

Fondamenti di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

Lunedì 10 novembre 2021

15:00-16:00

<https://meet.google.com/khp-neqs-kgd>

1) Dati il vettore $\vec{A} = 4\hat{i} - 3\hat{j}$ e il vettore $\vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ calcolare il modulo di:

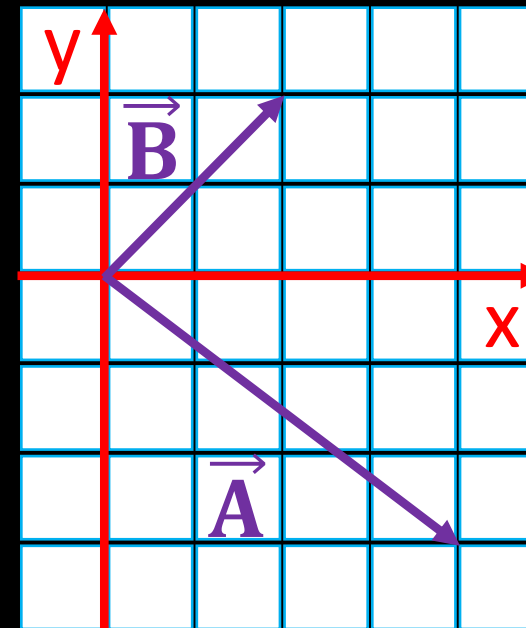
$$\vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{A} - \vec{B}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B}$$

$$\vec{A} \times \vec{B}$$

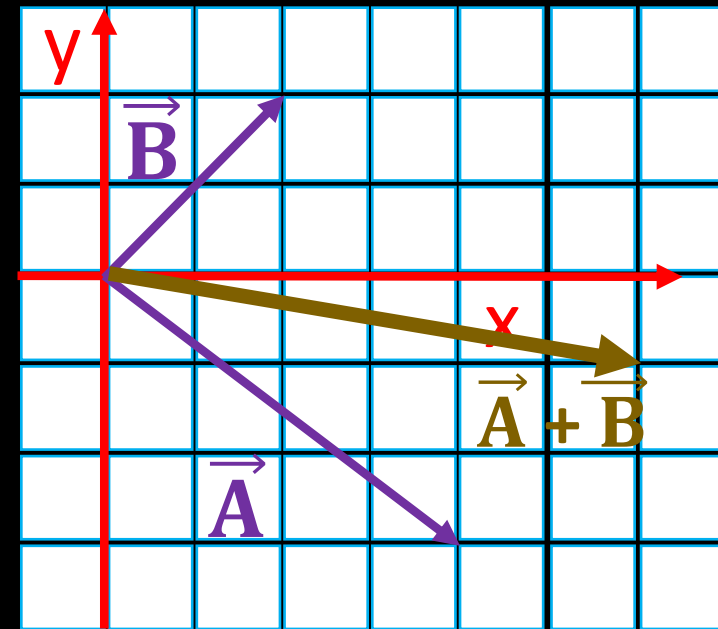
e l'angolo compreso fra $\vec{A}$ e $\vec{B}$



1) Dati il vettore $\vec{A} = 4\hat{i} - 3\hat{j}$ e il vettore $\vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ calcolare il modulo di:
 $\vec{A} + \vec{B}$

$$\vec{A} + \vec{B} = (4\hat{i} - 3\hat{j}) + (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) = 6\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$$

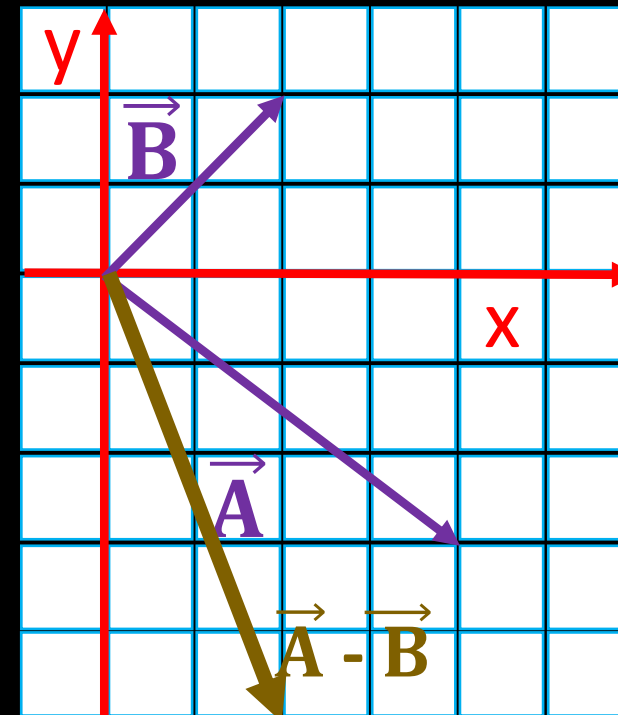
$$|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{6^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{38} = 6,16$$



1) Dati il vettore $\vec{A} = 4\hat{i} - 3\hat{j}$ e il vettore $\vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ calcolare il modulo di:
 $\vec{A} - \vec{B}$

$$\vec{A} - \vec{B} = (4\hat{i} - 3\hat{j}) - (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) = 2\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k}$$

$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{2^2 + (-5)^2 + 1^2} = \sqrt{30} = 5,48$$



1) Dati il vettore $\vec{A} = 4 \hat{i} - 3 \hat{j}$ e il vettore $\vec{B} = 2 \hat{i} + 2 \hat{j} - \hat{k}$ calcolare il modulo di:
 $\vec{A} \cdot \vec{B}$

e l'angolo compreso fra $\vec{A}$ e $\vec{B}$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (4 \hat{i} - 3 \hat{j}) \cdot (2 \hat{i} + 2 \hat{j} - \hat{k}) = 8 - 6 + 0$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 2$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta = \sqrt{4^2 + (-3)^2} \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} \cos\theta = 5 \cdot 3 \cdot \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{2}{15}$$

$$\theta = \arccos \frac{2}{15} = 82,3^\circ$$

1) Dati il vettore $\vec{A} = 4 \hat{i} - 3 \hat{j}$ e il vettore $\vec{B} = 2 \hat{i} + 2 \hat{j} - \hat{k}$ calcolare il modulo di:
 $\vec{A} \times \vec{B}$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (4 \hat{i} - 3 \hat{j}) \times (2 \hat{i} + 2 \hat{j} - \hat{k}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -3 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= \hat{i} [(-3)(-1) - 0(-2)]$$

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = (\hat{i} v_{1x} + \hat{j} v_{1y} + \hat{k} v_{1z}) \times (\hat{i} v_{2x} + \hat{j} v_{2y} + \hat{k} v_{2z}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} \\ v_{2x} & v_{2y} & v_{2z} \end{vmatrix}$$

1) Dati il vettore $\vec{A} = 4 \hat{i} - 3 \hat{j}$ e il vettore $\vec{B} = 2 \hat{i} + 2 \hat{j} - \hat{k}$ calcolare il modulo di:
 $\vec{A} \times \vec{B}$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (4 \hat{i} - 3 \hat{j}) \times (2 \hat{i} + 2 \hat{j} - \hat{k}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -3 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= \hat{i} [(-3)(-1) - 0(-2)] - \hat{j} [4(-1) - 0(2)]$$

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = (\hat{i} v_{1x} + \hat{j} v_{1y} + \hat{k} v_{1z}) \times (\hat{i} v_{2x} + \hat{j} v_{2y} + \hat{k} v_{2z}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} \\ v_{2x} & v_{2y} & v_{2z} \end{vmatrix}$$

1) Dati il vettore $\vec{A} = 4 \hat{i} - 3 \hat{j}$ e il vettore $\vec{B} = 2 \hat{i} + 2 \hat{j} - \hat{k}$ calcolare il modulo di:
 $\vec{A} \times \vec{B}$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (4 \hat{i} - 3 \hat{j}) \times (2 \hat{i} + 2 \hat{j} - \hat{k}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -3 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= \hat{i} [(-3)(-1) - 0(-2)] - \hat{j} [4(-1) - 0(2)] + \hat{k} [4(2) - (-3)(2)] =$$

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = (\hat{i} v_{1x} + \hat{j} v_{1y} + \hat{k} v_{1z}) \times (\hat{i} v_{2x} + \hat{j} v_{2y} + \hat{k} v_{2z}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} \\ v_{2x} & v_{2y} & v_{2z} \end{vmatrix}$$

1) Dati il vettore $\vec{A} = 4 \hat{i} - 3 \hat{j}$ e il vettore $\vec{B} = 2 \hat{i} + 2 \hat{j} - \hat{k}$ calcolare il modulo di:
 $\vec{A} \times \vec{B}$

$$\begin{aligned}\vec{A} \times \vec{B} &= (4 \hat{i} - 3 \hat{j}) \times (2 \hat{i} + 2 \hat{j} - \hat{k}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -3 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \\ &= \hat{i} [(-3)(-1) - 0(-2)] - \hat{j} [4(-1) - 0(2)] + \hat{k} [4(2) - (-3)(2)] = \\ &= 3 \hat{i} + 4 \hat{j} + 14 \hat{k}\end{aligned}$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 14^2} = \sqrt{221} = 14,8$$

e l'angolo compreso fra $\vec{A}$ e $\vec{B}$

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = (\hat{i} v_{1x} + \hat{j} v_{1y} + \hat{k} v_{1z}) \times (\hat{i} v_{2x} + \hat{j} v_{2y} + \hat{k} v_{2z}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} \\ v_{2x} & v_{2y} & v_{2z} \end{vmatrix}$$

