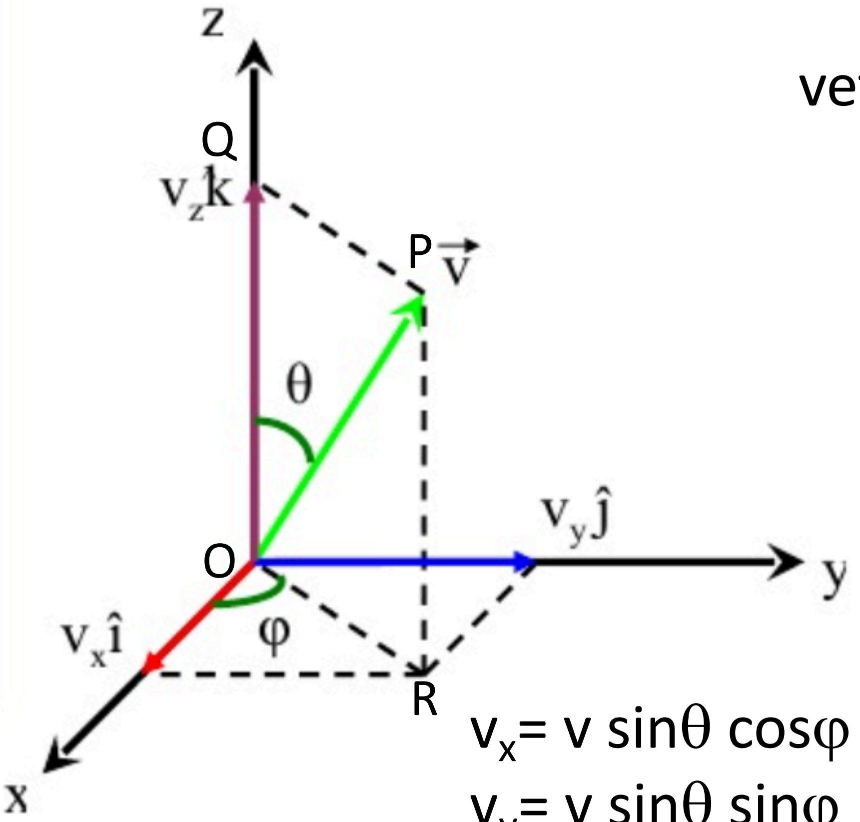
Fondamenti di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

Lunedì 26 ottobre 2020

15:00-17:00
(15:00-16:30)
meet.google.com/khp-neqs-kgd



vettore $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$

$v_x = v \sin\theta \cos\varphi$

$v_y = v \sin\theta \sin\varphi$

$v_z = v \cos\theta$

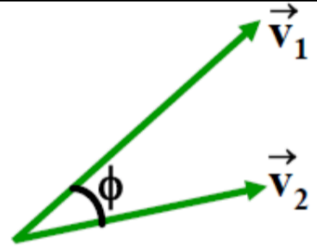
modulo $|\vec{v}| = v$

versore $\hat{v} = \frac{\vec{v}}{v}$

$\vec{v} = v\,\hat{v}$

$\vec{v}$ <-> $\mathbf{v}$	vettore $\mathbf{v}$
$\hat{i}$ <-> $\mathbf{u_x}$	modulo $|\mathbf{v}| = \mathrm{v}$
$\hat{j}$ <-> $\mathbf{u_y}$	versore $\mathbf{u_v}$
$\hat{k}$ <-> $\mathbf{u_z}$	$\mathbf{v} = \mathrm{v}\,\mathbf{u_v}$

PRODOTTO SCALARE



$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = v_1\, v_2 \cos\phi$$

$$\hat{\imath}\cdot\hat{\imath} = \hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} = \hat{k}\cdot\hat{k} = (1)(1)\cos 0° = 1$$

