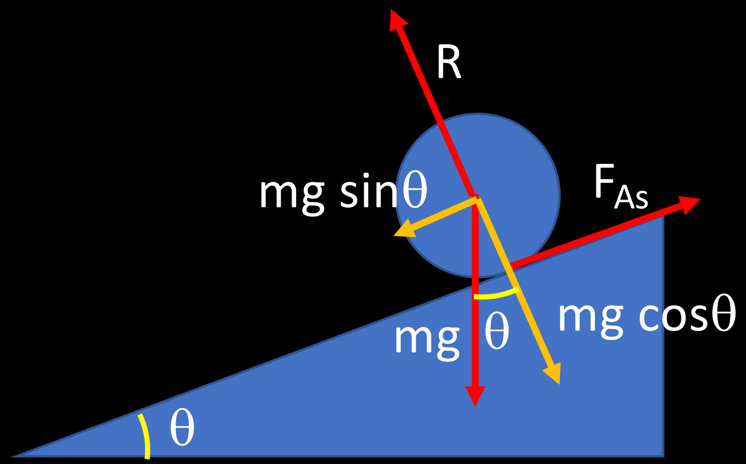
Un cilindro omogeneo di massa m_2 e raggio r rotola senza strisciare lungo un piano orizzontale tirato, tramite una fune ideale, da una massa m_1 che scende verticalmente. Determinare l'accelerazione della massa m_1

$m_1 g - F = m_1 a \rightarrow F = m_1 g - m_1 a$

$r F = I \alpha = (½\, m_2 r^2 + m_2 r^2)\, a/r \rightarrow F = I\, a/r^2 = (3/2\, m_2 r^2)\, a/r^2 = 3/2\, m_2 a$

$F = m_1 g - m_1 a = 3/2\, m_2 a \rightarrow a = m_1 g/(m_1 + 3/2\, m_2)$

Un cilindro omogeneo di massa m e raggio r rotola lungo un piano inclinato.
Qual è la massima inclinazione del piano oltre la quale il moto non è più di rotolamento puro? [$tg\theta < 3\,\mu_s$]



risultante delle forze: $mg\ \sin\theta - F_{As} = m\,a \rightarrow F_{As} = mg\ \sin\theta - m\,a$
momento rispetto al CM: $r\,F_{As} = I_{CM}\,\alpha = I_{CM}\,a/r$

$r\,(mg\ \sin\theta - m\,a) = I_{CM}\,a/r \rightarrow r\,mg\ \sin\theta - r\,m\,a = I_{CM}\,a/r$

$r\,mg\ \sin\theta = a\,(r\,m + I_{CM}/r) \rightarrow g\ \sin\theta = a\,(1 + I_{CM}/mr^2)$

$a = g\ \sin\theta/(1 + I_{CM}/mr^2)$

se disco o cilindro pieno $I_{CM} = ½\,mr^2 \rightarrow a = g\ \sin\theta/(1 + I_{CM}/mr^2) = g\ \sin\theta/(1 + 1/2) = 2/3\ g\sin\theta$

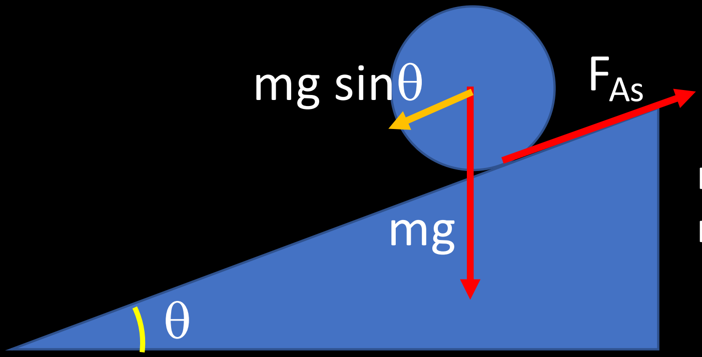
momento rispetto al CM: $r\,F_{As} = I_{CM}\,a/r = ½\,mr^2\,a/r$

$\rightarrow F_{As} = ½\,m\,a = ½\,m\,2/3\,g\sin\theta = 1/3\ mg\sin\theta \leq F_{AsMAX} = \mu_s\,mg\cos\theta$

$\rightarrow 1/3\ \sin\theta \leq \mu_s\cos\theta \rightarrow tg\theta \leq tg\theta_{MAX} = 3\,\mu_s$

PIANO INCLINATO

Un cilindro omogeneo di peso p = 60 N rotola senza strisciare lungo un piano inclinato di 30°.
Quanto vale la forza di attrito statico? [10 N]



$m\,g\,\sin\theta - F_{As} = m\,a \rightarrow F_{As} = m\,g\,\sin\theta - m\,a$

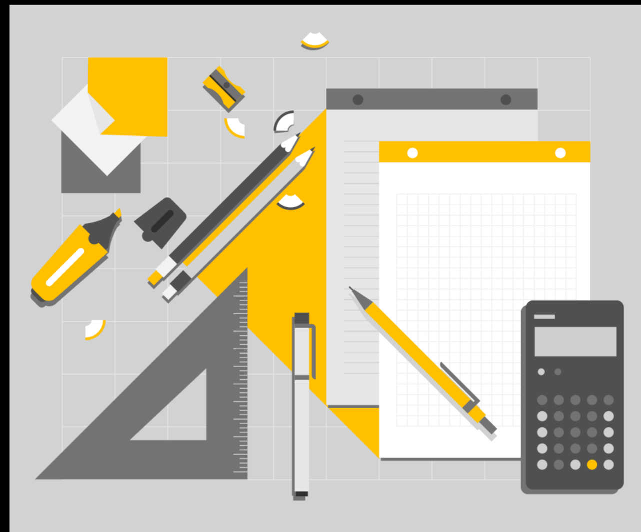
$r\,m\,g\,\sin\theta = I\,a/r \rightarrow a = mr^2\,g\,\sin\theta/I$

$$F_{As} = m\,g\,\sin\theta - m\,mr^2\,g\,\sin\theta/I = m\,g\,\sin\theta\,(1-mr^2/I)$$

$$= m\,g\,\sin\theta\,[1-mr^2/(3/2mr^2)] = 1/3\;m\,g\,\sin\theta$$

Fondamenti di fisica generale

IL CORSO E' TERMINATO,
ORA INIZIA LO STUDIO ...



RICEVIMENTO IN PRESENZA/ DISTANZA:
scrivere a **adalberto.sciubba@uniroma1.it**