1) Dati il vettore $\vec{A} = 4\hat{i} - 3\hat{j}$ e il vettore $\vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ calcolare il modulo di:
 $\vec{A} \times \vec{B}$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 14^2} = \sqrt{221} = 14,8$$

e l'angolo compreso fra $\vec{A}$ e $\vec{B}$

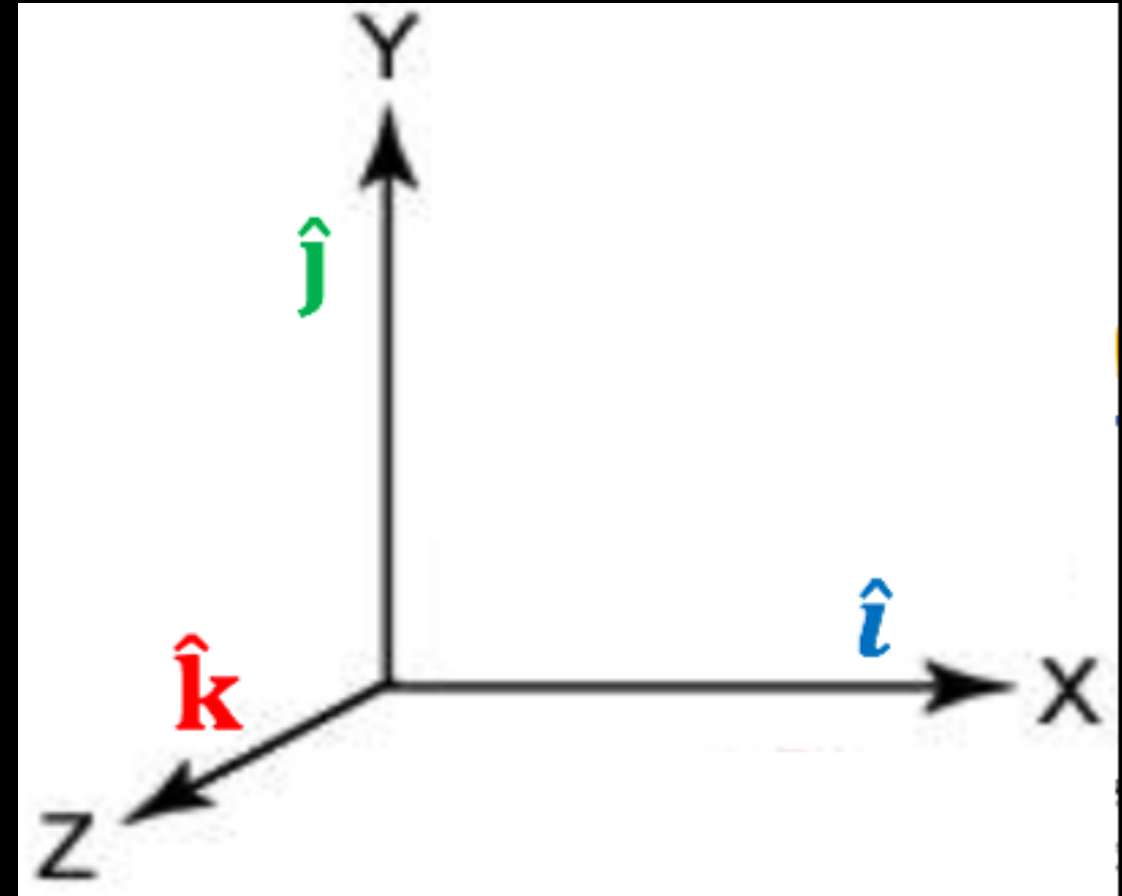
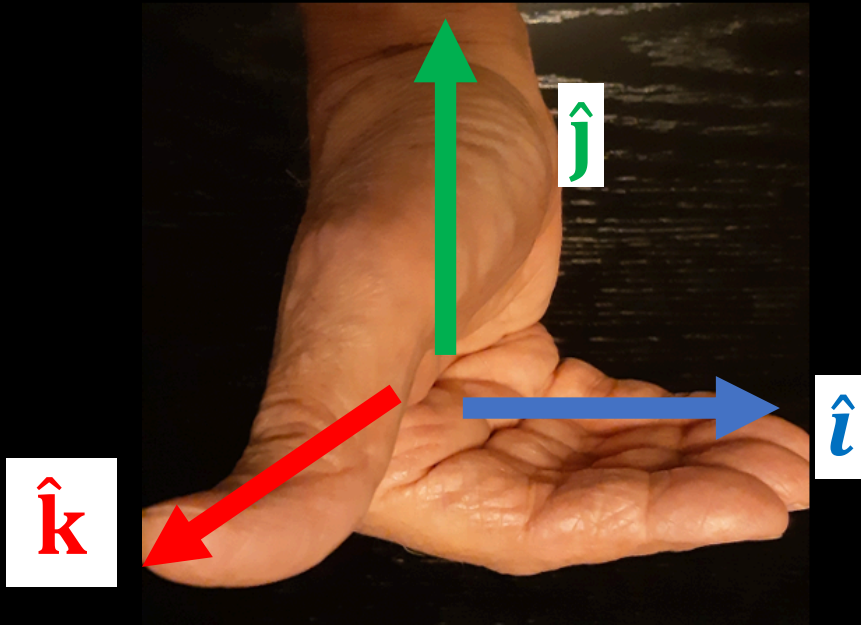
$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin\theta = \sqrt{4^2 + (-3)^2} \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} \sin\theta = 5 \cdot 3 \cdot \sin\theta$$

$$\sin\theta = \frac{|\vec{A} \times \vec{B}|}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\sqrt{221}}{15}$$

$$\theta = \arcsin \frac{\sqrt{221}}{15} = 82,3^\circ$$

2) calcolare i seguenti prodotti di versori:

- $\hat{i} \times \hat{j}$
- $\hat{i} \times \hat{k}$
- $\hat{i} \cdot \hat{k}$
- $\hat{k} \cdot \hat{j}$
- $\hat{k} \times \hat{j}$
- $\hat{j} \cdot \hat{i}$



2) calcolare i seguenti prodotti di vettori:

$$\hat{i} \times \hat{j}$$

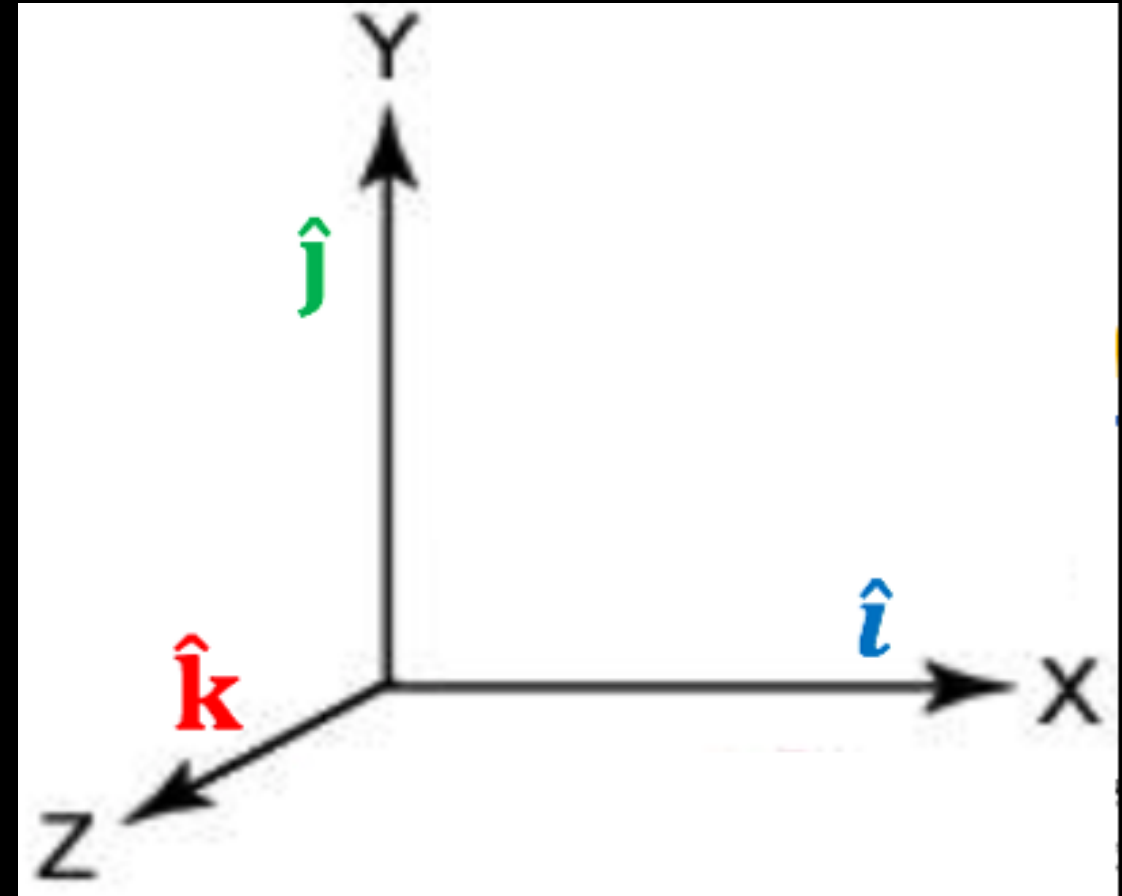
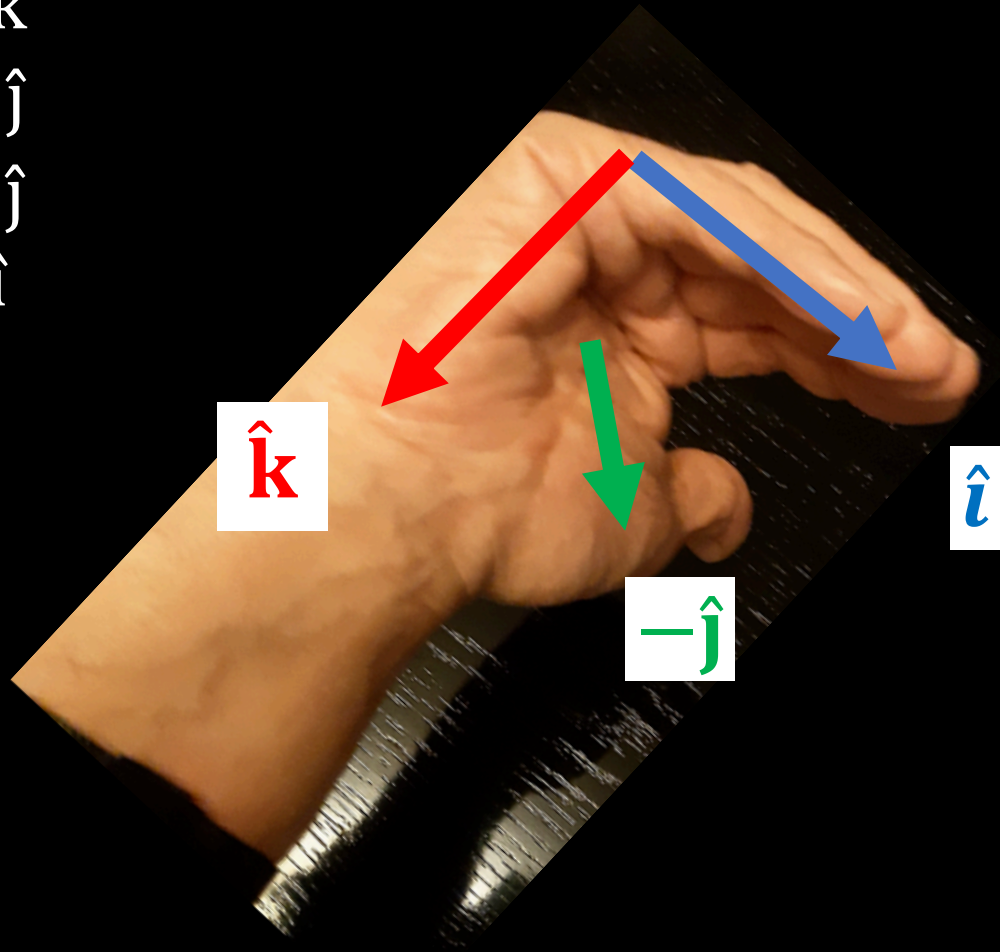
→ $\hat{i} \times \hat{k}$