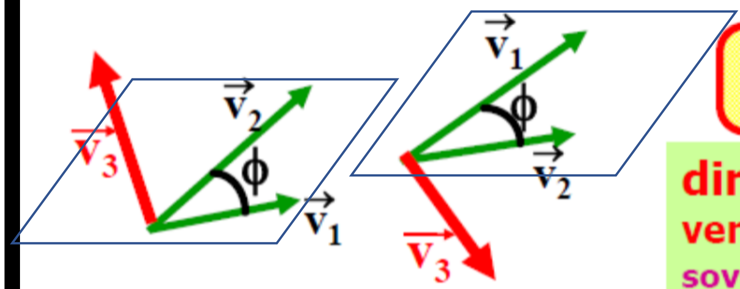
$$\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} = \hat{\imath}\cdot\hat{k} = \hat{\jmath}\cdot\hat{k} = (1)(1)\cos 90° = 0$$

$$\overrightarrow{v_1} = \hat{\imath}\ v_{1x} + \hat{\jmath}\ v_{1y} + \hat{k}\ v_{1z}$$

$$\overrightarrow{v_2} = \hat{\imath}\ v_{2x} + \hat{\jmath}\ v_{2y} + \hat{k}\ v_{2z}$$

$$\overrightarrow{v_1}\cdot\overrightarrow{v_2} = \left(\hat{\imath}\ v_{1x} + \hat{\jmath}\ v_{1y} + \hat{k}\ v_{1z}\right)\cdot\left(\hat{\imath}\ v_{2x} + \hat{\jmath}\ v_{2y} + \hat{k}\ v_{2z}\right) = v_{1x}\, v_{2x} + v_{1y}\, v_{2y} + v_{1z}\, v_{2z}$$

PRODOTTO VETTORIALE

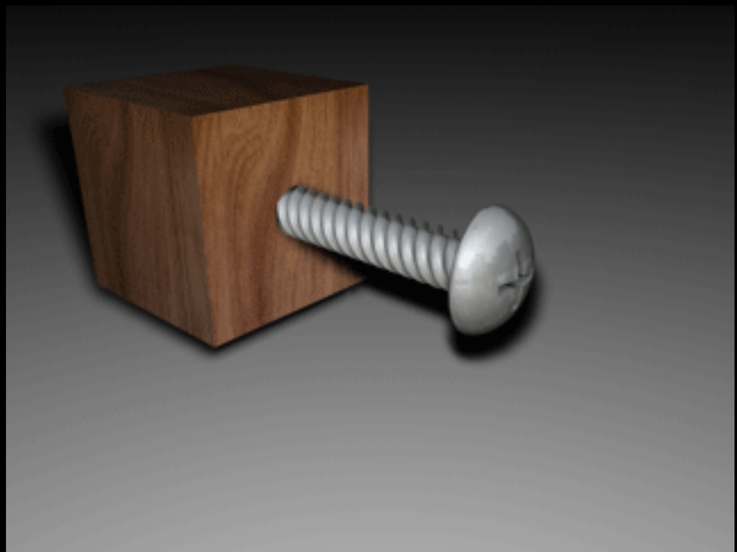


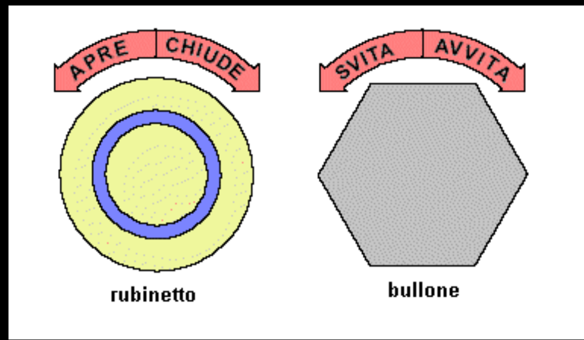
$$|\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2| = v_1 \, v_2 \, \text{sen}\, \phi$$

direzione ⊥ ai 2 vettori

verso di avanzamento di una vite

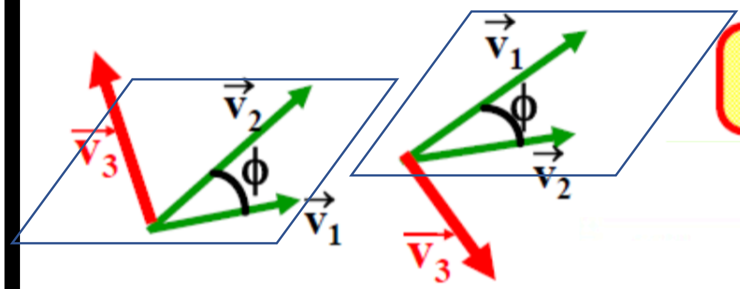
sovrapponendo v_1 a v_2 (e non viceversa!)





