Fondamenti di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

mercoledì 22 dicembre 2021
12:00-13:30
sincrona
https://meet.google.com/khp-neqs-kgd

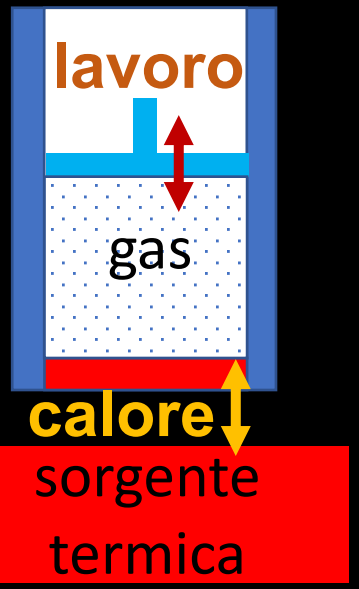
LEZ 9

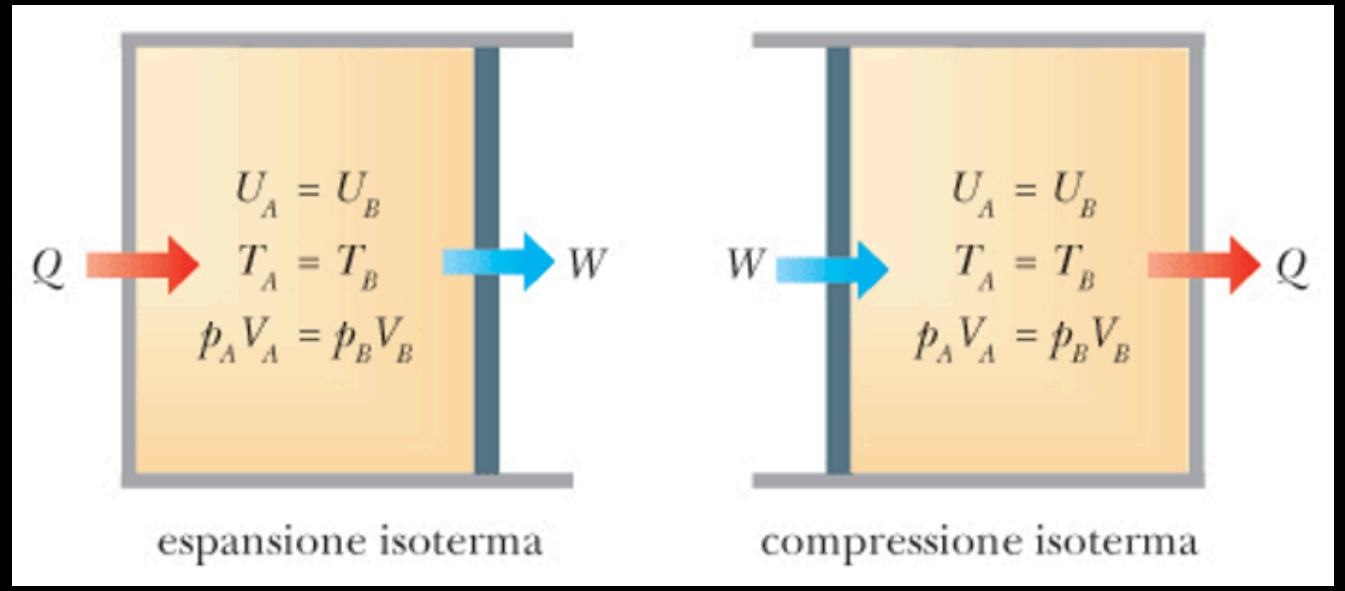
CONSIDERAZIONI ENERGETICHE

TERMODINAMICA

$p\,V = n\,R\,T$

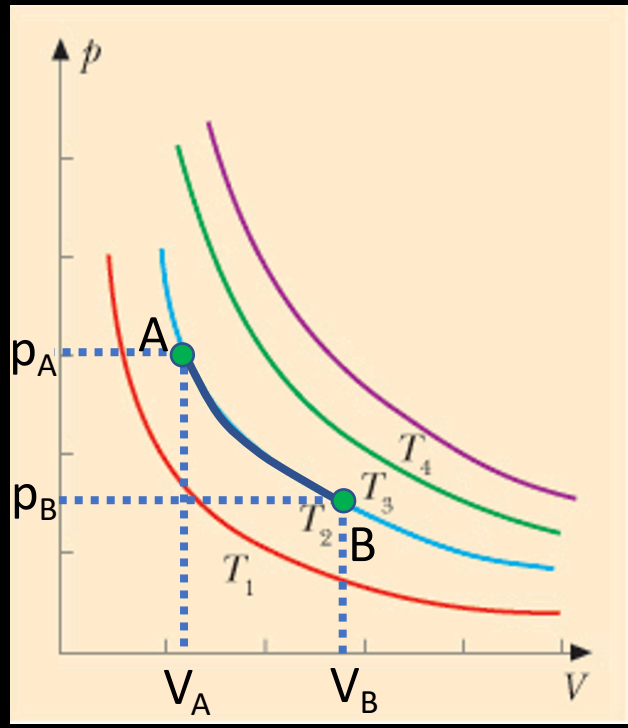
ISOTERMA $\Delta T = 0$





A → B

B → A