$$\hat{i} \cdot \hat{k}$$

$$\hat{k} \cdot \hat{j}$$

$$\hat{k} \times \hat{j}$$

$$\hat{j} \cdot \hat{i}$$



2) calcolare i seguenti prodotti di versori:

$$\hat{i} \times \hat{j}$$

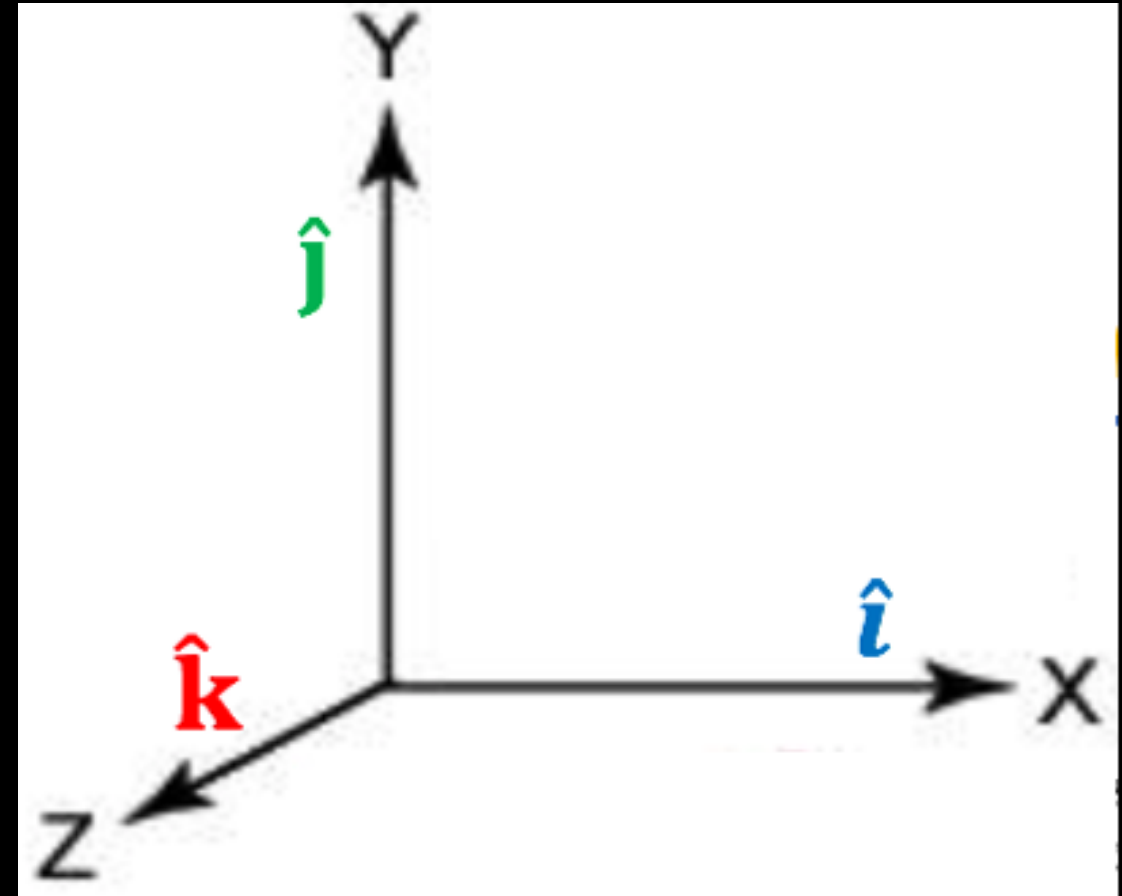
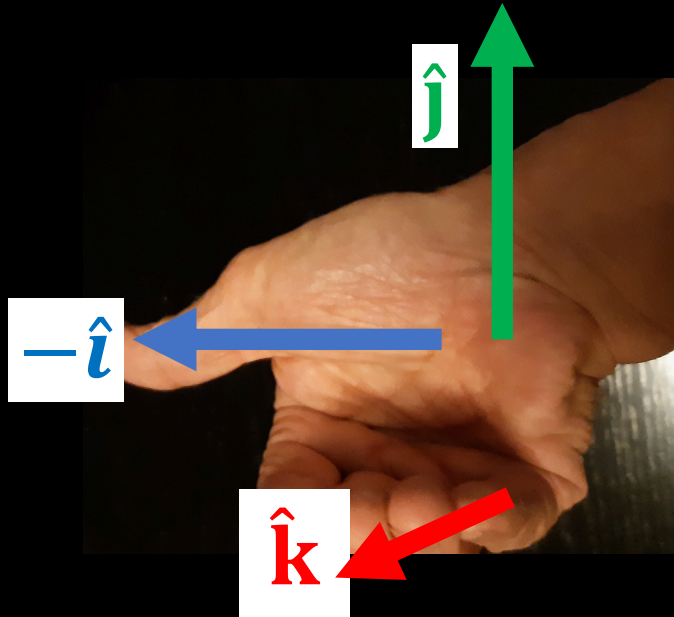
$$\hat{i} \times \hat{k}$$

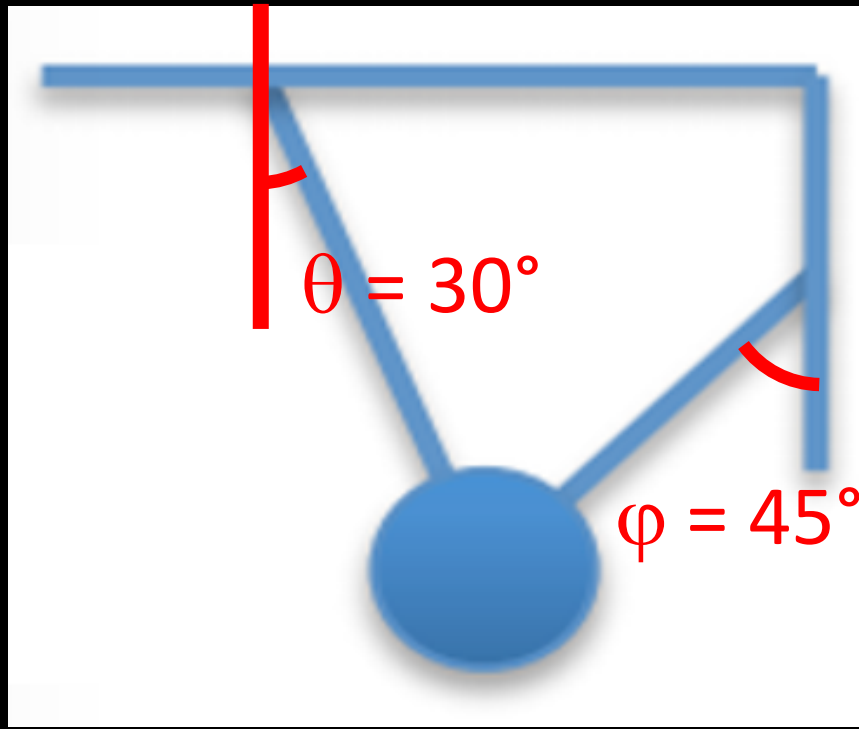
$$\hat{i} \cdot \hat{k}$$

$$\hat{k} \cdot \hat{j}$$

→ $\hat{k} \times \hat{j}$

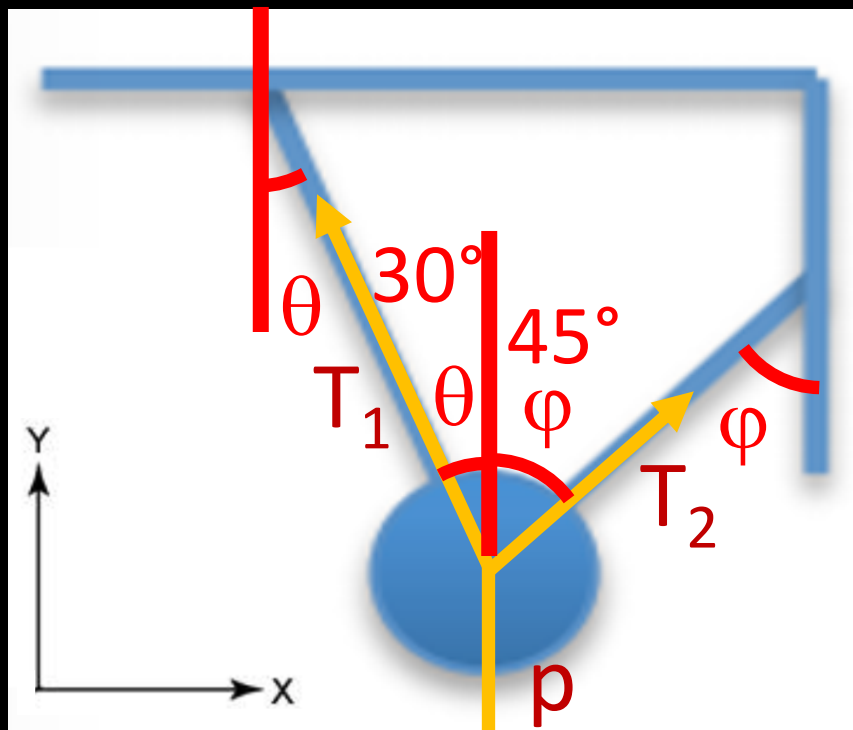
$$\hat{j} \cdot \hat{i}$$





3) Un corpo di peso $p = 10 \text{ N}$ è legato a due fili di massa trascurabile. Il primo filo è appeso al soffitto di una stanza e forma un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto alla verticale; il secondo è fissato a una parete formando un angolo $\phi = 45^\circ$ rispetto ad essa.

Determinare le forze esercitate dai due fili sul corpo in equilibrio



3) Un corpo di peso $p = 10 \text{ N}$ è legato a due fili di massa trascurabile. Il primo filo è appeso al soffitto di una stanza e forma un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto alla verticale; il secondo è fissato a una parete formando un angolo $\varphi = 45^\circ$ rispetto ad essa.

