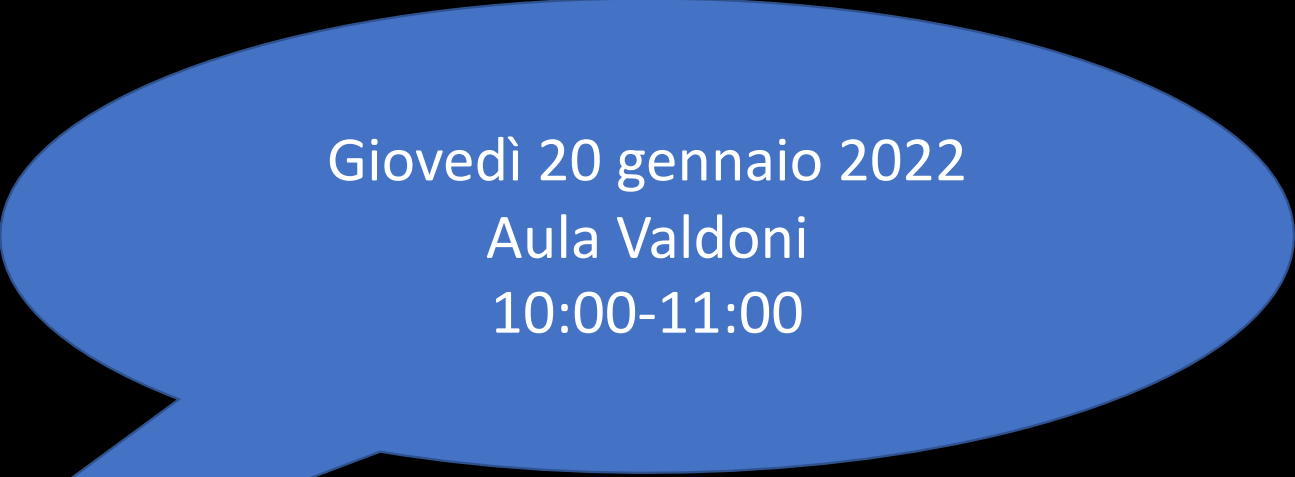


RICEVIMENTO presenza/distanza: scrivere a adalberto.sciubba@uniroma1.it

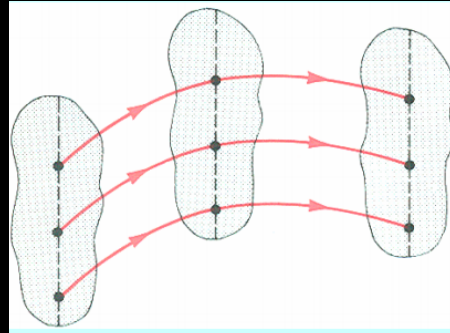


Giovedì 20 gennaio 2022
Aula Valdoni
10:00-11:00

MECCANICA DEL CORPO RIGIDO

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\int_V \vec{r} dm}{m}$$

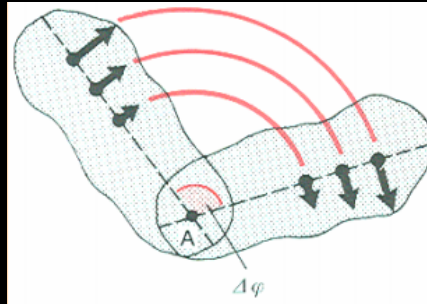
$$\vec{F} = m_{TOT} \vec{a}_{CM}$$



$$E_c = \frac{1}{2} m_{TOT} v_{CM}^2$$

$$I = \int_V r^2 dm$$

$$\vec{M} = I \vec{\alpha}$$



$$E_c = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Teorema di König: l'energia cinetica di un corpo rigido è dato dalla somma dell'energia cinetica che il corpo avrebbe se tutta la massa fosse concentrata nel CM più l'energia cinetica che il corpo avrebbe se ruotasse intorno al CM

$$E_c = \frac{1}{2} m_{TOT} v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$$