$dL = p\,dV = (nRT/V)\,dV = nRT\,dV/V \rightarrow L = nRT \ln (V_B/V_A)$

$dL = p\,dV = p\,d(nRT/p) = p\,nRT\,d(1/p) = p\,nRT\,(-dp/p^2) = -nRT\,dp/p$

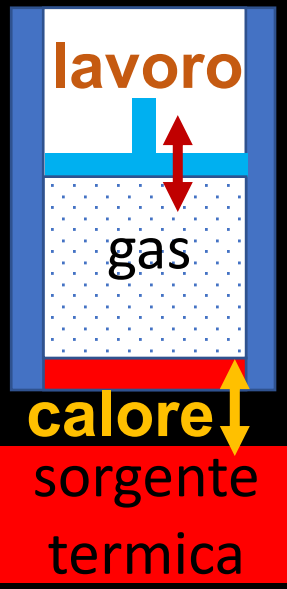
$\rightarrow L = -nRT \ln (p_B/p_A) = nRT \ln (p_A/p_B)$

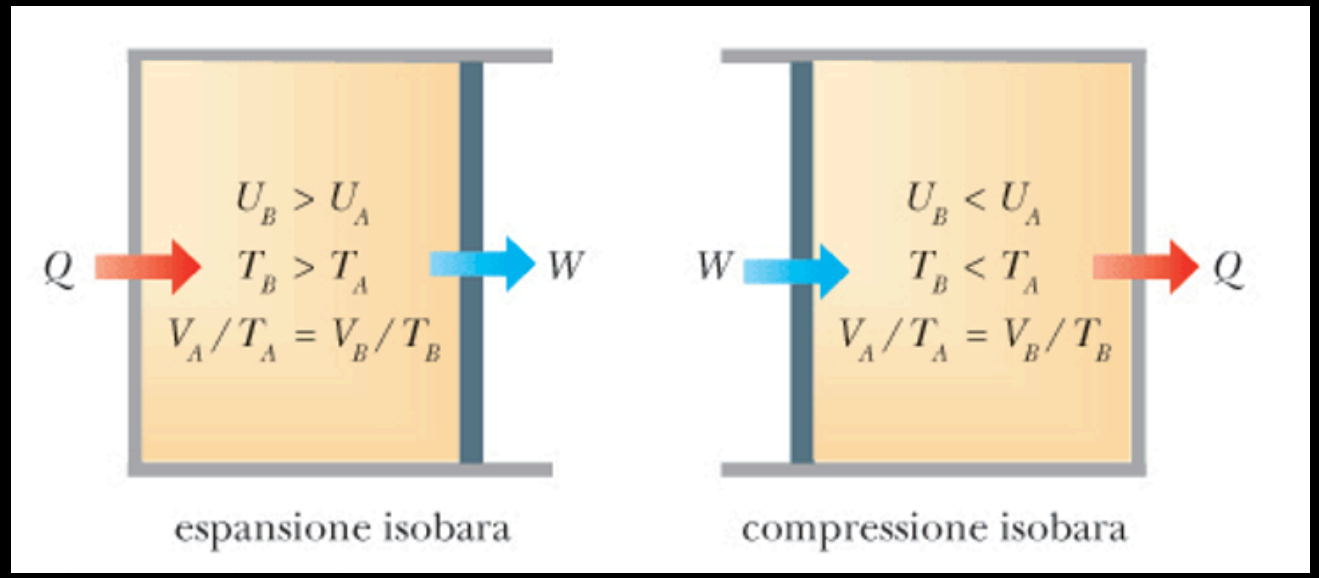
$dU = n\,c_v\,dT = 0 \rightarrow \Delta U = 0 \rightarrow Q = L + \Delta U = \boxed{L = Q} = n\,RT \ln (V_B/V_A)$

