Fondamenti di fisica generale

RICEVIMENTO presenza/distanza: scrivere a adalberto.sciubba@uniroma1.it

Mercoledì 19 gennaio 2022
ASINCRONA
14:00-15:00
meet.google.com/khp-neqs-kgd

la lezione di oggi:

MOTO DEL CORPO RIGIDO

MOMENTO D'INERZIA

20 GIOVEDI' 10-11 lezione FFG

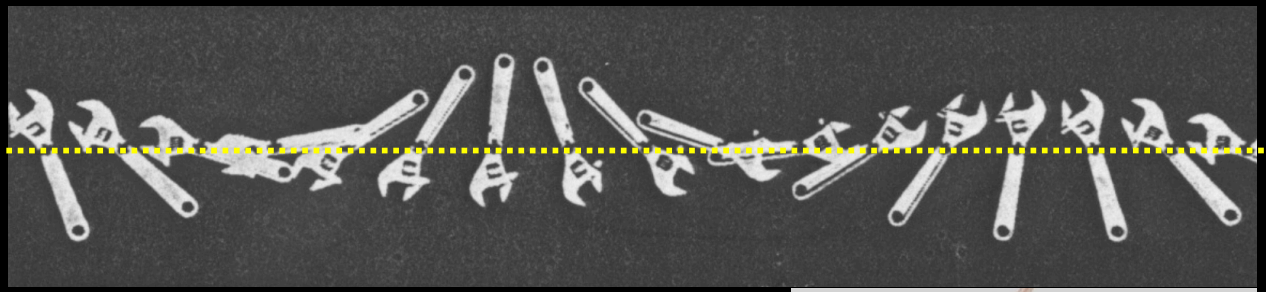
25 MARTEDI' 11-13 lezione FFG

meet.google.com/khp-neqs-kgd

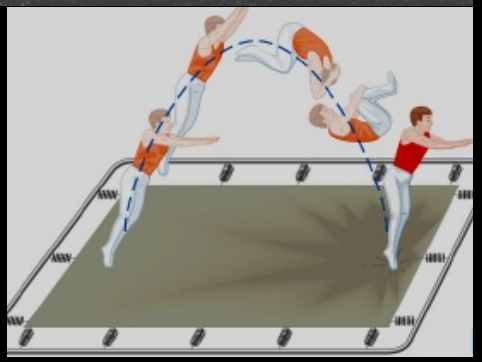
MOTO DEL CORPO RIGIDO

Il moto di un corpo rigido può essere scomposto in quello del centro di massa **(traslazione)** e in quello dei punti del corpo intorno a un asse passante per il centro di massa. Poiché in un corpo rigido la distanza dei punti dal centro di massa non cambia, il moto di questi punti è circolare **(rotazione)**.

Rototraslazione: ogni spostamento infinitesimo di un corpo rigido è la somma di una traslazione infinitesima con velocità $\vec{v}$ $(\overrightarrow{ds} = \vec{v}\,dt)$ e una rotazione infinitesima con velocità $\vec{\omega}$ $(\overrightarrow{d\vartheta} = \vec{\omega}\,dt)$



CM in moto rettilineo uniforme

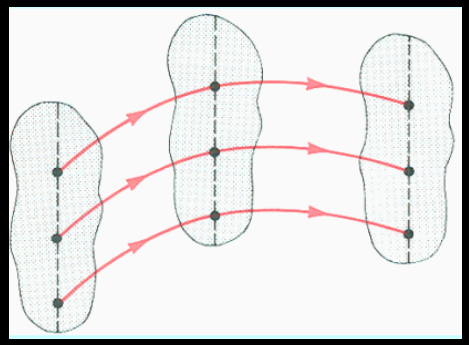


rotazione intorno al CM

CM in moto parabolico

MOTO DEL CORPO RIGIDO

TRASLAZIONE



tutti i punti (anche il CM) descrivono la stessa traiettoria con la stessa velocità