MOTO DEL CORPO RIGIDO

CASI DI STUDIO



- **TRASLAZIONE:** vedi moto del punto materiale

- **ROTAZIONE:** ASSE FISSO (PULEGGIA; PENDOLO FISICO)

- **ROTOTRASLAZIONE:** ROTOLAMENTO SU PIANO (ORIZZONTALE, INCLINATO)

MECCANICA DEI SISTEMI

la lezione di oggi:

MOTO DI ROTAZIONE DEL CORPO RIGIDO

MECCANICA DEL CORPO RIGIDO

ROTAZIONE: LAVORO E POTENZA

L'azione di un momento meccanico $\vec{M} = I \vec{\alpha}$ fa variare la velocità angolare $\vec{\omega}$ di un corpo dal valore iniziale $\vec{\omega}_{IN}$ a quello finale

$$\vec{\omega}_{FIN} = \vec{\omega}_{IN} + \int_0^t \vec{\alpha} dt = \vec{\omega}_{IN} + \int_0^t \vec{M}/I dt$$

Per il **teorema dell'energia cinetica** il lavoro compiuto L è pari alla variazione dell'energia cinetica E_c

$$L = E_{c\ FIN} - E_{c\ IN} = \frac{1}{2} I \omega_{FIN}^2 - \frac{1}{2} I \omega_{IN}^2 = \frac{1}{2} I [\omega_{FIN}^2 - \omega_{IN}^2]$$

e la **potenza P** è pari alla sua derivata temporale:

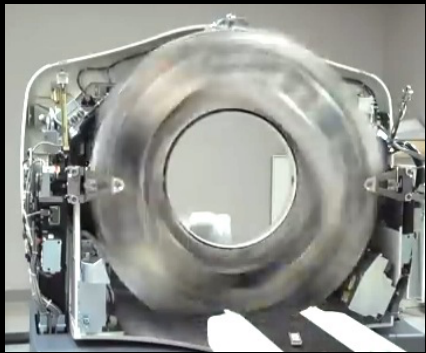
$$P = \frac{dE_c}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2} I \omega^2\right)}{dt} = \frac{1}{2} I \frac{d\omega^2}{dt} = \frac{1}{2} I \frac{d\omega^2}{d\omega} \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2} I 2\omega \alpha = I \alpha \omega = \mathbf{M \omega}$$

$$L = \int_0^t P dt = \int_0^t M \omega dt = \int_0^t M \frac{d\vartheta}{dt} dt = \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} M d\vartheta \quad \text{se } M \text{ costante} = \mathbf{M(\vartheta - \vartheta_0)}$$



L'apparato rotante di un tomografo a raggi X può essere schematizzato come un anello omogeneo di diametro interno 80 cm, diametro esterno 1,4 m e massa 800 kg.

Quanto lavoro deve compiere il motore per portarlo da fermo alla massima velocità di rotazione che è 3 giri/s?



$$I = \frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2) = \frac{1}{2} 800 (0,4^2 + 0,7^2) = 260 \text{ kg m}^2$$