TERMODINAMICA

$p\,V = n\,R\,T$

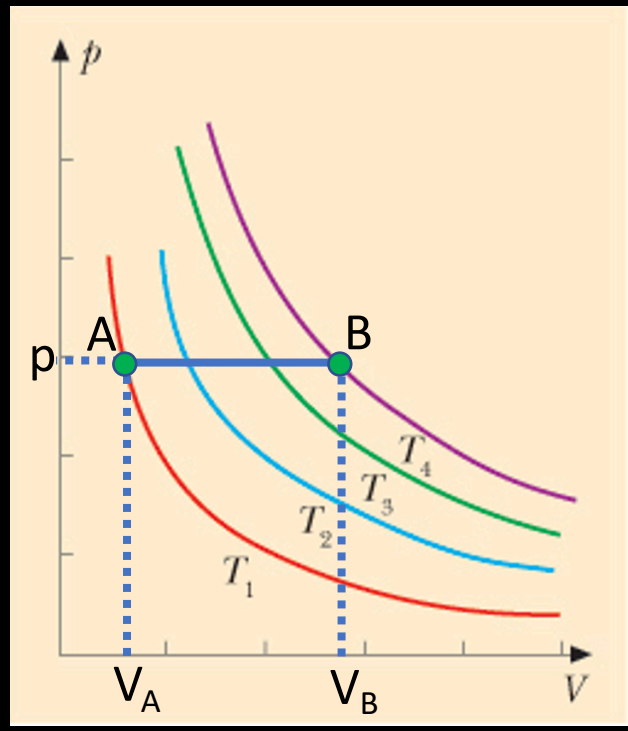
ISOBARA $\Delta p = 0$





A → B

B → A



$dL = p\,dV \rightarrow L = p\,(V_B - V_A)$

$dL = p\,dV = d(pV) = d(nRT) \rightarrow L = nR\,(T_B - T_A)$

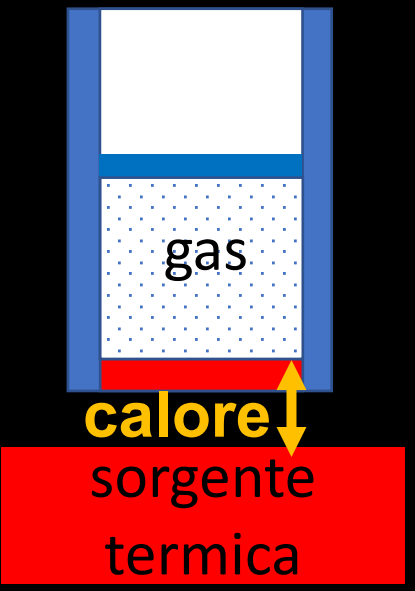
$dU = n\,c_v\,dT \rightarrow \Delta U = n\,c_v\,(T_B - T_A)$