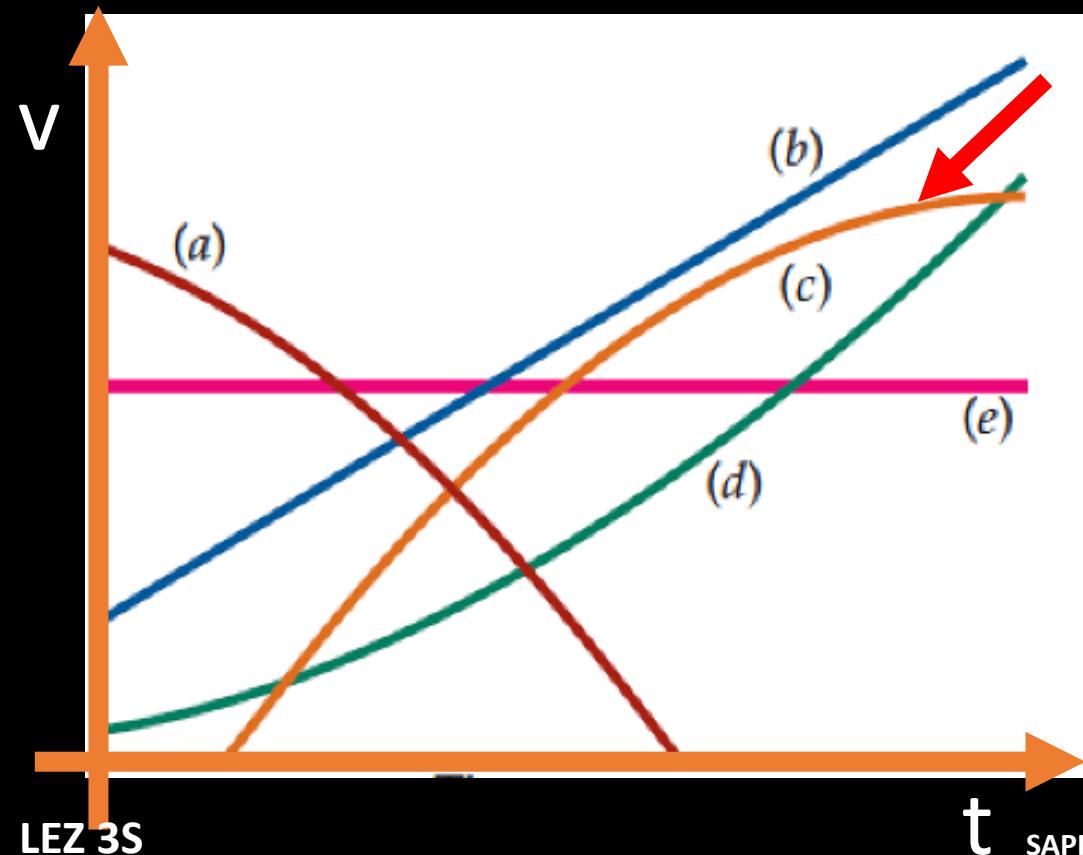
Determinare le forze esercitate dai due fili sul corpo in equilibrio

$$\begin{cases} X: -T_1 \sin \theta + T_2 \sin \varphi = 0 \\ Y: T_1 \cos \theta + T_2 \cos \varphi - p = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -T_1/2 + T_2 \sqrt{2}/2 = 0 \\ T_1 \sqrt{3}/2 + T_2 \sqrt{2}/2 - p = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -T_1 + T_2 \sqrt{2} = 0 \\ T_1 \sqrt{3} + T_2 \sqrt{2} - 2p = 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} T_1 &= T_2 \sqrt{2} \\ T_2 \sqrt{2} \sqrt{3} + T_2 \sqrt{2} - 2p &= 0 \\ T_2 (\sqrt{6} + \sqrt{2}) &= 2p \\ T_2 &= 2p / (\sqrt{6} + \sqrt{2}) = 5,2 \text{ N} \\ T_1 &= T_2 \sqrt{2} = 5,2 \times \sqrt{2} = 7,3 \text{ N} \end{aligned}$$

4.a) Se le curve in colore corrispondessero all'andamento della **velocità in funzione del tempo** di un corpo in moto rettilineo determinare quale/i curva/e rappresenterebbero:

- un'accelerazione decrescente in modulo
- un'accelerazione positiva

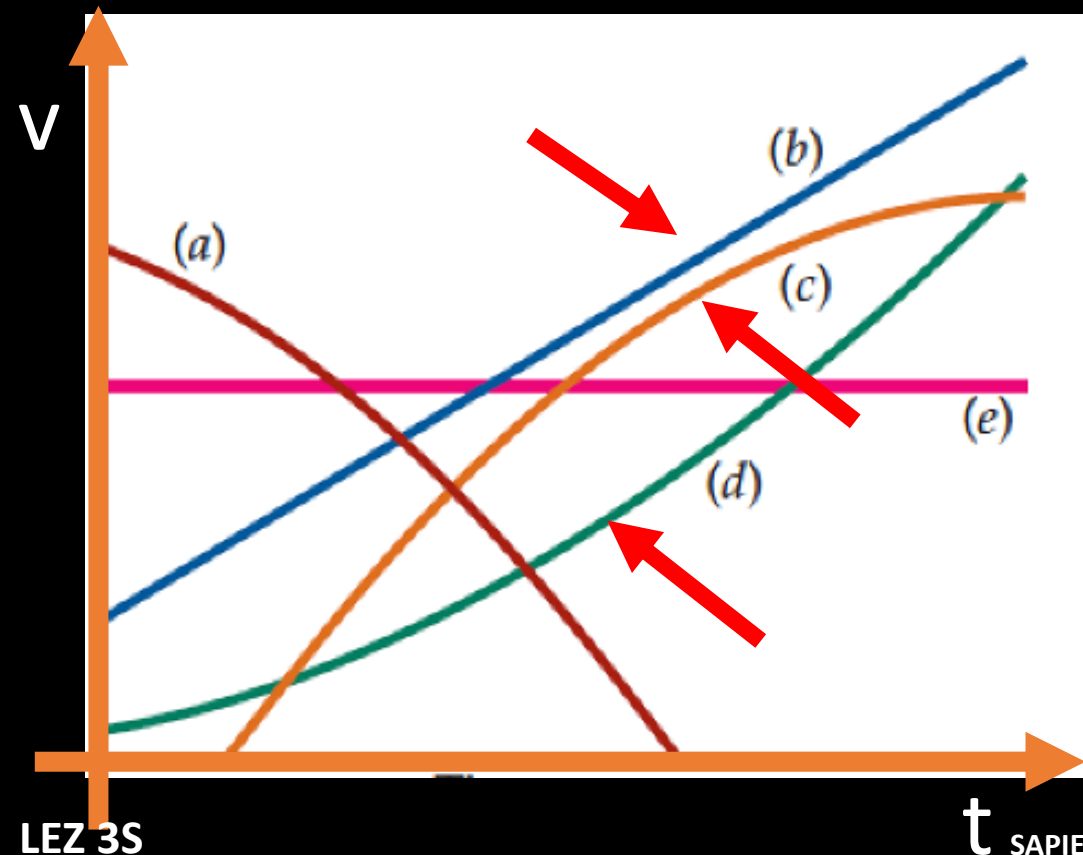


4.a) Se le curve in colore corrispondessero all'andamento della **velocità in funzione del tempo** di un corpo in moto rettilineo determinare quale/i curva/e rappresenterebbero:

un'accelerazione decrescente in modulo



un'accelerazione positiva

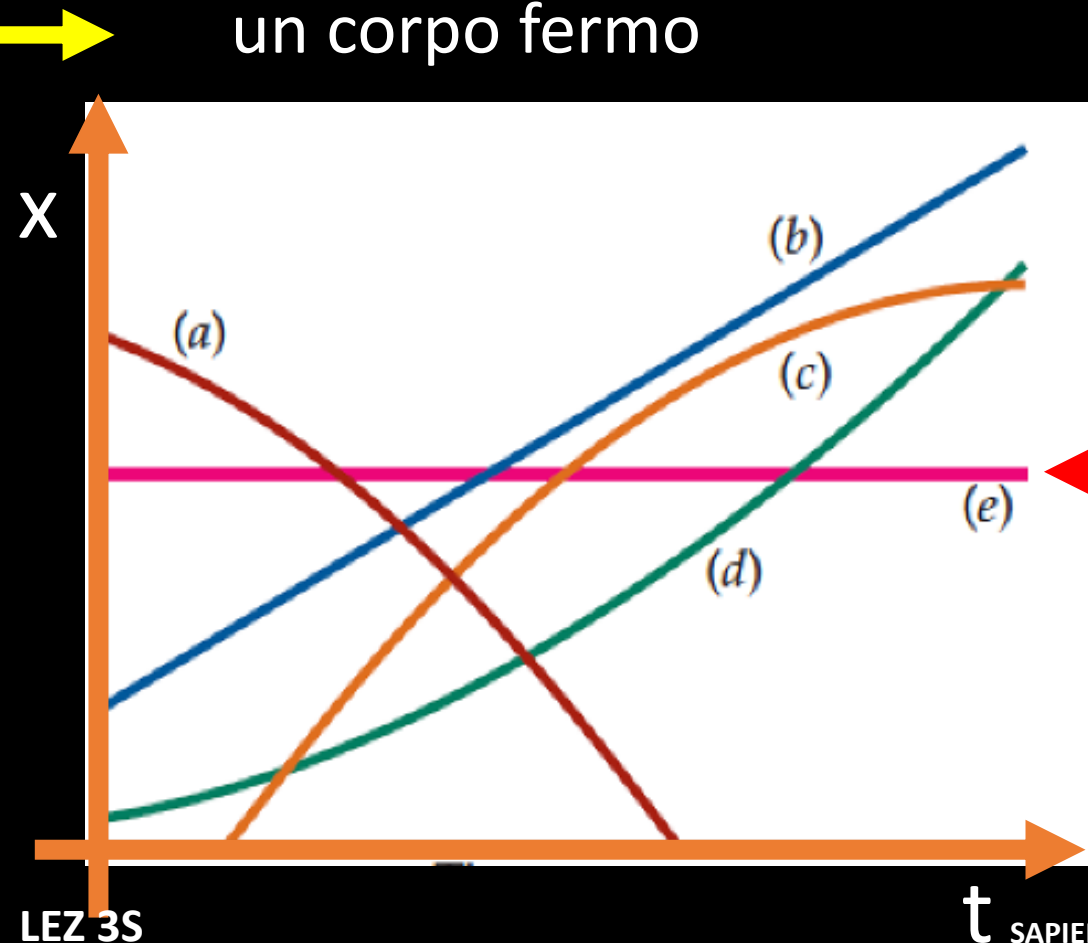


4.b) Se le curve in colore corrispondessero all'andamento della **posizione in funzione del tempo** di un corpo in moto rettilineo determinare quale/i curva/e rappresenterebbero :

