Fondamenti di fisica generale

Lunedì 5 dicembre 2022
meet/**ett-wttu-agt**
SINCRONA 15:00-16:30

la lezione di oggi:

DAL PUNTO MATERIALE AL SISTEMA DI PUNTI

RIASSUNTO: MECCANICA DEL PUNTO MATERIALE

lavoro di una forza $dL = \vec{F} \cdot \overrightarrow{ds}$

$$L = \int_{\gamma A}^{B} \vec{F} \cdot \overrightarrow{ds}$$

$\vec{F} = m\vec{a} = m(\vec{a_t} + \vec{a_n})$

energia cinetica $E_{CIN} = \frac{1}{2} mv^2$

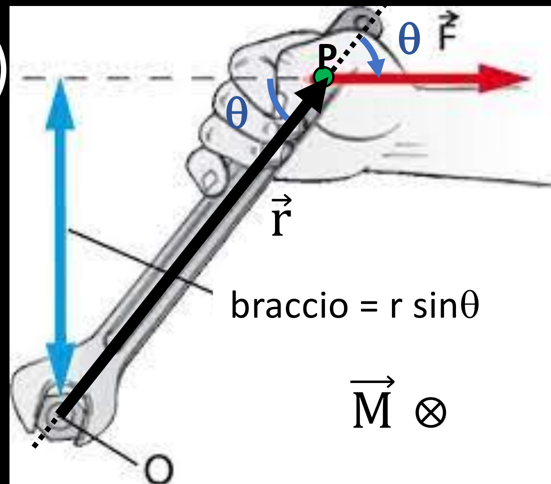
energia potenziale
- gravitazionale $U_g = mgh$
- elastica $U_m = \frac{1}{2} k\, x^2$

$E = E_{CIN} + U$ si conserva (se forze conservative: no attrito)

potenza $P = dL/dt = \vec{F} \cdot \overrightarrow{ds}/dt = \vec{F} \cdot \vec{v}$

momento meccanico (torcente) $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

$$M = r\, F \sin\theta = b\, F$$



O: polo

LEZ 13

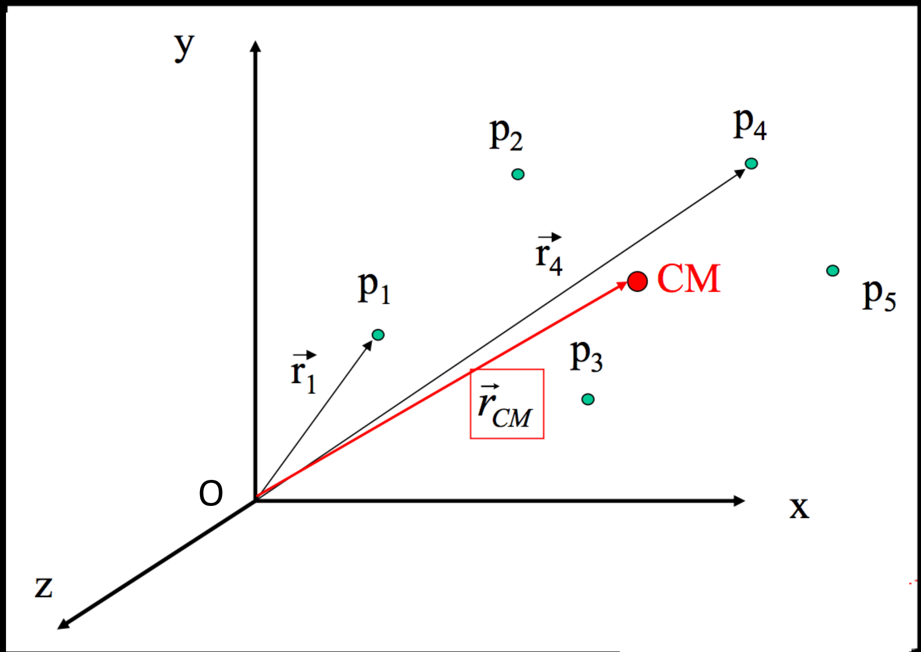
SISTEMA DI PUNTI MATERIALI

N punti p_i indipendenti di massa m_i nelle posizioni $\overrightarrow{r_i}$ (i = 1, N)
sottoposti all'azione delle forze $\overrightarrow{F_i}$ e dei momenti $\overrightarrow{M_i}$