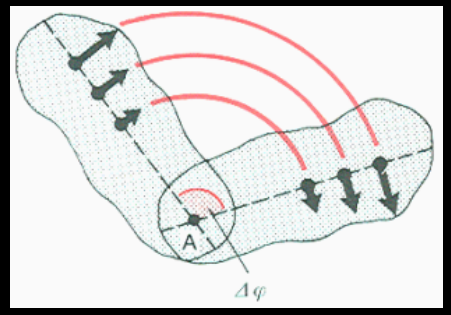
$$\vec{F} = \sum \vec{F_i} = m_{TOT}\ \overrightarrow{a_{CM}}$$

$$E_C = \sum E_{c_i} = \sum \frac{1}{2} m_i {v_{CM}}^2 = \frac{1}{2}\left[\sum m_i\right] {v_{CM}}^2 = \frac{1}{2} m_{TOT} {v_{CM}}^2$$

quanto già visto per il punto materiale si applica ai corpi rigidi che traslano ponendo $m_{TOT} = m$ e $\overrightarrow{a_{CM}} = \vec{a}$

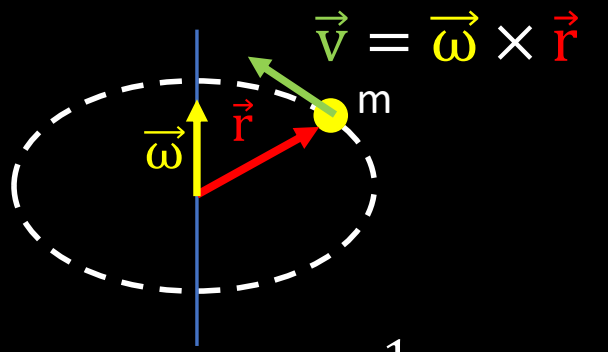
$$\vec{F} = m\ \vec{a} \qquad E_C = \frac{1}{2} m\, v^2$$

ROTAZIONE



tutti i punti seguono una traiettoria circolare con la stessa velocità angolare $\vec{\omega}$ ma con velocità $\overrightarrow{v(\vec{r})} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ diverse

ROTAZIONE: Il MOMENTO D'INERZIA



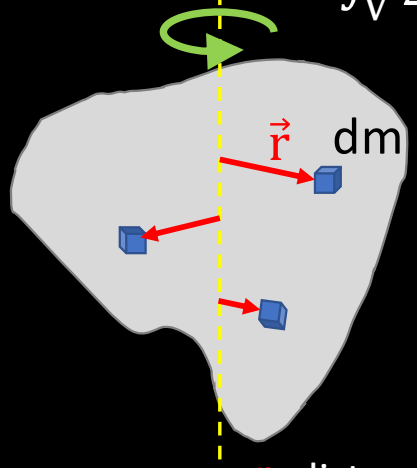
rotazione di un punto materiale intorno a un asse

$$I = m\,r^2 \quad \text{momento d'inerzia} \quad kg\,m^2$$

$$E_C = \frac{1}{2} m\,v^2 = \frac{1}{2} m\,(\omega\,r)^2 = \frac{1}{2} (m\,r^2)\,\omega^2 = \frac{1}{2} I\,\omega^2$$

$$E_C = \int_V \frac{1}{2} dm\,v^2 = \frac{1}{2}\int_V dm(\omega r)^2 = \frac{1}{2}\left[\int_V r^2 dm\right]\omega^2 = \frac{1}{2} I\,\omega^2$$

$$I = \int_V r^2 dm = \int_V r^2 \rho dV$$



rotazione di un corpo rigido intorno a un asse

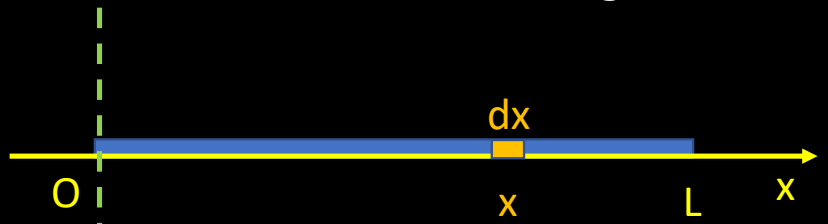
r: distanza dall'asse di rotazione

ESEMPIO DI CALCOLO DEL MOMENTO D'INERZIA

$$I = \int_V r^2 dm = \int_V r^2 \rho dV$$

$\lambda = dm/dL$

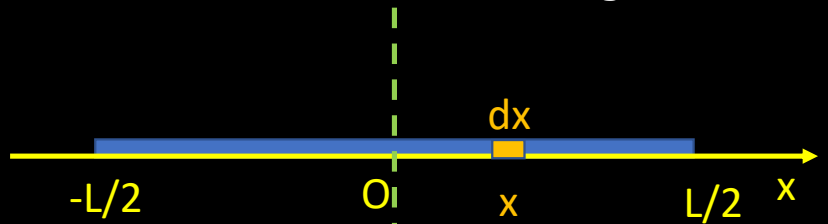
rotazione di una sbarra omogenea intorno a un asse per una estremità