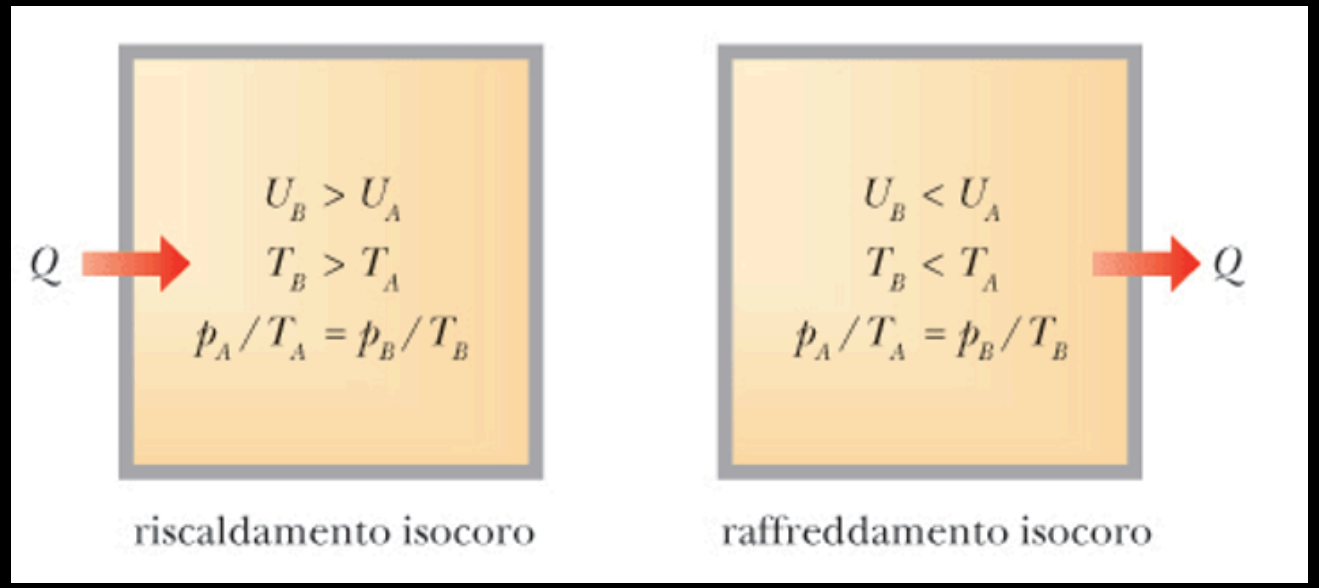
$\rightarrow Q = L + \Delta U = n\,R\,(T_B - T_A) + n\,c_v\,(T_B - T_A) = n\,c_p\,(T_B - T_A)$