$$\overrightarrow{F_i} = m_i \overrightarrow{a_i}$$

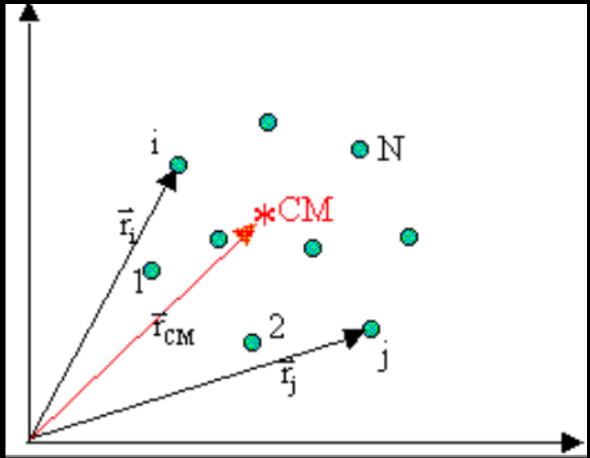
$$\overrightarrow{M_i} = \overrightarrow{r_i} \times \overrightarrow{F_i}$$

$$E_{C_i} = \frac{1}{2} m_i {v_i}^2$$



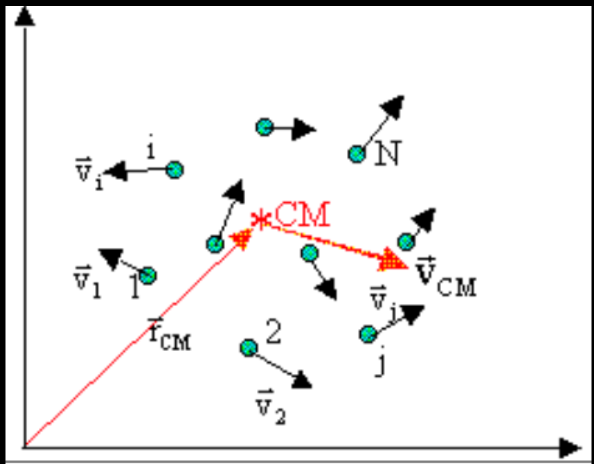
esiste un punto "rappresentativo":
IL CENTRO DI MASSA

definizione: $$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\sum m_i \overrightarrow{r_i}}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \overrightarrow{r_i}}{m_{TOT}}$$



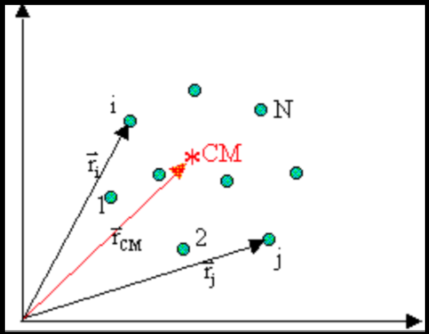
$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{m_{TOT}}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

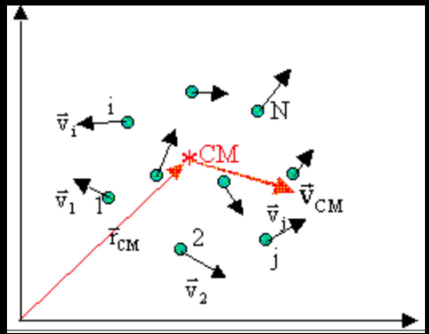


$$\overrightarrow{v_{CM}} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{d}{dt}\left[\frac{\sum(m_i\vec{r}_i)}{m_{TOT}}\right] = \frac{1}{m_{TOT}}\frac{d}{dt}\left[\sum(m_i\vec{r}_i)\right]$$