https://3.bp.blogspot.com/-exQfNqdTreQ/U4cogVA7IRI/AAAAAAAAAHQ/VWpskG_NBxA/s1600/Screw_animation_by_Tapolako.gif

PRODOTTO VETTORIALE

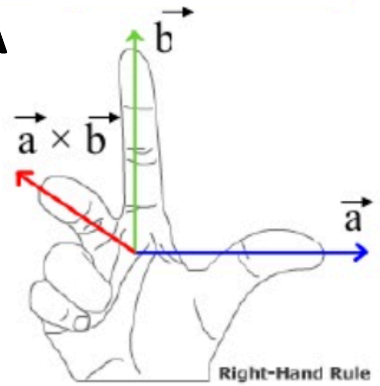


$$|\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2| = v_1\, v_2\ \text{sen}\ \phi$$

$$|\overrightarrow{v_1} \times \overrightarrow{v_2}| = v_1\, v_2\, \sin(\phi)$$

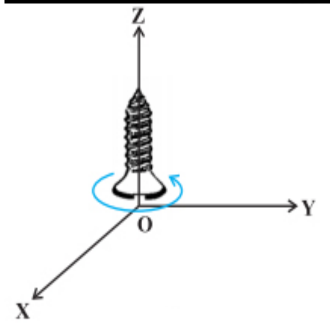
MANO DESTRA

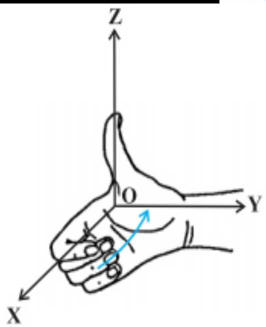
- *Si dispone il pollice lungo il primo vettore*
- *Si dispone l'indice lungo il secondo vettore*
- *Il verso del medio individua il verso del prodotto vettoriale*

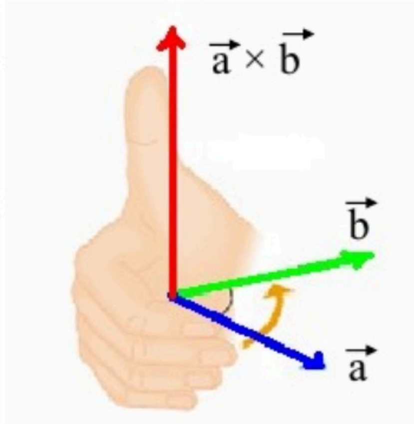


Seconda formulazione

- *Si chiude a pugno la mano destra mantenendo sollevato il pollice*
- *Le dita chiuse a pugno devono indicare il verso in cui il primo vettore deve ruotare per sovrapporsi al secondo in modo che l'angolo θ di rotazione sia minore di 180°*
- *Il verso del pollice individua il verso del prodotto vettoriale*