TERMODINAMICA

p V = n R T

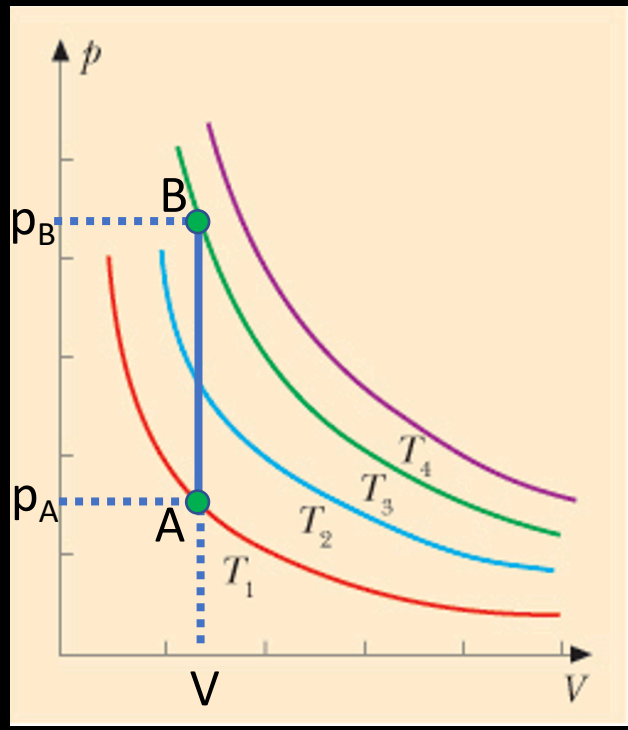
ISOCORA $\Delta V = 0$





A → B

B → A



$dL = p\,dV \rightarrow L = 0$

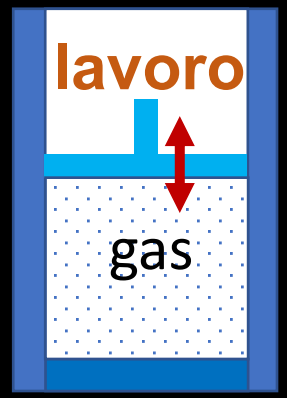
$dU = n\,c_v\,dT \rightarrow \Delta U = n\,c_v\,(T_B - T_A)$