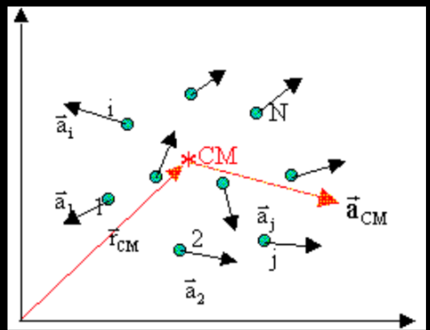
$$= \frac{1}{m_{TOT}}\sum\left[\frac{d}{dt}(m_i\vec{r}_i)\right] = \frac{1}{m_{TOT}}\sum\left[m_i\frac{d\vec{r}_i}{dt}\right] = \frac{1}{m_{TOT}}\sum[m_i\vec{v}_i] = \frac{\sum m_i\vec{v}_i}{m_{TOT}}$$



$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\sum m_i \overrightarrow{r_i}}{m_{TOT}}$$



$$\overrightarrow{v_{CM}} = \frac{\sum m_i \overrightarrow{v_i}}{m_{TOT}}$$



$$\vec{F} = \sum \overrightarrow{F_i} = m_{TOT}\ \overrightarrow{a_{CM}}$$

il CM si muove come se fosse un punto di massa m_{TOT} sotto l'azione della risultante $\vec{F}$ di tutte le forze $\overrightarrow{F_i}$

$$\overrightarrow{a_{CM}} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{v_{CM}} = \frac{d}{dt}\left[\frac{\sum(m_i\overrightarrow{v_i})}{m_{TOT}}\right] = \frac{1}{m_{TOT}}\frac{d}{dt}\left[\sum(m_i\overrightarrow{v_i})\right] = \frac{1}{m_{TOT}}\Sigma\left[m_i\frac{d\overrightarrow{v_i}}{dt}\right]$$

$$= \frac{1}{m_{TOT}}\Sigma[m_i\overrightarrow{a_i}] = \frac{\sum\overrightarrow{F_i}}{m_{TOT}} = \frac{\vec{F}}{m_{TOT}}$$

$$\overrightarrow{a_i} = \frac{d\overrightarrow{v_i}}{dt}$$

$$\overrightarrow{F_i} = m_i\ \overrightarrow{a_i}$$

SISTEMA DI PUNTI MATERIALI

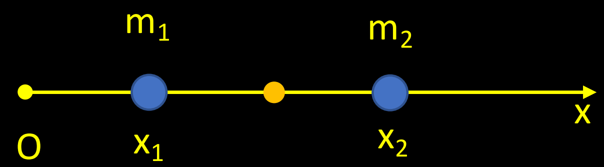
CENTRO DI MASSA

$$\vec{r_i} = \hat{\imath}\, x_i + \hat{\jmath}\, y_i + \hat{k}\, z_i$$

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\sum m_i \vec{r_i}}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \left[\hat{\imath}\, x_i + \hat{\jmath}\, y_i + \hat{k}\, z_i\right]}{\sum m_i}$$

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \hat{\imath}\, \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} + \hat{\jmath}\, \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} + \hat{k}\, \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

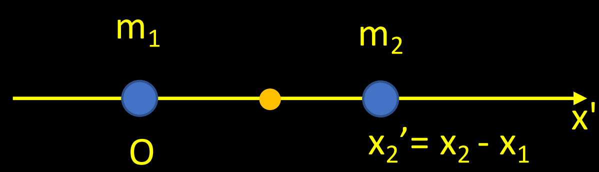
$$\overrightarrow{r_{CM}} = \hat{\imath}\, x_{CM} + \hat{\jmath}\, y_{CM} + \hat{k}\, z_{CM}$$



$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2\, x_2}{m_1 + m_2}$$

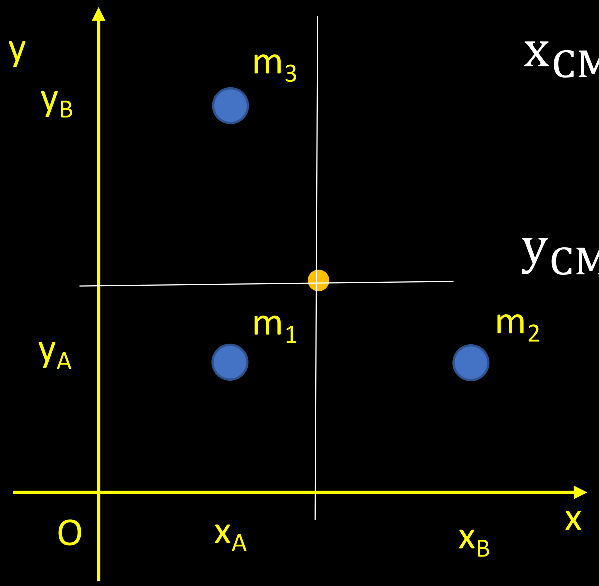
$\boxed{\text{se } m_1 >> m_2 \quad x_{CM} \approx (m_1 x_1 + 0)/(m_1 + 0) = x_1}$