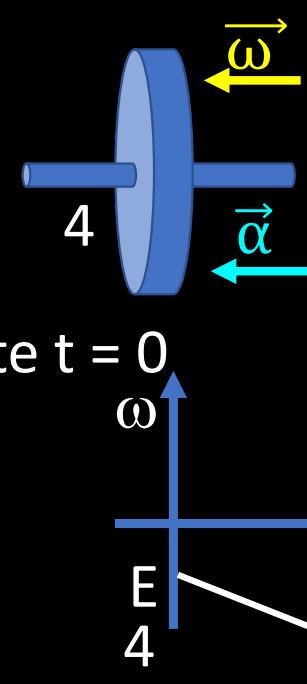
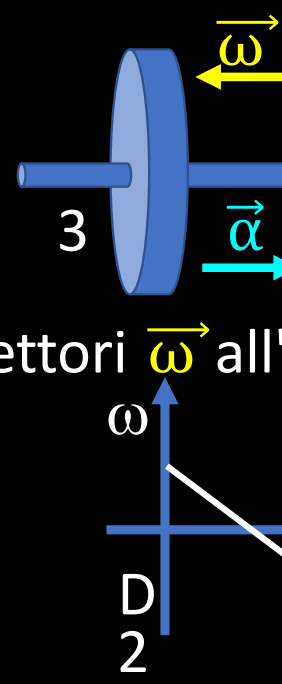
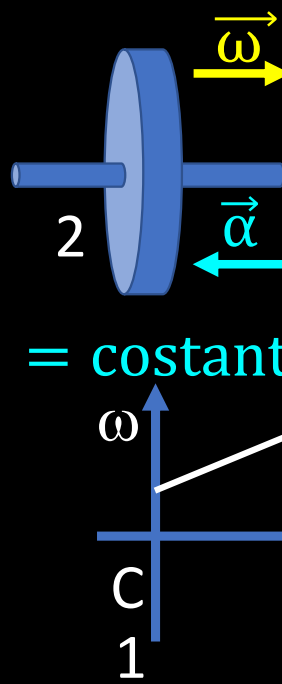
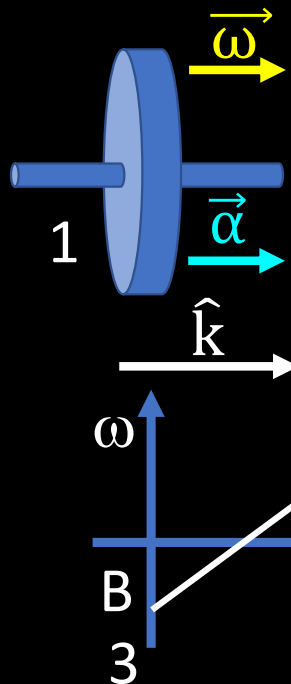
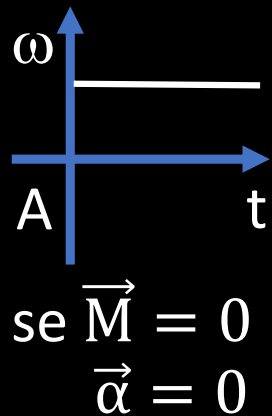
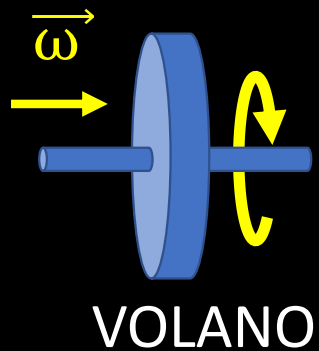
$$L = \Delta E_c = \frac{1}{2} I [\omega_{\text{FIN}}^2 - \omega_{\text{IN}}^2] = \frac{1}{2} I [(3 \cdot 2\pi)^2 - 0] = 46,2 \text{ kJ}$$

ROTAZIONE DEL CORPO RIGIDO INTORNO A UN ASSE FISSO

(caso importante nello studio di macchine e motori)

il **vettore** velocità angolare $\vec{\omega}$ ha la stessa **direzione** dell'asse mentre **modulo** e **verso** possono variare

l'eventuale accelerazione angolare $\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ ha la stessa direzione dell'asse mentre modulo e verso possono variare

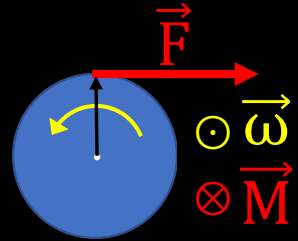


$|\vec{\alpha}| = \text{costante}$

vettori $\vec{\omega}$ all'istante $t = 0$

ROTAZIONE DEL CORPO RIGIDO INTORNO A UN ASSE FISSO

Un disco omogeneo di raggio $r = 0,5 \text{ m}$ e massa $m = 10 \text{ kg}$ ruota con velocità iniziale $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$ attorno a un asse perpendicolare passante per il suo centro ($I = \frac{1}{2} MR^2$).