$\rightarrow Q = L + \Delta U = n\,c_v\,(T_B - T_A)$

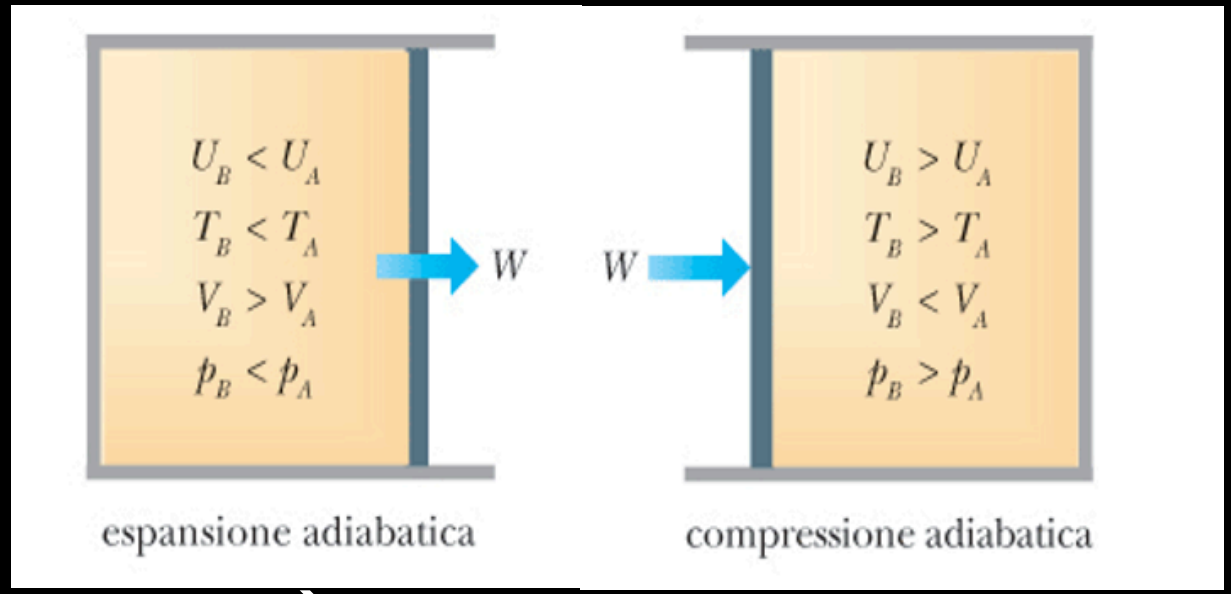
TERMODINAMICA

$p\,V = n\,R\,T$

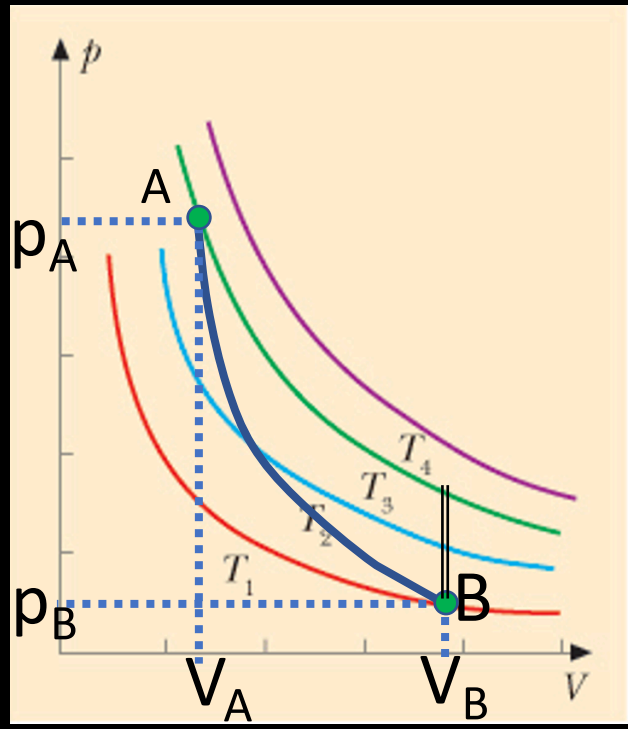
ADIABATICA $dQ=0$



~~sorgente termica~~



A → B B → A



$p\,V^{\gamma}$ = costante γ = coefficiente adiabatico = c_p/c_v

$T\,V^{\gamma-1}$ = costante

$T\,p^{1/\gamma-1}$ = costante

monoatomici $\gamma = 5/3 = 1{,}67$

biatomici $\gamma = 7/5 = 1{,}40$

poliatomici $\gamma = 4/3 = 1{,}33$

$c_p - c_v = R$

$dQ = dL + dU \rightarrow 0 = p\,dV + n\,c_v\,dT = n\,RT\,dV/V + n\,c_v\,dT \rightarrow dV/V = -c_v/R\,dT/T$

$\ln(V/V_0) = \ln[(T/T_0)^{-cv/R}] \rightarrow V/V_0 = (T/T_0)^{-cv/R} \rightarrow V\,T^{cv/R} = \text{costante}$

$dU = n\,c_v\,dT \rightarrow \Delta U = n\,c_v\,(T_B - T_A) \rightarrow Q = 0 \rightarrow L = -\Delta U = -\,n\,c_v\,(T_B - T_A)$

TERMODINAMICA

ESERCIZIO

Una mole di gas perfetto monoatomico alla temperatura $T_1 = 600$ K compie un'espansione adiabatica che ne aumenta il volume da $V_1 = 1\ m^3$ a $V_2 = 2\ m^3$. Calcolare la temperatura finale del gas e il lavoro compiuto nell'espansione.