se $m_1 = m_2 = m$ $\quad x_{CM} = (x_1+x_2)/2$



$$x'_{CM} = \frac{m_1 0 + m_2\, x_2'}{m_1 + m_2}$$

se $m_1 = m_2 = m$ $\quad x'_{CM} = x_2'/2$



$$x_{CM} = \frac{m_1 x_A + m_2\, x_B + m_3\, x_A}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{CM} = \frac{m_1 y_A + m_2\, y_A + m_3\, y_B}{m_1 + m_2 + m_3}$$

se $m_1 = m_2 = m_3 = m$

$x_{CM} = 2/3\; x_A + 1/3\; x_B$

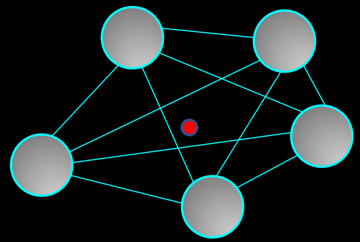
$y_{CM} = 2/3\; y_A + 1/3\; y_B$

IL CORPO RIGIDO

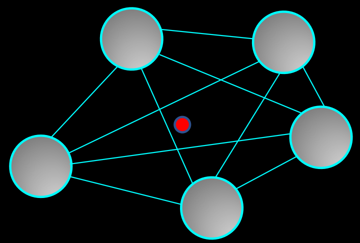
Un corpo rigido è un sistema di punti le cui distanze reciproche sono fisse

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\sum m_i \vec{r_i}}{\sum m_i}$$

$$\overrightarrow{v_{CM}} = \frac{\sum m_i \vec{v_i}}{m_{TOT}}$$



traslazione: i punti seguono traiettorie parallele.
Si può considerare un punto qualsiasi, p.es. il CM



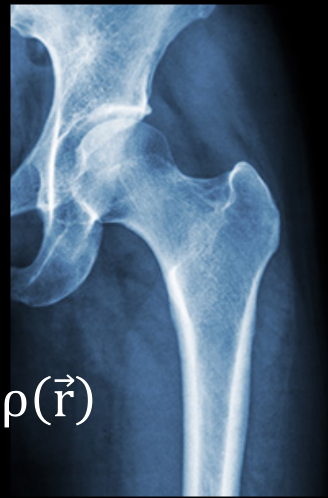
rotazione: i punti ruotano con la stessa velocità angolare intorno ad un punto fisso

IL CORPO RIGIDO

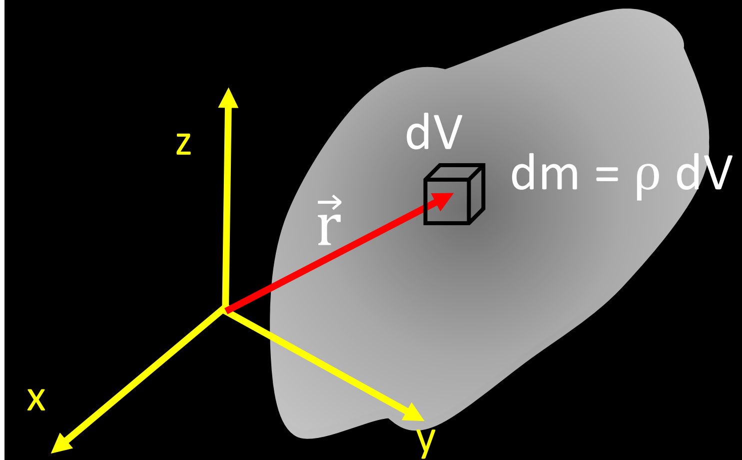
DEFINIZIONE

Se i punti dotati di massa costituiscono una distribuzione continua di massa si ha un **corpo**