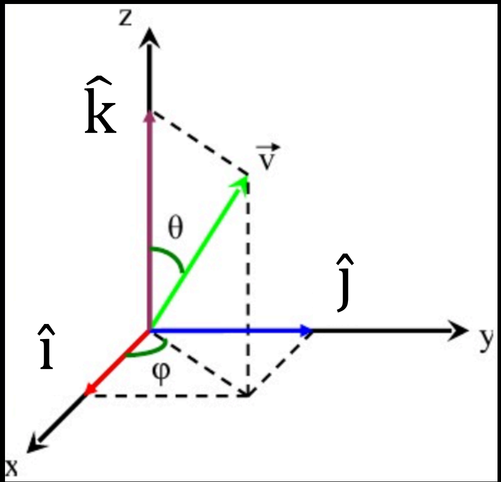






MANO DESTRA

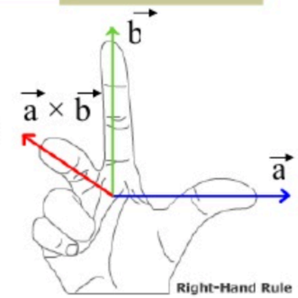
PRODOTTO VETTORIALE

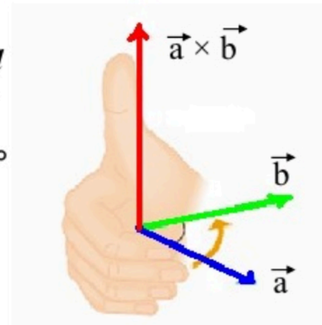


$$\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}$$
$$\hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath}$$
$$\hat{k} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath}$$

$$\vec{v_1} = \hat{\imath}\, v_{1x} + \hat{\jmath}\, v_{1y} + \hat{k}\, v_{1z}$$
$$\vec{v_2} = \hat{\imath}\, v_{2x} + \hat{\jmath}\, v_{2y} + \hat{k}\, v_{2z}$$

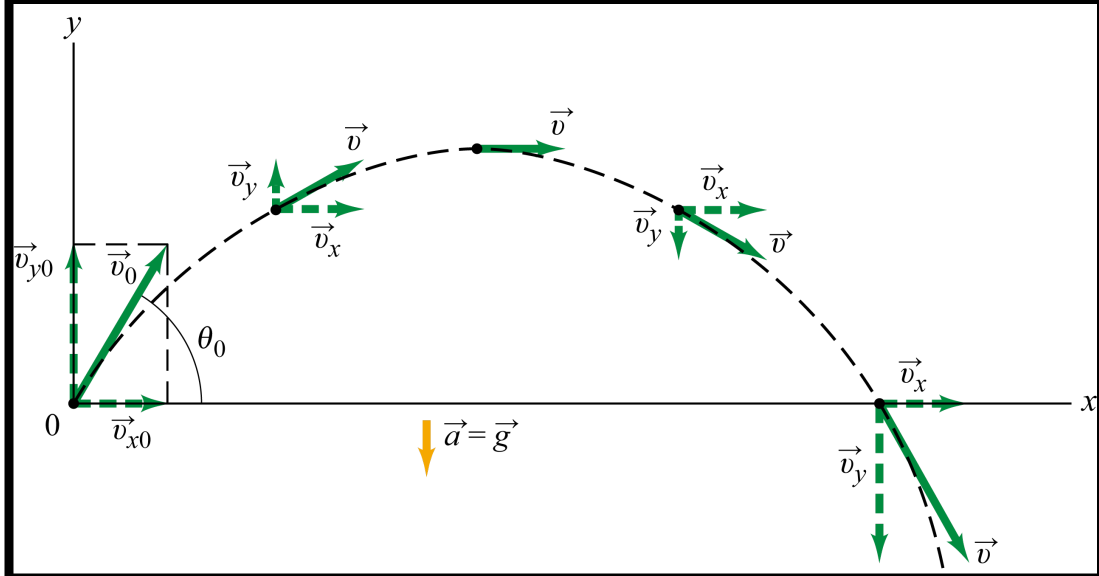
- *Prima formulazione*
  - *Si dispone il pollice lungo il primo vettore*
  - *Si dispone l'indice lungo il secondo vettore*
  - *Il verso del medio individua il verso del prodotto vettoriale*
- *Seconda formulazione*
  - *Si chiude a pugno la mano destra mantenendo sollevato il pollice*
  - *Le dita chiuse a pugno devono indicare il verso in cui il primo vettore deve ruotare per sovrapporsi al secondo in modo che l'angolo θ di rotazione sia minore di 180°*
  - *Il verso del pollice individua il verso del prodotto vettoriale*