un'accelerazione decrescente in modulo

un'accelerazione positiva

un corpo fermo

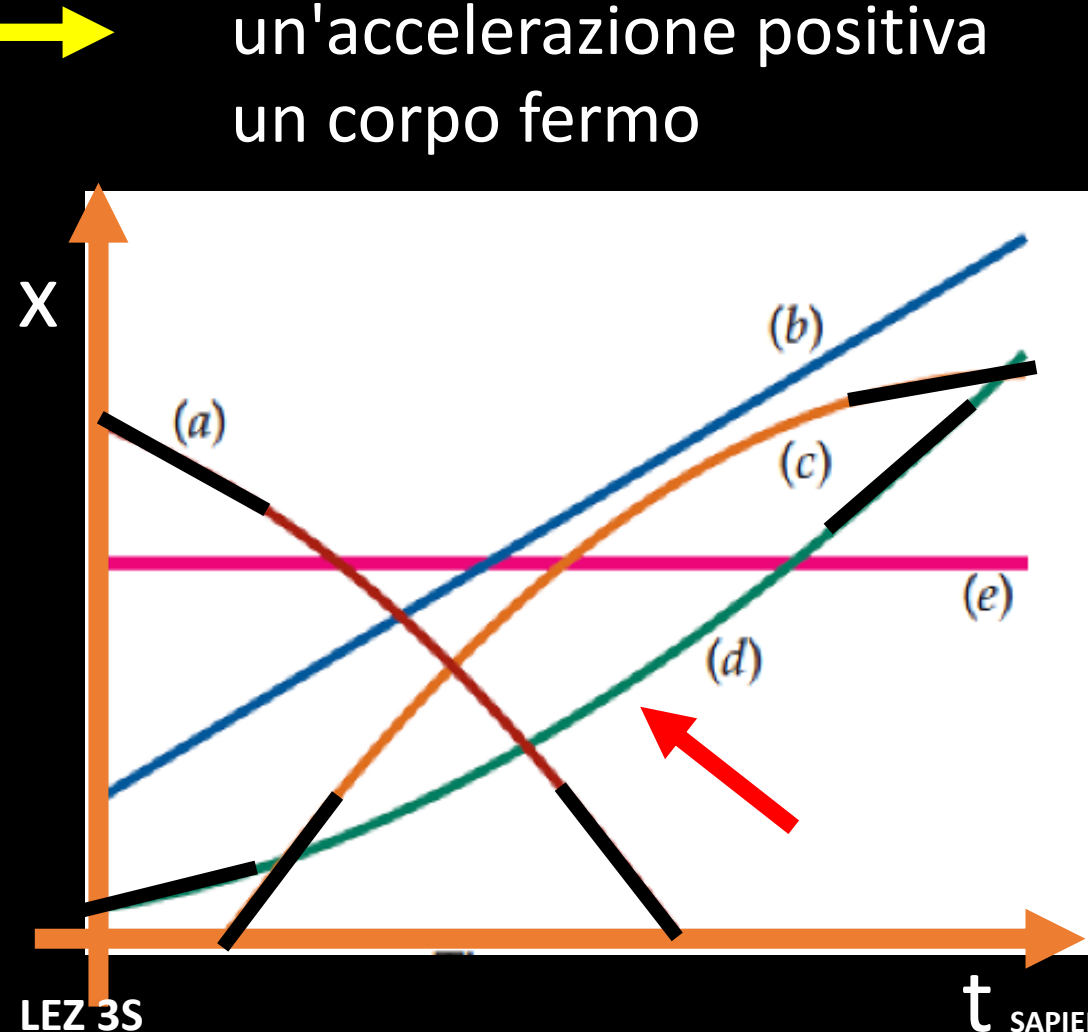


4.b) Se le curve in colore corrispondessero all'andamento della **posizione in funzione del tempo** di un corpo in moto rettilineo determinare quale/i curva/e rappresenterebbero :

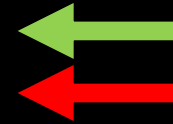
un'accelerazione decrescente in modulo

un'accelerazione positiva

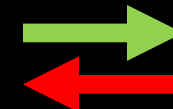
un corpo fermo



a) all'inizio v è negativa, poi diventa più negativa $\rightarrow a < 0$



c) all'inizio v è positiva, poi diventa meno positiva $\rightarrow a < 0$



d) all'inizio v è positiva, poi diventa più positiva $\rightarrow a > 0$

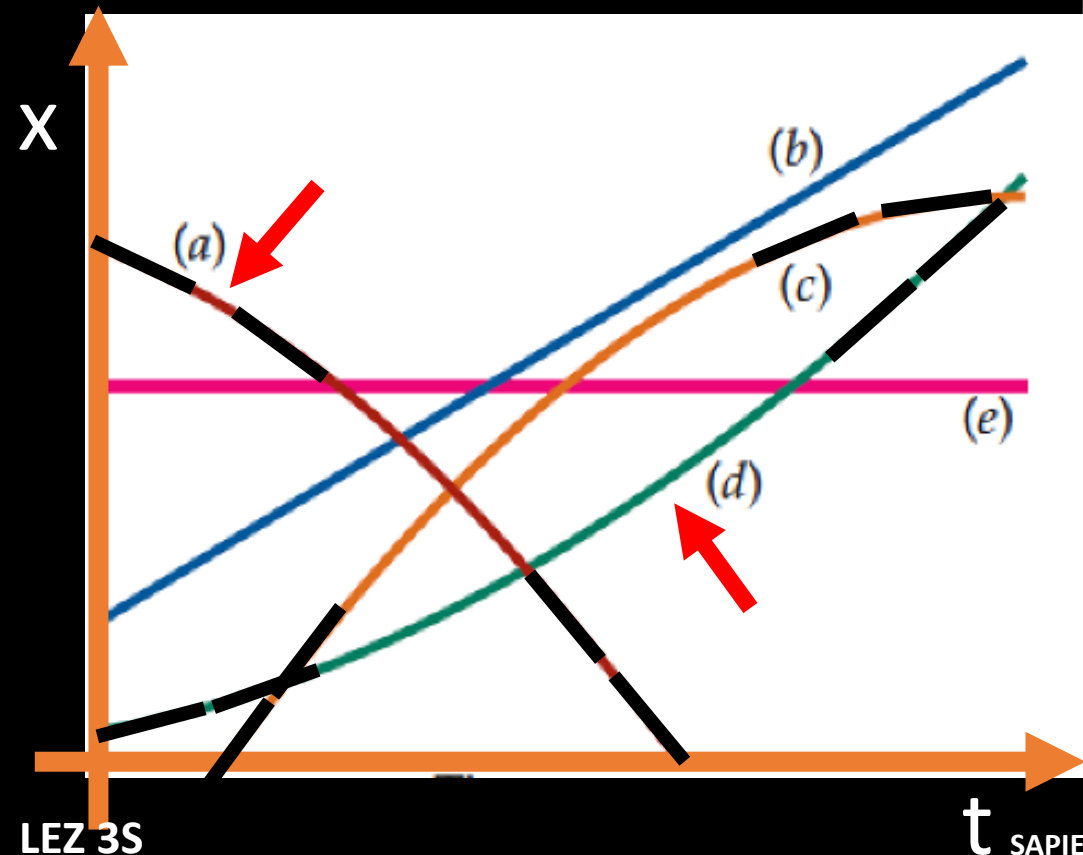


4.b) Se le curve in colore corrispondessero all'andamento della **posizione in funzione del tempo** di un corpo in moto rettilineo determinare quale/i curva/e rappresenterebbero :

→ un'accelerazione decrescente in modulo

un'accelerazione positiva

un corpo fermo



a) all'inizio v (negativa), diventa più negativa → $a < 0$
poi v (sempre negativa) diventa costante → $a = 0$

quindi $|a|$ diminuisce

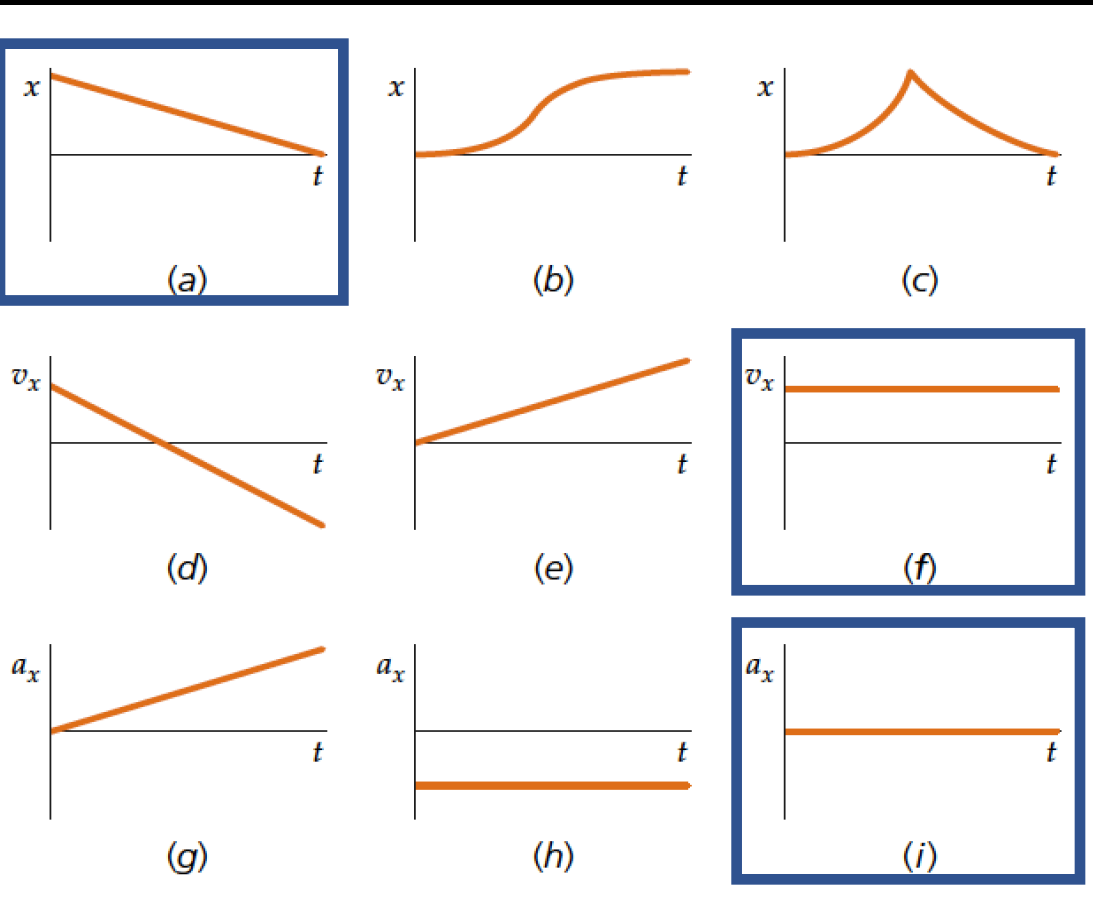
b) all'inizio v (positiva) non cambia → $a = 0$
poi v (sempre positiva) diventa meno
positiva → $a < 0$