Caratteristica di un corpo è di avere in ogni punto una densità di massa [densità = massa/volume]



$\rho = dm/dV \rightarrow dm = \rho\, dV$



se il corpo non è omogeneo $\rho = \rho(\vec{r})$

DISCRETO

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\sum m_i \overrightarrow{r_i}}{\sum m_i}$$

$$\sum \mathbf{m_i} \rightarrow \int \mathbf{dm} = \mathbf{m}$$

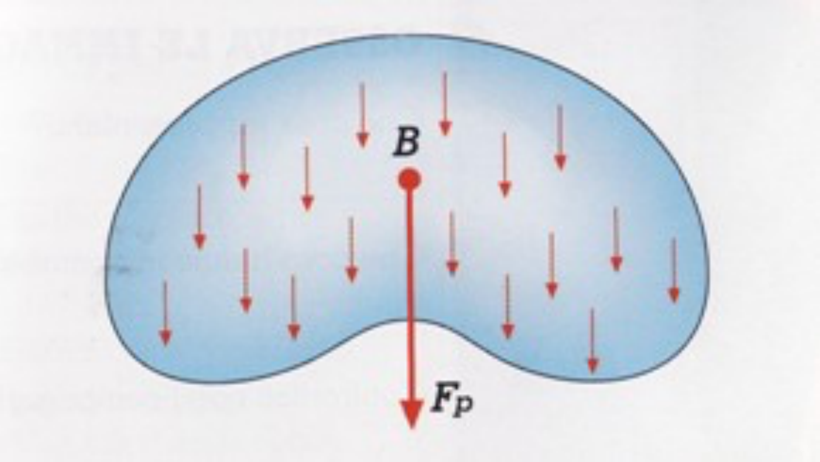
$$\sum \mathbf{m_i \vec{r}_i} \rightarrow \int \mathbf{\vec{r}\, dm}$$

CONTINUO

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\int_V \vec{r}\, dm}{m} = \frac{\int_V \vec{r}\ \rho\, dV}{m}$$

REGISTRARE LE PRESENZE

CENTRO DI MASSA E BARICENTRO



$$\vec{F} = \sum \overrightarrow{F_i} = m_{TOT}\ \overrightarrow{a_{CM}}$$

la risultante delle forze accelera il centro di massa

se la forza che agisce è la forza peso $\overrightarrow{F_{P_i}} = m_i\, \vec{g}$

$$\overrightarrow{F_P} = \sum \overrightarrow{F_{P_i}} = \sum [m_i\, \vec{g}\,] = \left[\sum m_i\right]\vec{g} = m_{TOT}\ \vec{g}$$

$$\overrightarrow{a_{CM}} = \vec{g}$$

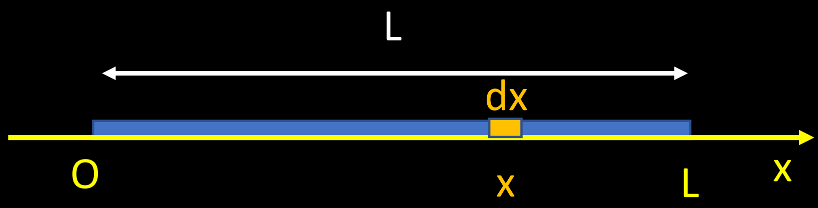
il centro di massa è il punto di applicazione della forza peso (baricentro)

ESEMPIO DI CALCOLO DEL CENTRO DI MASSA

se il corpo non ha un volume ma si estende solo lungo una linea di lunghezza L (p.es. spago) la densità di massa lineare [densità = massa/lunghezza] è

$\lambda = dm/dL \rightarrow dm = \lambda\, dL$ se la densità λ è uniforme $\lambda = m/L$

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\int_V \vec{r}\, dm}{m}$$



$dm = \lambda\, dx$

$$x_{CM} = \frac{\int_L x\, dm}{m} = \frac{\int_0^L x\, \lambda\, dx}{m} = \lambda \frac{\int_0^L x\, dx}{m} = \frac{m}{L}\frac{\frac{1}{2}L^2}{m} = \frac{L}{2}$$

Fondamenti di fisica generale

Lunedì 12 dicembre 2022

meet/**ett-wttu-agt**

SINCRONA 15:00-16:30