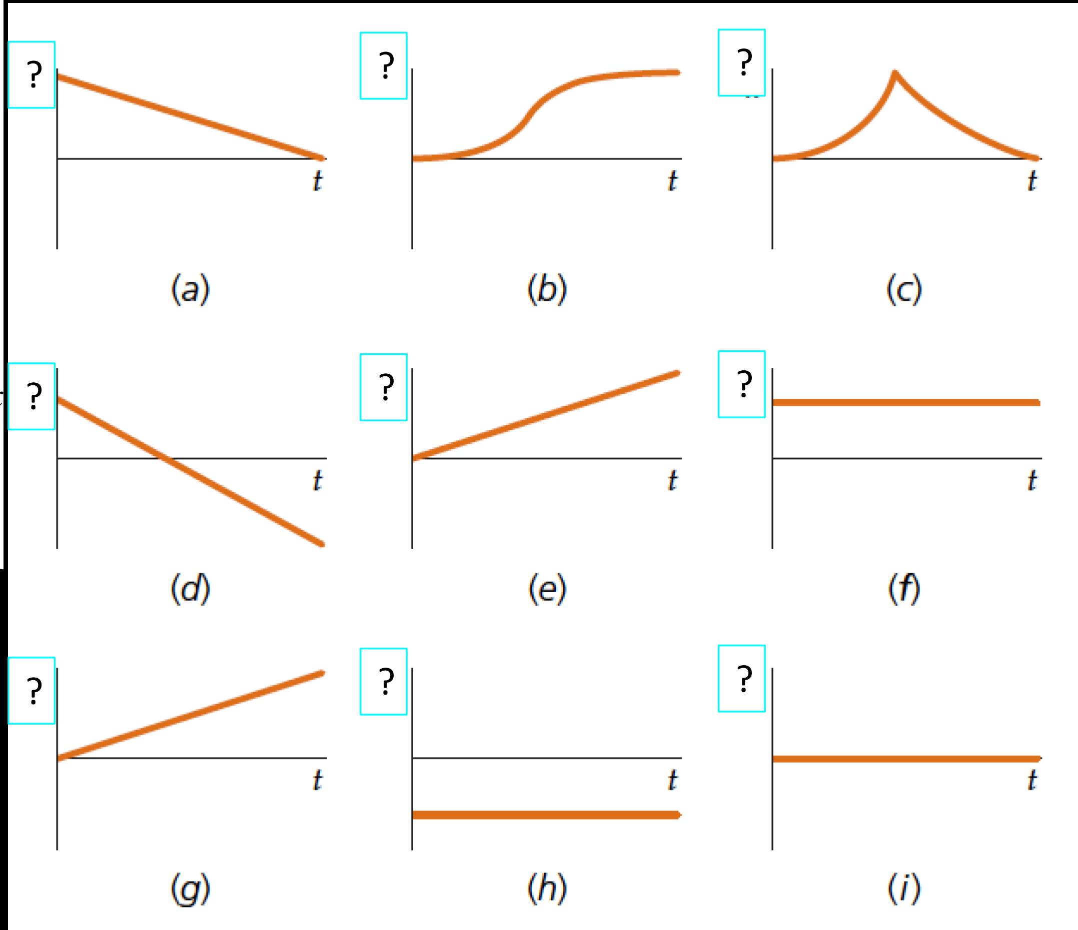




$$\vec{v_1} \times \vec{v_2} = (\hat{\imath}\, v_{1x} + \hat{\jmath}\, v_{1y} + \hat{k}\, v_{1z}) \times (\hat{\imath}\, v_{2x} + \hat{\jmath}\, v_{2y} + \hat{k}\, v_{2z})$$
$$= (\hat{\imath}\, v_{1x}) \times (\hat{\imath}\, v_{2x} + \hat{\jmath}\, v_{2y} + \hat{k}\, v_{2z})$$
$$+ (\hat{\jmath}\, v_{1y}) \times (\hat{\imath}\, v_{2x} + \hat{\jmath}\, v_{2y} + \hat{k}\, v_{2z})$$
$$+ (\hat{k}\, v_{1z}) \times (\hat{\imath}\, v_{2x} + \hat{\jmath}\, v_{2y} + \hat{k}\, v_{2z})$$
$$= \hat{\imath}(v_{1y}v_{2z} - v_{1z}v_{2y}) + \hat{\jmath}(v_{1z}v_{2x} - v_{1x}v_{2z}) + \hat{k}\,(v_{1x}v_{2y} - v_{1y}v_{2x}) = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} \\ v_{2x} & v_{2y} & v_{2z} \end{vmatrix}$$