quindi $|a|$ aumenta

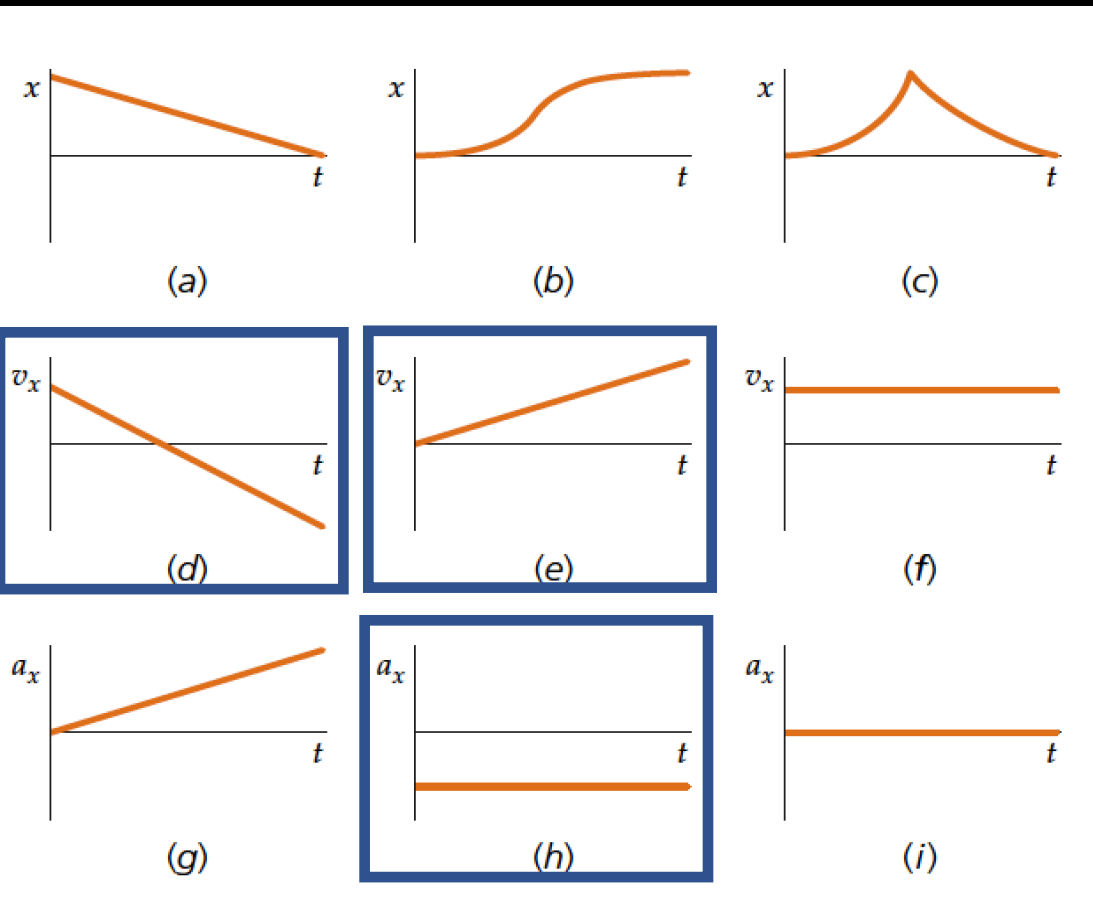
c) all'inizio v (positiva) aumenta leggermente
poi v diventa costante → $a = 0$

quindi $|a|$ diminuisce

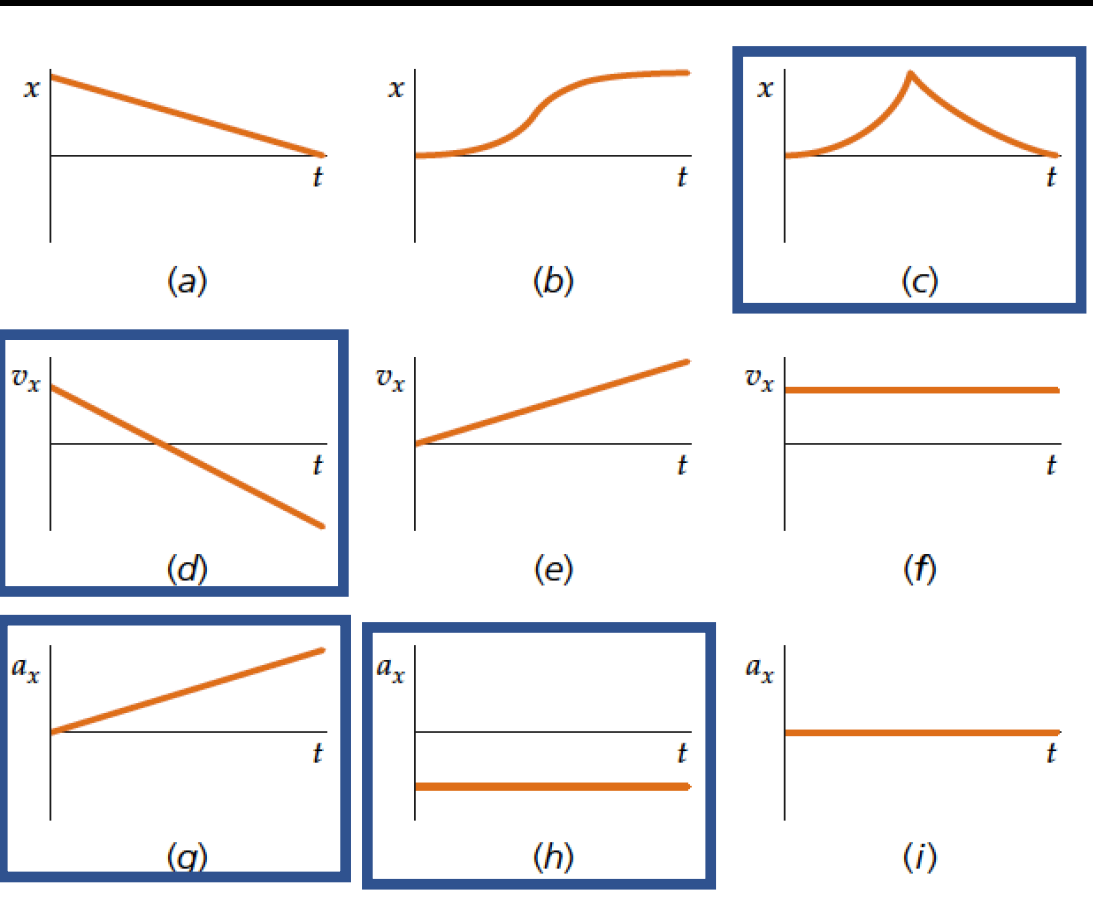
5) Un punto materiale si muove di moto rettilineo lungo l'asse x .
Quali grafici rappresentano un moto a velocità costante?



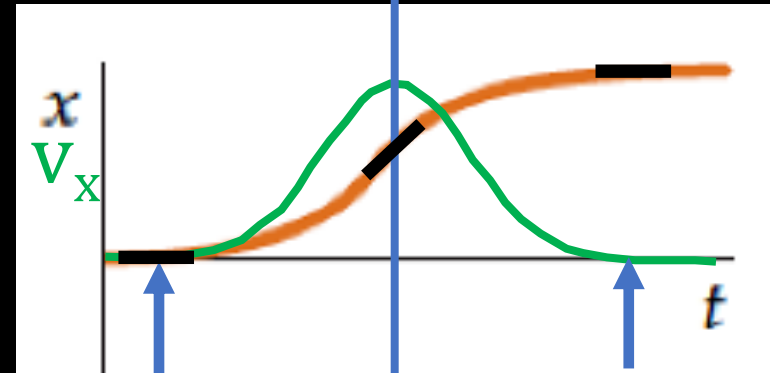
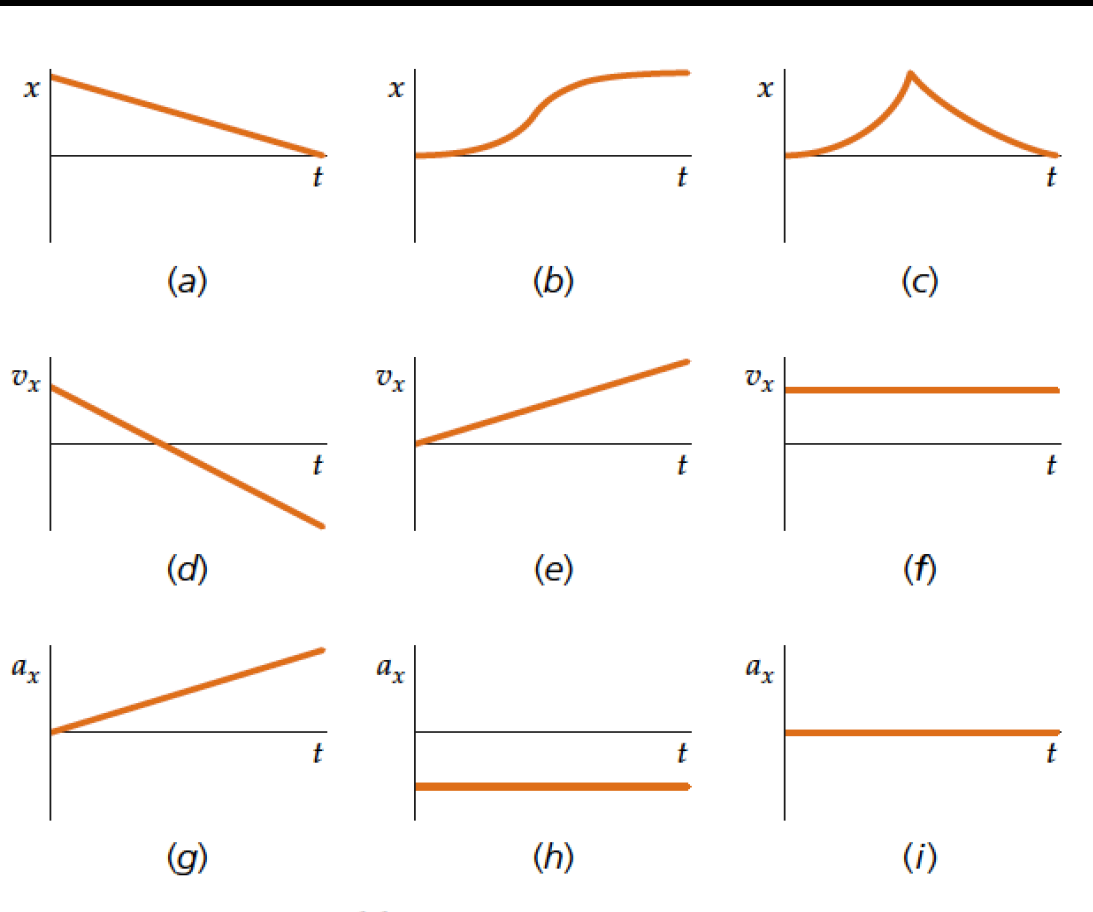
5) Un punto materiale si muove di moto rettilineo lungo l'asse x .
Quali un moto vario uniformemente accelerato?