$dm = \lambda\, dx$

$$I = \int_V r^2 dm = \int_0^L x^2\, \lambda dx = \lambda \int_0^L x^2\, dx = \frac{m}{L}\int_0^L x^2\, dx = \frac{m}{L}\left[\frac{L^3}{3} - \frac{0}{3}\right] = m\frac{L^2}{3}$$

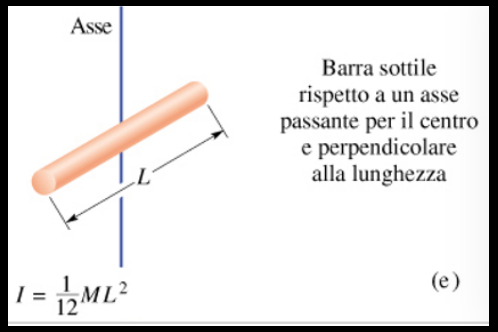
rotazione di una sbarra omogenea intorno a un asse per il centro di massa

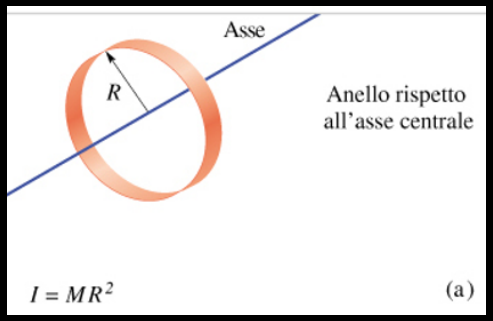


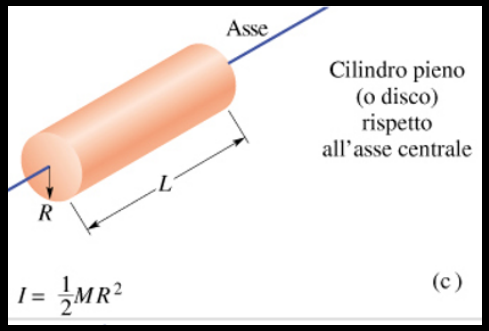
$$I = \int_V r^2 dm = \int_{-L/2}^{+L/2} x^2\, \lambda dx = \frac{m}{L}\int_{-L/2}^{+L/2} x^2\, dx = \frac{m}{L}\left[\frac{(L/2)^3}{3} - \frac{(-L/2)^3}{3}\right] = m\frac{L^2}{12}$$