All'istante $t = 0$ una **forza costante** F agente tangenzialmente sul bordo del disco realizza un'azione frenante e la velocità del disco si annulla dopo 20 s.

Calcolare il **modulo dell'accelerazione angolare**, il **modulo di F** ,
l'energia E_d dissipata durante l'intera azione frenante

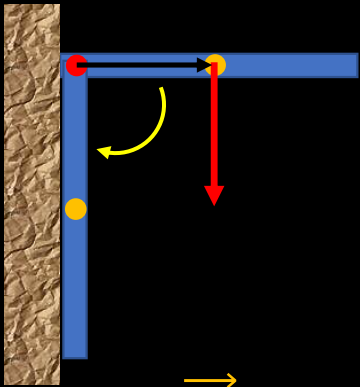
$$\omega(t) = \omega_0 - \alpha t \rightarrow 0 = \omega_0 - \alpha t^* \rightarrow \alpha = \omega_0 / t^* = 5 \text{ rad/s}^2$$

$$\vec{M} = I \vec{\alpha} \quad M = r F = I \alpha \rightarrow F = I \alpha / r = (\frac{1}{2} m r^2) \alpha / r = \frac{1}{2} m r \alpha = 12,5 \text{ N}$$

$$E_d = \frac{1}{2} I \omega_0^2 = \frac{1}{2} (\frac{1}{2} m r^2) \omega_0^2 = 625 \text{ J}$$

ROTAZIONE DEL CORPO RIGIDO INTORNO A UN ASSE FISSO

Una sottile asta omogenea di massa $m = 2 \text{ kg}$ e lunga $L = 50 \text{ cm}$ ha un'estremità fissata a una parete tramite una cerniera (l'attrito sviluppa un momento costante $M_{\text{Att}} = 2 \text{ Nm}$).



L'asta, inizialmente ferma in posizione orizzontale, viene lasciata libera di ruotare verso la parete.

Determinare l'accelerazione angolare nell'istante in cui l'asta inizia a ruotare e l'energia cinetica al momento dell'urto.

$$\vec{M} = I \vec{\alpha}$$

$$M = mg L/2 - M_{\text{Att}} = I \alpha(0) \rightarrow \alpha(0) = (mg L/2 - M_{\text{Att}})/(mL^2/3) = 17,4 \text{ rad/s}^2$$

$$E_c = mg h(0) - M_{\text{Att}} \theta = mgL/2 - M_{\text{Att}} \pi/2 = 1,77 \text{ J}$$

ROTAZIONE DEL CORPO RIGIDO INTORNO A UN ASSE FISSO

Una puleggia di raggio $R = 40 \text{ cm}$ e massa $M = 70 \text{ kg}$ ruota, partendo da ferma, sotto l'azione di una massa $m = 7 \text{ kg}$ sostenuta da una fune avvolta sulla puleggia. Calcolare la velocità angolare della puleggia 2 s dopo la partenza.