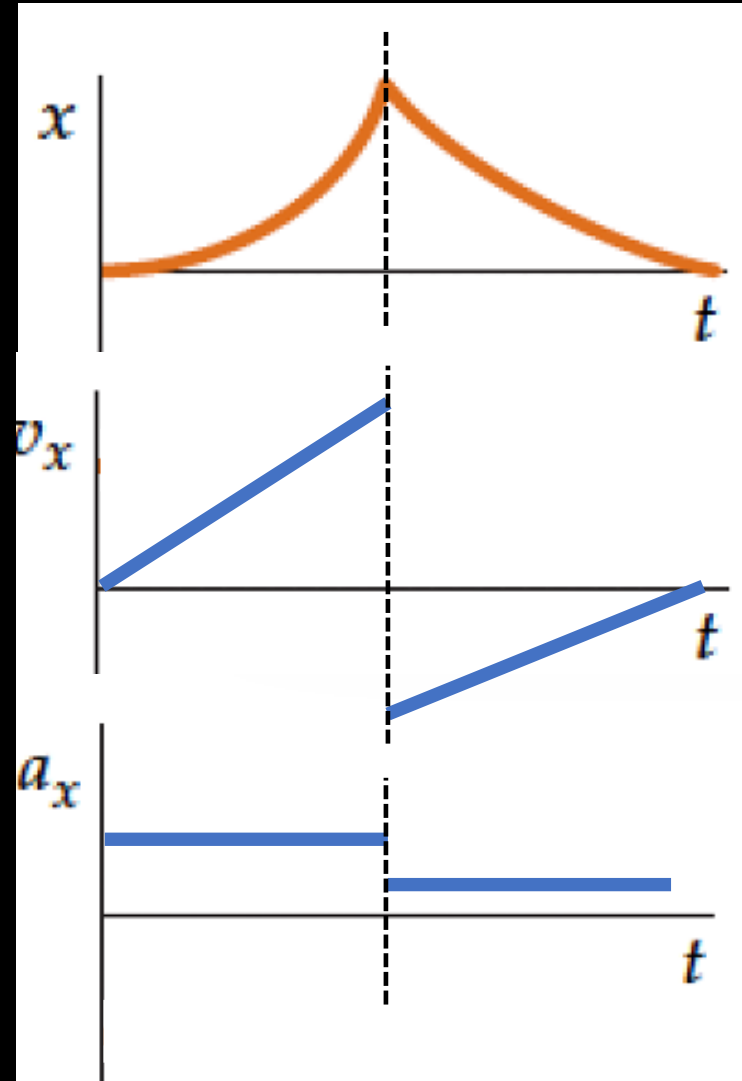
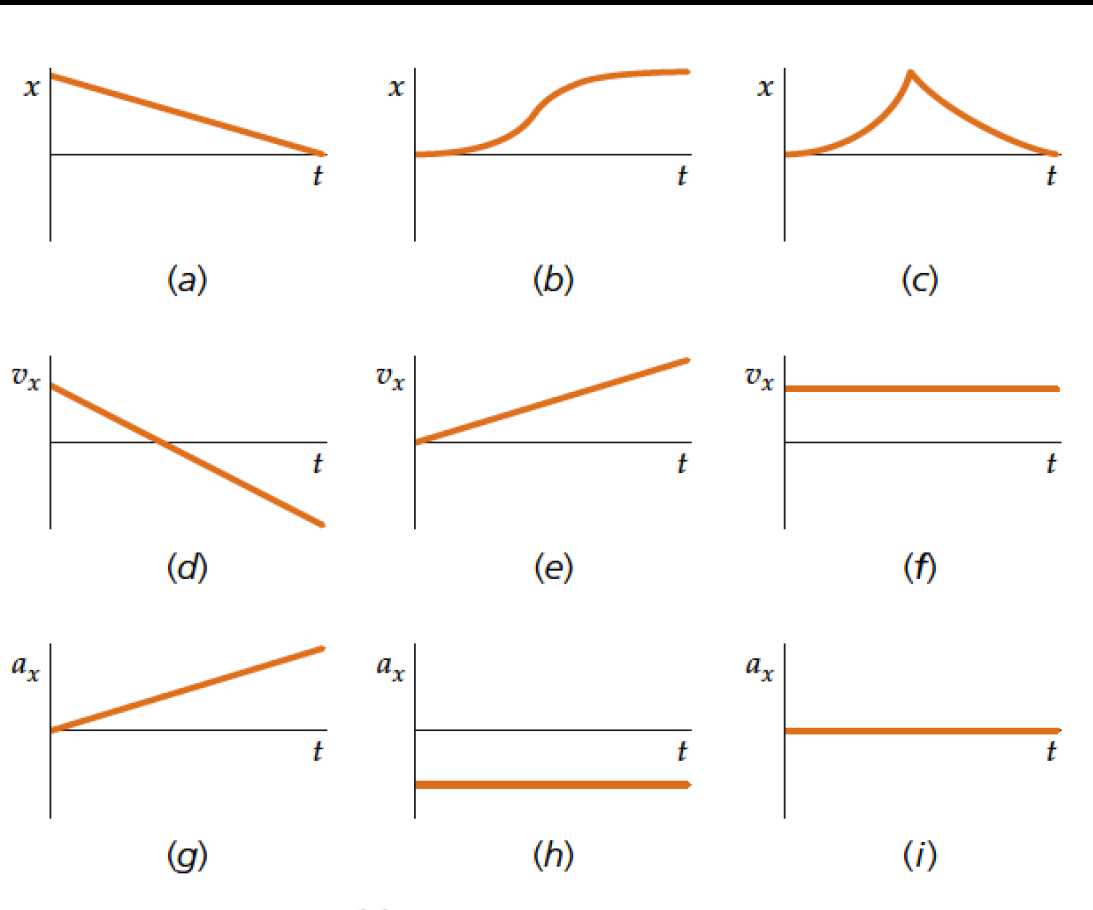
5) Un punto materiale si muove di moto rettilineo lungo l'asse x .
Quali grafici sono compatibili col moto di un corpo che inverte il verso di marcia



5) Un punto materiale si muove di moto rettilineo lungo l'asse x .
 Come dovrebbe essere il grafico della velocità corrispondente al grafico (b)?

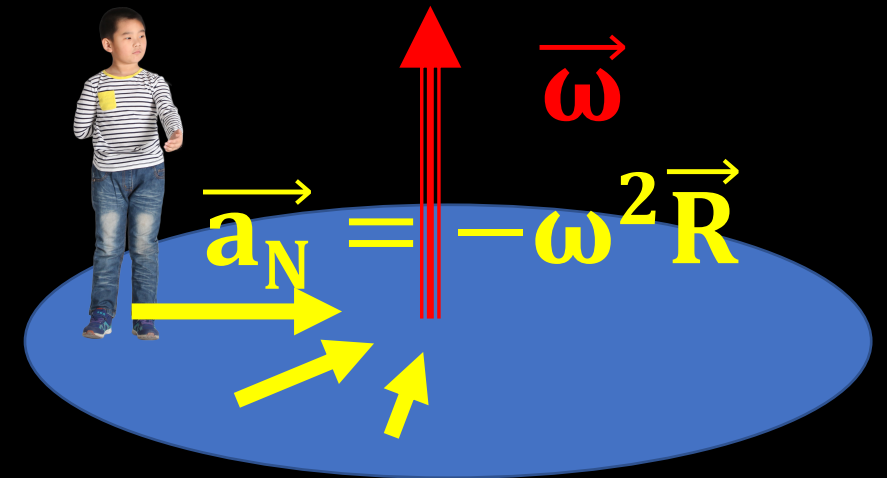


5) Un punto materiale si muove di moto rettilineo lungo l'asse x .
Come dovrebbero essere i grafici della velocità e dell'accelerazione corrispondenti al grafico (c)?



6) Una giostra gira a velocità costante. Una persona sul bordo della giostra ha un'accelerazione il cui **modulo** e **direzione** sono rispettivamente:

- nullo, nulla
- cambia costantemente, costante
- costante, costante
- costante, cambia costantemente
- cambia costantemente, cambia costantemente



7) Un punto si muove di moto circolare. Parte da fermo con accelerazione angolare $\alpha = 0,3 \text{ rad/s}^2$ fino a raggiungere la velocità angolare $1,7 \text{ rad/s}$. Quale angolo ha descritto?

α costante: moto circolare uniformemente accelerato

$$\alpha(t) = d\omega/dt = \alpha \quad d\omega = \alpha dt \quad \int_{\omega_0}^{\omega(t)} d\omega = \int_0^t \alpha dt \quad \omega(t) = \omega_0 + \alpha t$$

$$\omega(t) = d\theta/dt \quad d\theta = \omega(t) dt \quad \int_{\theta_0}^{\theta(t)} d\theta = \int_0^t \omega(t) dt = \int_0^t (\omega_0 + \alpha t) dt$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega_0 = 0 \quad \omega(t^*) = 1,7 \text{ rad/s} \quad \omega(t^*) = \alpha t^*$$

$$\Delta\theta = \theta(t^*) - \theta_0 = \frac{1}{2} \alpha t^{*2} = \frac{1}{2} \alpha [\omega(t^*)/\alpha]^2 = \frac{1}{2} \omega^2(t^*)/\alpha$$

$$= \frac{1}{2} 1,7^2 / 0,3 = 4,82 \text{ rad} = 277^\circ$$

7) Un punto si muove di moto circolare. Parte da fermo con accelerazione angolare $\alpha = 0,3 \text{ rad/s}^2$ fino a raggiungere la velocità angolare $1,7 \text{ rad/s}$. Quale angolo ha descritto?