MOTO PIANO





$x(t)$ → e, g
$y(t)$ → ?
$v_x(t)$ → f
$v_y(t)$ → d
$a_x(t)$ → i
$a_y(t)$ → h

MOTO CIRCOLARE

VELOCITA'

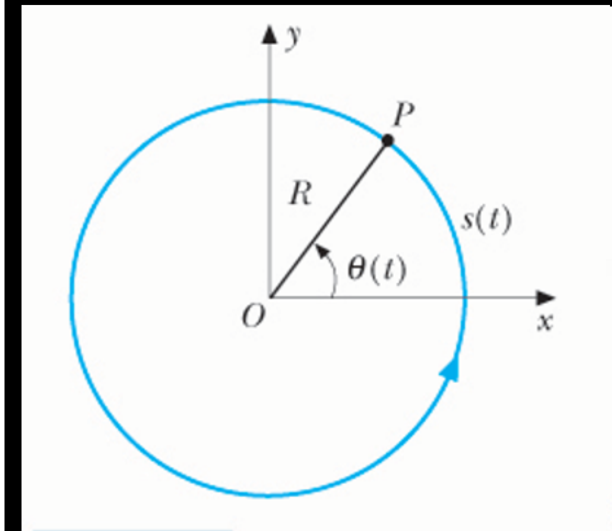
$s(t) = R\,\theta(t)$

ascissa curvilinea

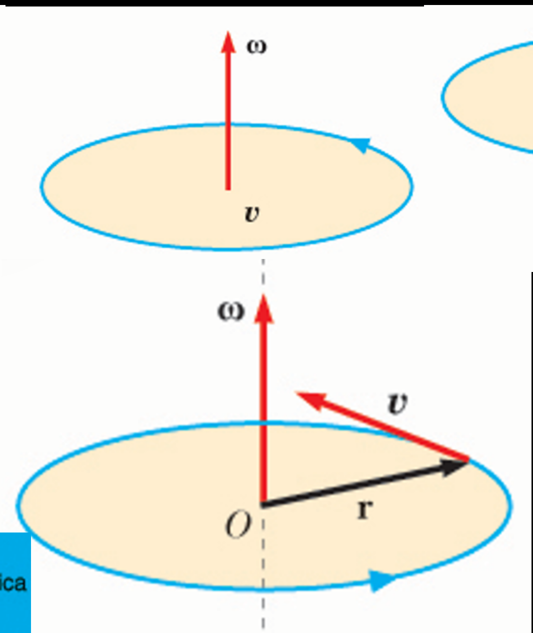
$$v(t) = \frac{ds}{dt} = \frac{d(R\theta)}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} = R\,\omega$$

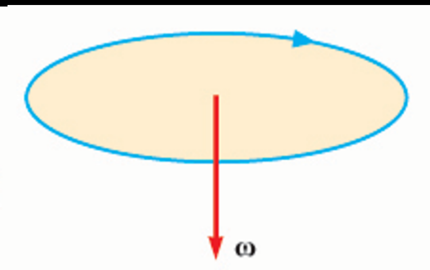
velocità tangenziale

velocità angolare

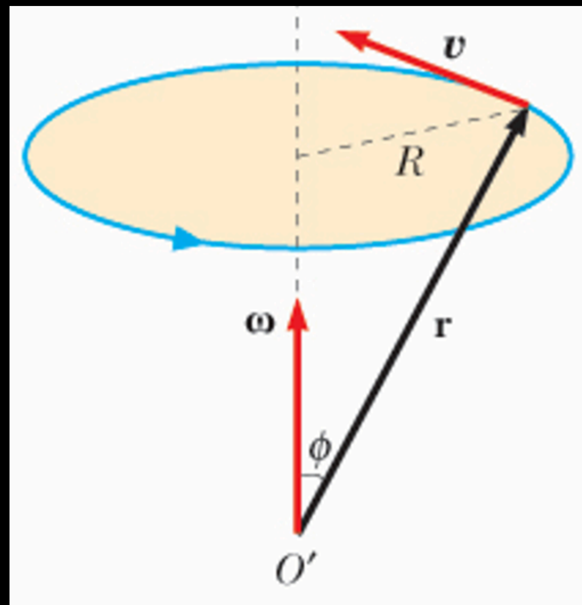


Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007





$$\boxed{\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}}$$



formula di Poisson: la derivata di un vettore di **modulo costante** è pari al prodotto vettoriale della velocità di rotazione e del vettore.