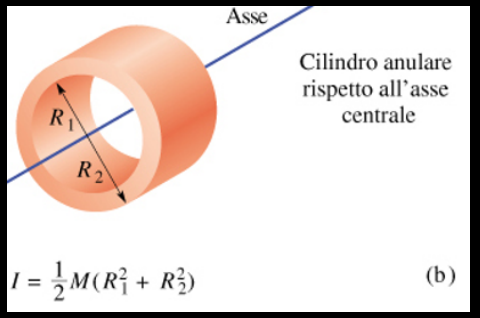
ROTAZIONE DEL CORPO RIGIDO

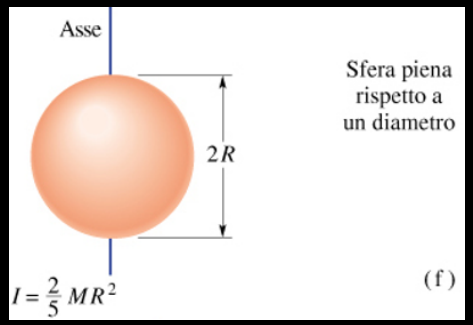
MOMENTO D'INERZIA

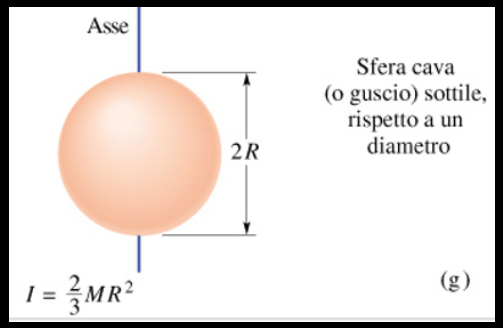


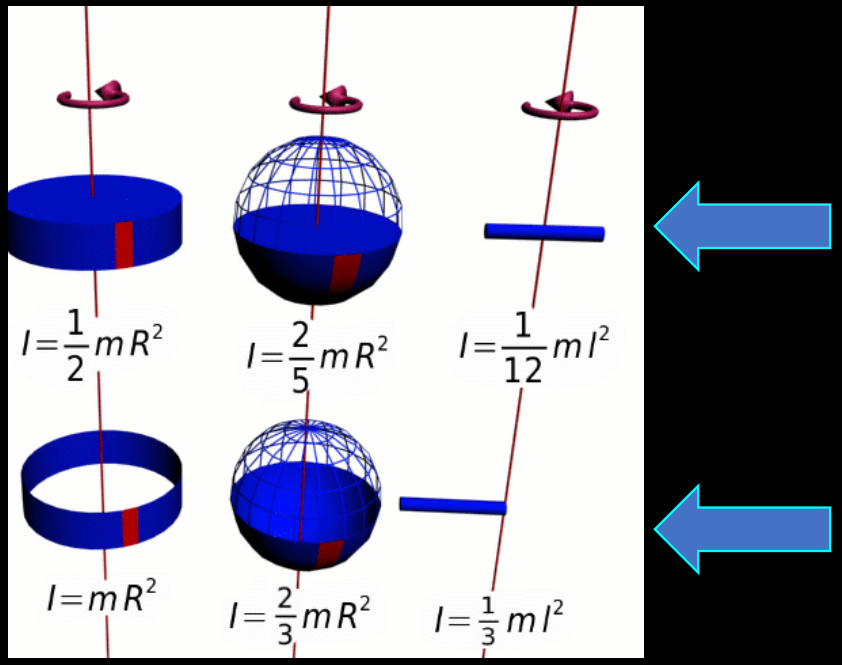






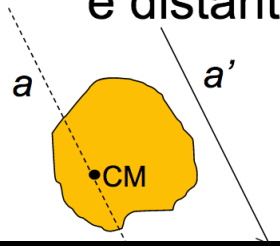






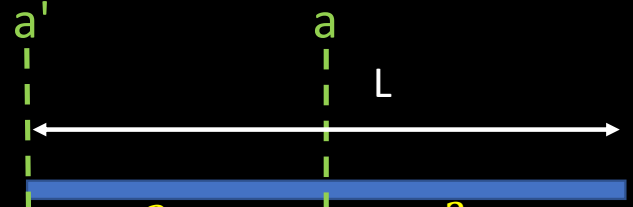
ROTAZIONE DEL CORPO RIGIDO

- Detto *I* il momento d'inerzia di un corpo di massa *m*, rispetto ad un asse *a* passante per il CM, il momento d'inerzia rispetto ad un asse *a'* parallelo al primo e distante *d* da questo e`



$$I' = I + md^2$$

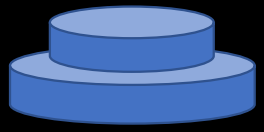
TEOREMA DI HUYGENS-STEINER



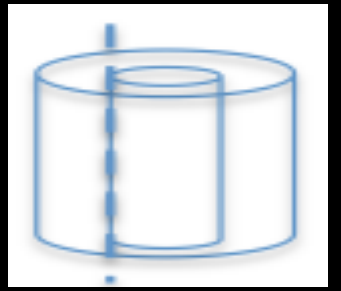
$$I' = m\frac{L^2}{3} \qquad I = m\frac{L^2}{12}$$

$$I' = m\frac{L^2}{12} + m\left[\frac{L}{2}\right]^2 = mL^2\frac{1+3}{12} = m\frac{L^2}{3}$$