α costante: moto circolare uniformemente accelerato

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega(t) = d\theta/dt = \omega_0 + \alpha t$$

$$\alpha(t) = d\omega/dt = \alpha$$

$$\omega_0 = 0 \quad \omega(t^*) = 1,7 \text{ rad/s}$$

$$\omega(t^*) = \alpha t^*$$

$$\Delta\theta = \theta(t^*) - \theta_0 = \frac{1}{2} \alpha t^{*2} = \frac{1}{2} \alpha [\omega(t^*)/\alpha]^2$$

$$= \frac{1}{2} \omega^2(t^*)/\alpha = \frac{1}{2} 1,7^2/0,3 = 4,82 \text{ rad} = 277^\circ$$

8) Un corpo si muove di moto armonico con periodo pari a 0,1 s. Sapendo che l'ampiezza del moto vale 10 cm determinare i moduli della velocità massima e dell'accelerazione massima e le posizioni lungo la traiettoria in cui si hanno tali valori

- $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$

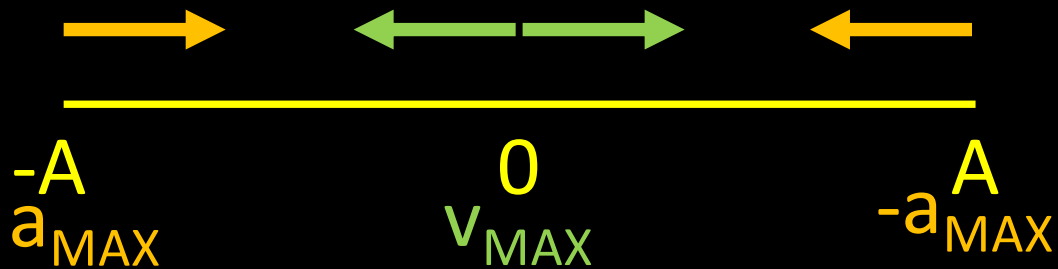
- $v_{MAX} = A\omega \rightarrow \sin(\omega t' + \varphi) = -1 \rightarrow x(t') = A \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$

- $a_{MAX} = A\omega^2 \rightarrow \cos(\omega t'' + \varphi) = -1 \rightarrow x(t'') = A \cos(\pi) = -A$

- $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$

- $v(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$

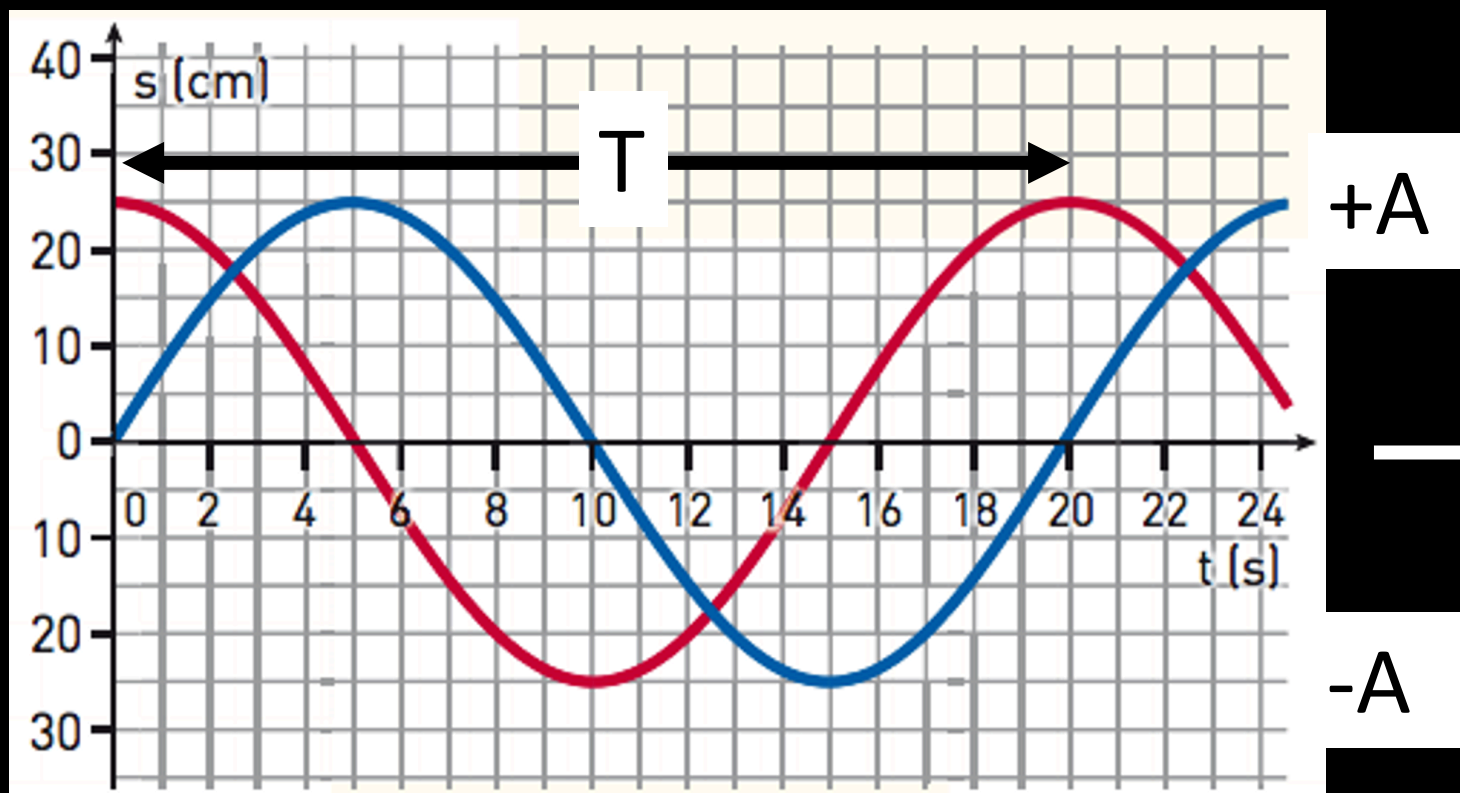
- $a(t) = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$



- $v_{MAX} = A\omega = A \frac{2\pi}{T} = 0,1\text{m} \frac{2\pi}{0,1\text{s}} = 6,28\text{ m/s}$

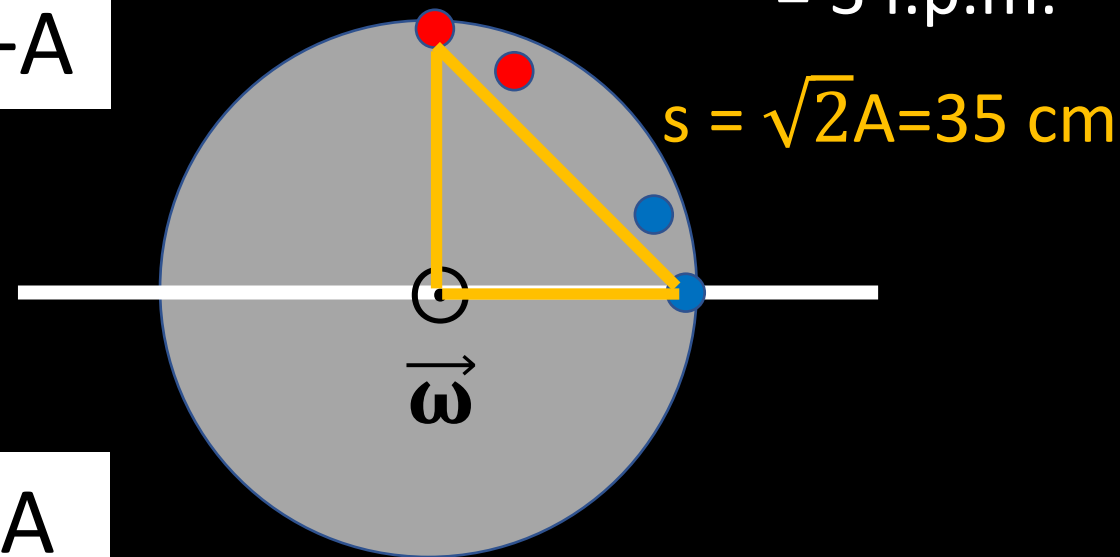
- $a_{MAX} = A\omega^2 = A \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 0,1\text{m} \frac{4\pi^2}{0,01\text{s}^2} = 395\text{ m/s}^2$

9) Un disco ruota a velocità costante. Sul bordo sono segnati due punti le cui coordinate, proiettate lungo un diametro fisso, sono rappresentate nel grafico. Determinare il diametro del disco, il periodo e la frequenza di rotazione; disegnare il disco con i due punti e calcolarne la distanza

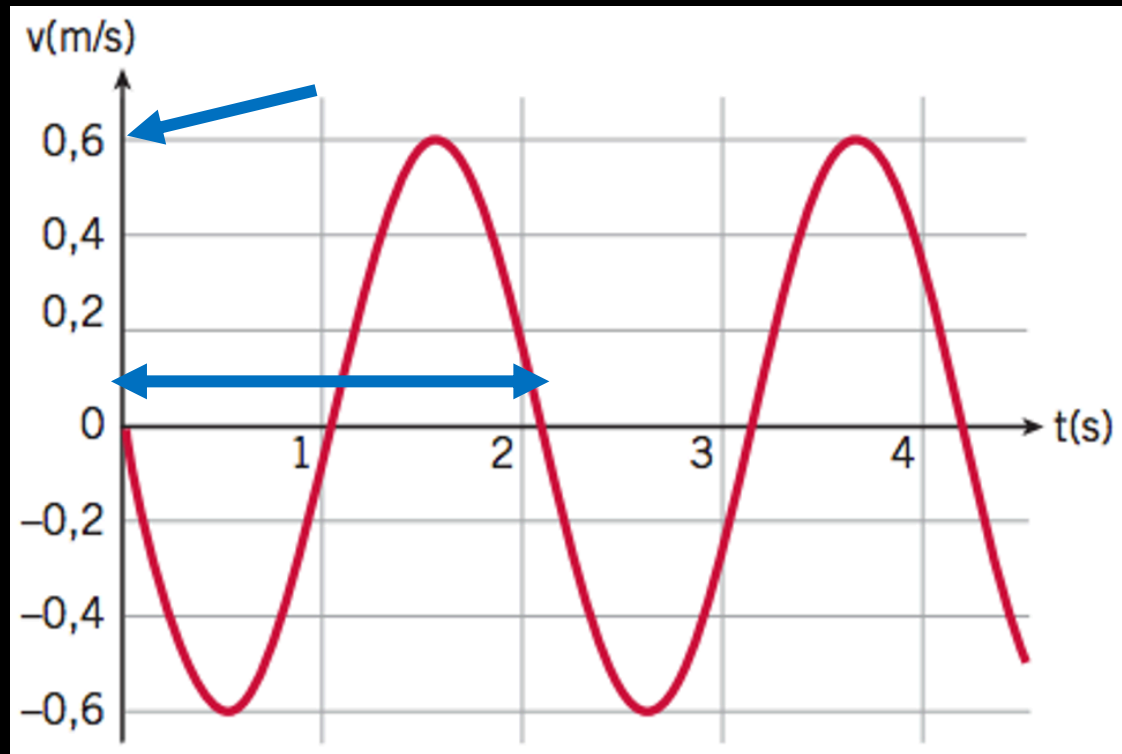


$$A = 25 \text{ cm} \rightarrow d = 50 \text{ cm}$$

$$T = 20 \text{ s} \quad f = 1/T = 0,05 \text{ Hz} = 3 \text{ r.p.m.}$$



10) Il grafico rappresenta il moto armonico di un punto che si muove con accelerazione massima $1,8 \text{ m/s}^2$. Determinare l'ampiezza dell'oscillazione e verificare che il periodo del moto corrisponde approssimativamente a quanto graficato



$$v_{\text{MAX}} = A\omega = 0,6 \text{ m/s}$$

$$a_{\text{MAX}} = A\omega^2 = 1,8 \text{ m/s}^2$$

$$\omega = \frac{A\omega^2}{A\omega} = \frac{a_{\text{MAX}}}{v_{\text{MAX}}} = 3 \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2,09 \text{ s}$$

Fondamenti di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it



Mercoledì 10 novembre 2021

12:00-13:00
in AULA