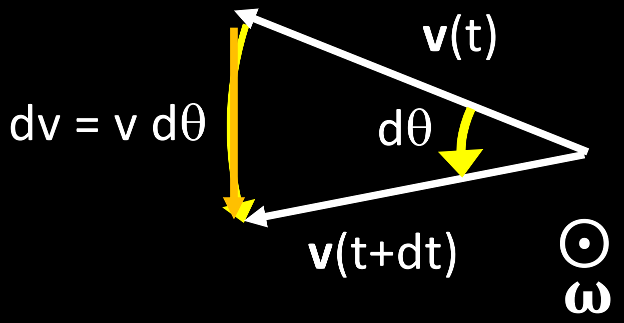
$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v})$$

vettore di modulo costante → $v^2 = \text{costante} \rightarrow \frac{d(\mathbf{v})^2}{dt} = 0$

direzione

$$\frac{d(\mathbf{v})^2}{dt} = \frac{d(\mathbf{v}\mathbf{v})}{dt} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}\mathbf{v} + \mathbf{v}\frac{d\mathbf{v}}{dt} = 2\,\frac{d\mathbf{v}}{dt}\mathbf{v} = 0 \rightarrow \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$ e $\mathbf{v}$ sono perpendicolari

modulo



$$\frac{dv}{dt} = v\,\frac{d\theta}{dt} = v\,\omega$$

verso

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v})$$

Il versore è un vettore di modulo 1… $\frac{d\mathbf{u}_T}{dt} = (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}_T)$

MOTO VARIO

ACCELERAZIONE

$$a = a_T + a_N = \frac{dv}{dt} u_T + \frac{v^2}{R} u_N$$

$$\mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{dt}} = \frac{\mathrm{d}(\mathrm{v}\,\mathbf{u}_\mathrm{T})}{\mathrm{dt}} = \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}}\mathbf{u}_\mathrm{T} + \mathrm{v}\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_\mathrm{T}}{\mathrm{dt}} = \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}}\mathbf{u}_\mathrm{T} + \mathrm{v}(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{u}_\mathrm{T}) = \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}}\mathbf{u}_\mathrm{T} + (\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v}) =$$

$$= \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}}\mathbf{u}_\mathrm{T} - \omega^2\mathbf{r} = \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}}\mathbf{u}_\mathrm{T} + \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{R}}\mathbf{u}_\mathrm{N} = \mathbf{a}_\mathrm{T} + \mathbf{a}_\mathrm{N}$$

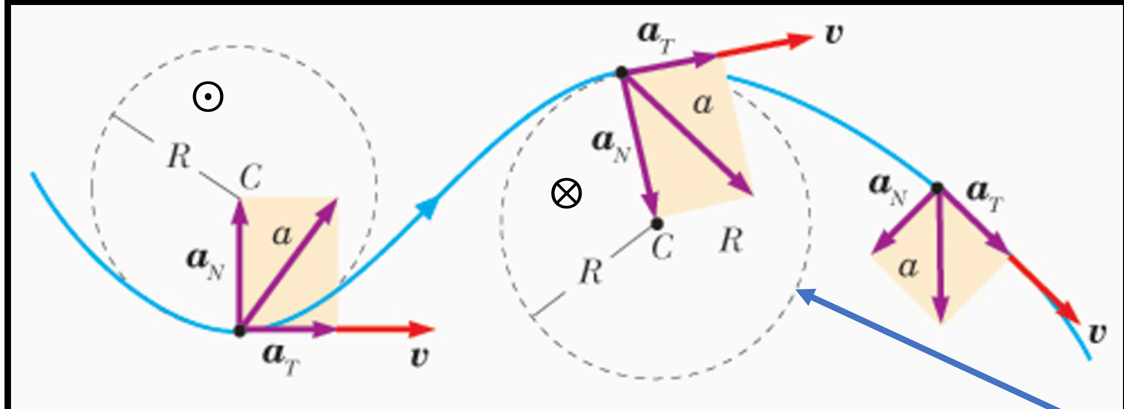


Figura 2.5
Componenti dell'accelerazione di un punto lungo una traiettoria piana.