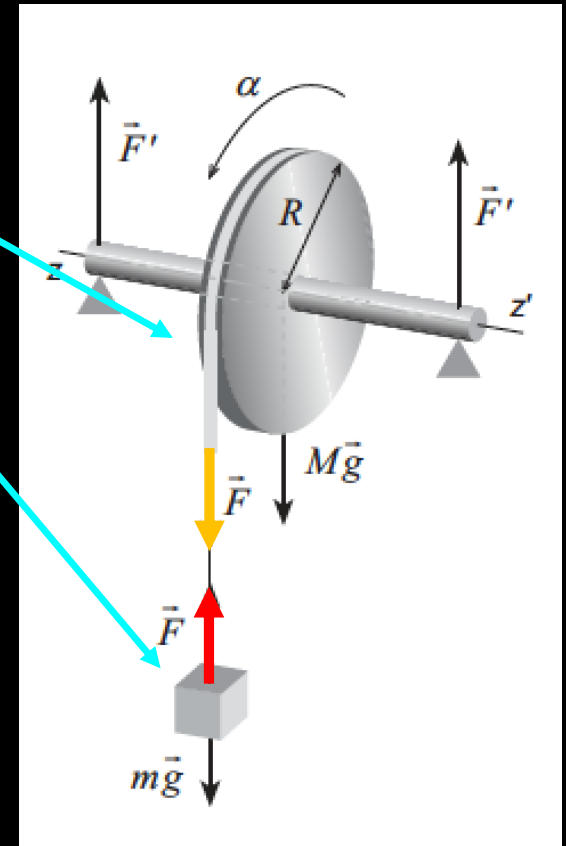
$$mg - F = ma = m \alpha R \rightarrow F = mg - m \alpha R$$

$$\vec{M} = I \vec{\alpha}$$

$$R F = I \alpha \rightarrow Rmg - m \alpha R^2 = I \alpha$$

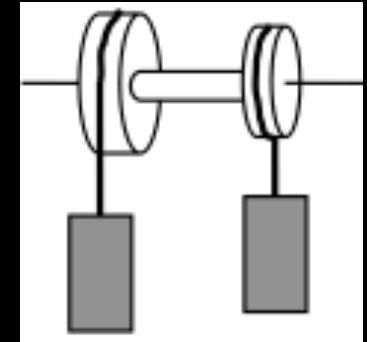
$$\rightarrow \alpha = Rmg / (I + mR^2) = Rmg / (\frac{1}{2} MR^2 + mR^2) = mg / [R(\frac{1}{2}M + m)]$$

$$\omega = \alpha t = 8,2 \text{ rad/s}$$



DINAMICA DEL CORPO RIGIDO – ROTAZIONE

Un sistema rigido di momento d'inerzia I è costituito da due pulegge di raggi R_1 e R_2 e da una sbarra di collegamento. Sulle due pulegge sono arrotolate in versi opposti due funi ideali alle cui estremità sono appese due masse m uguali. Determinare l'accelerazione angolare delle pulegge.



sistema legato

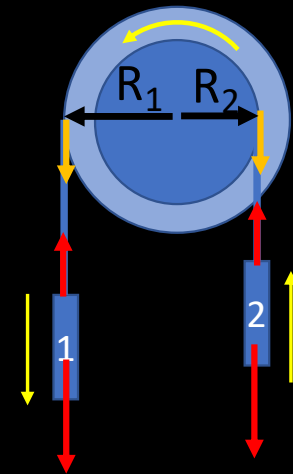
$$mg - F_1 = ma_1 = m \alpha R_1 \rightarrow F_1 = mg - m \alpha R_1$$

$$-mg + F_2 = ma_2 = m \alpha R_2 \rightarrow F_2 = mg + m \alpha R_2$$

$$R_1 F_1 - R_2 F_2 = I \alpha \rightarrow (R_1 mg - m \alpha R_1^2) - (R_2 mg + m \alpha R_2^2) = I \alpha$$

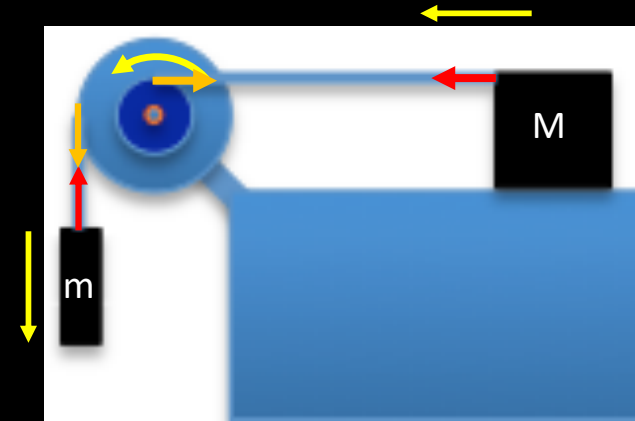
$$R_1 mg - R_2 mg = m \alpha R_1^2 + m \alpha R_2^2 + I \alpha = [m (R_1^2 + R_2^2) + I] \alpha$$