1) Una puleggia è costituita da due dischi omogenei coassiali solidamente uniti fra loro. Il disco maggiore ha raggio R = 4 cm; il minore ha raggio r = 3 cm; entrambi i dischi hanno massa 40 g. Determinare il momento d'inerzia della puleggia calcolato rispetto all'asse baricentrale e rispetto ad un asse passante a 3 cm dal centro. [I_{CM} = 500 gcm^2; I_a = 1220 gcm^2]



2) Determinare il momento d'inerzia di un cilindro cavo (raggio interno R_1; raggio esterno R_2, massa M) rispetto a un asse parallelo a quello baricentrale distante R_1 da esso
[$I = \frac{1}{2} M(3R_1^2 + R_2^2)$]



MECCANICA DEL CORPO RIGIDO

Il moto complessivo del corpo è determinato dall'azione delle forze esterne, caratterizzate da:
una risultante $\vec{F}$ e da un momento risultante $\vec{M}$.

La risultante delle forze $\vec{F}$ accelera il centro di massa $\vec{F} = m_{TOT}\ \vec{a_{CM}}$ mTOT <-> inerzia alla traslazione

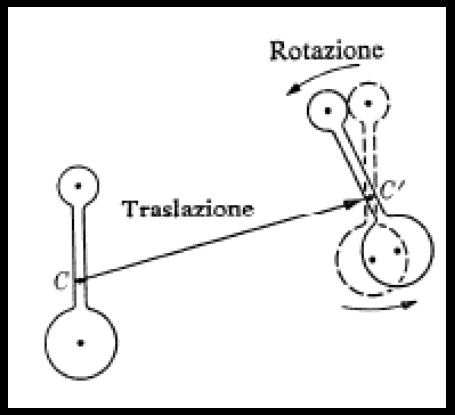
Si potrebbe dimostrare che la risultante dei momenti $\vec{M}$ (prendendo come polo un punto fisso o il CM) produce, intorno a tale punto, una rotazione con accelerazione angolare $\vec{\alpha}$

$$\vec{M} = I\,\vec{\alpha}$$ I <-> inerzia alla rotazione

L'equilibrio statico richiede che non ci siano né traslazioni, né rotazioni.
Pertanto, come già noto, devono risultare contemporaneamente $\vec{F} = 0$ e $\vec{M} = 0$

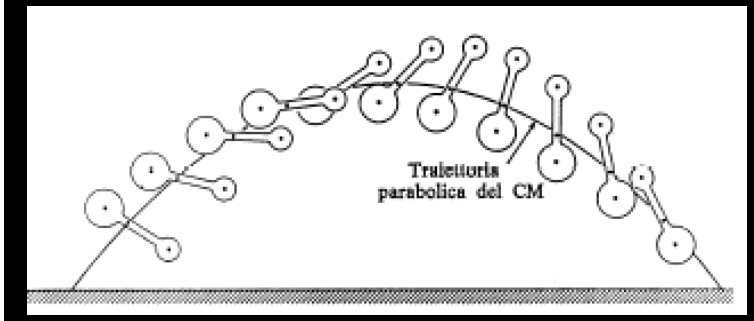
STATICA

ENERGIA CINETICA NELLA ROTOTRASLAZIONE



Teorema di König: l'energia cinetica di un corpo rigido è dato dalla somma dell'energia cinetica che il corpo avrebbe se tutta la massa fosse concentrate nel CM più l'energia cinetica che il corpo avrebbe se ruotasse intorno al CM

$$E_c = \frac{1}{2} m_{TOT} v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$$



MOTO DEL CORPO RIGIDO

CASI DI STUDIO

- TRASLAZIONE: vedi moto del punto materiale

- **ROTAZIONE**: ASSE FISSO (PULEGGIA; PENDOLO FISICO)

- **ROTOTRASLAZIONE:** ROTOLAMENTO SU PIANO (ORIZZONTALE, INCLINATO)

RICEVIMENTO presenza/distanza: scrivere a adalberto.sciubba@uniroma1.it

Giovedì 20 gennaio 2022
Aula Valdoni?
meet.google.com/khp-neqs-kgd ?
10:00-11:00