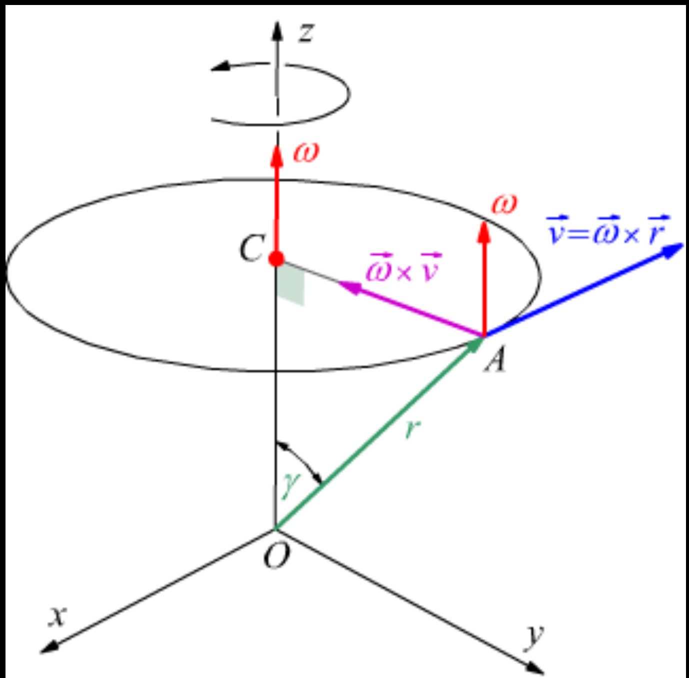
Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

accelerazione tangenziale $\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}}$ (modulo)

accelerazione normale $\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_\mathrm{T}}{\mathrm{dt}}$ (direzione)
centripeta

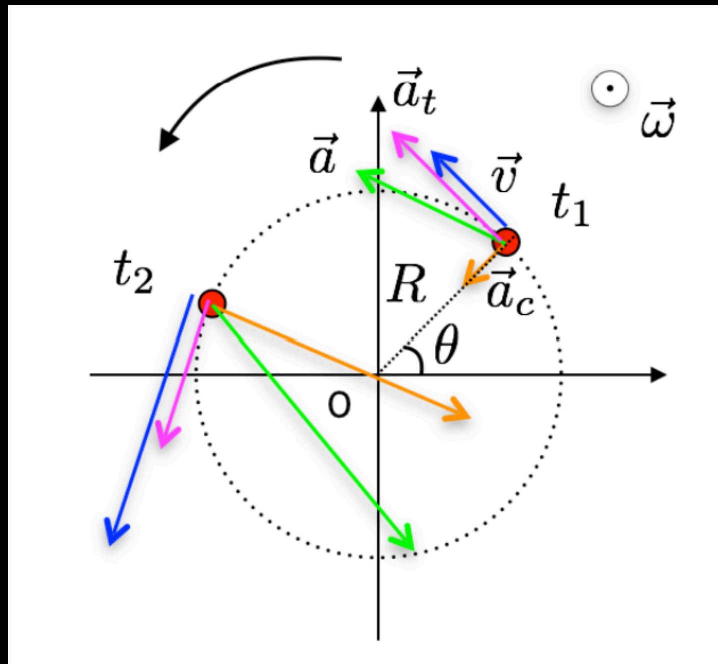
CERCHIO OSCULATORE
approssima la traiettoria nel punto di tangenza
il suo raggio R è il raggio di curvatura

MOTO CIRCOLARE NON UNIFORME



$$\boxed{\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}}$$

$$\boxed{\mathbf{a}_n = [\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r})]}$$



Fondamenti di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

Martedì 3 novembre 2020

11:00-13:00
(11:00-12:30)

meet.google.com/xsc-vwjs-msg