$$\rightarrow \alpha = mg(R_1 - R_2) / [m (R_1^2 + R_2^2) + I]$$



DINAMICA DEL CORPO RIGIDO – ROTAZIONE

Su un piano orizzontale liscio è appoggiato un blocco di massa M collegato tramite un filo ideale a una puleggia di raggio R . La puleggia è costituita da due dischi concentrici. Intorno a quello di raggio $2R$ è avvolto un altro filo ideale alla cui estremità è appesa una massa m . Determinare l'accelerazione angolare della puleggia sapendo che ha un momento d'inerzia I rispetto all'asse di rotazione.



$$mg - F_1 = ma = m\alpha 2R \rightarrow F_1 = mg - 2 m\alpha R$$

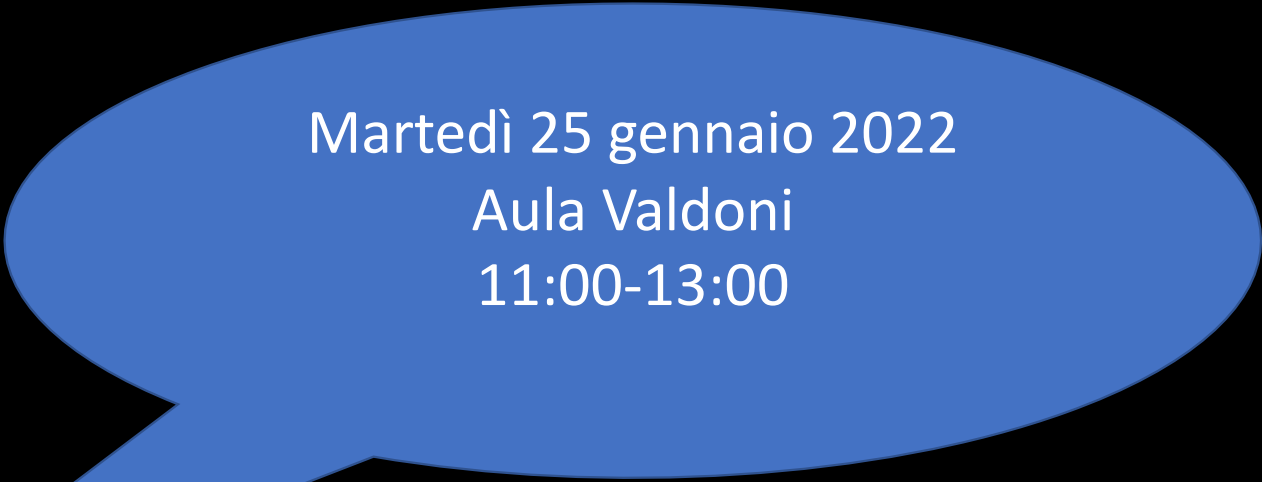
$$F_2 = M a = M \alpha R$$

$$2R F_1 - R F_2 = I \alpha$$

$$2R mg - 4 m\alpha R^2 - M\alpha R^2 = I \alpha \rightarrow 2R mg = [4 m R^2 + MR^2 + I] \alpha$$
$$\rightarrow \alpha = 2mgR / (I + 4mR^2 + MR^2)$$

Fondamenti di fisica generale

RICEVIMENTO presenza/distanza: scrivere a adalberto.sciubba@uniroma1.it



Martedì 25 gennaio 2022
Aula Valdoni
11:00-13:00