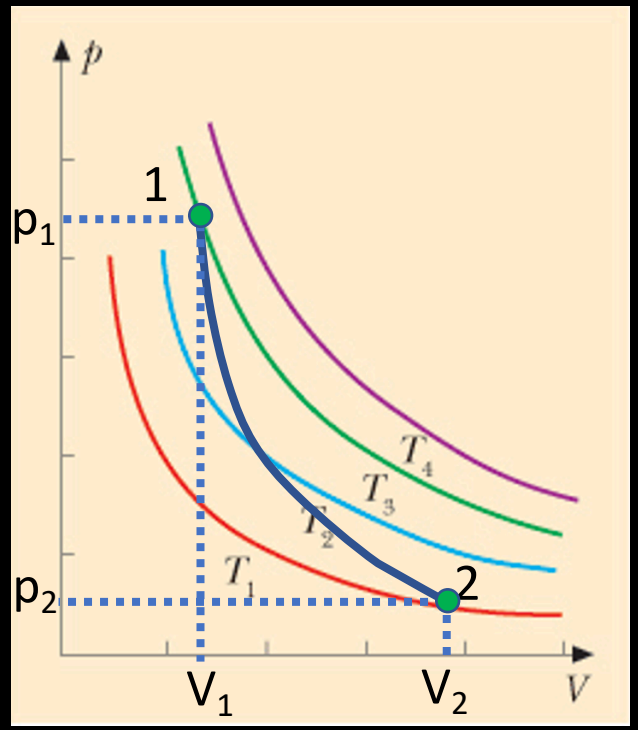
ADIABATICA

$TV^{\gamma-1} = cost$ $\qquad$ $T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$

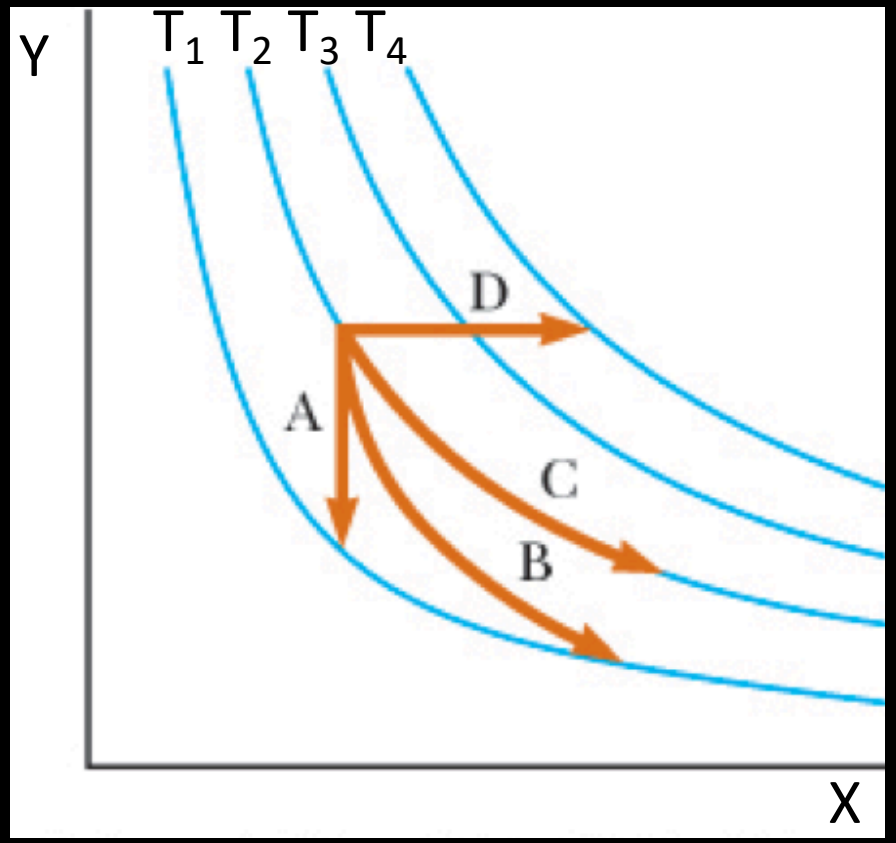
$T_2/T_1 = (V_1/V_2)^{\gamma-1} = (1/2)^{5/3-1} = 0{,}63$

$T_2 = 600\ K \times 0{,}63 = 378\ K$

$L = -\Delta U = -n\,c_v\,(T_2-T_1) = -3/2\ R\ (378 - 600) = 2765\ J$



TRASFORMAZIONI



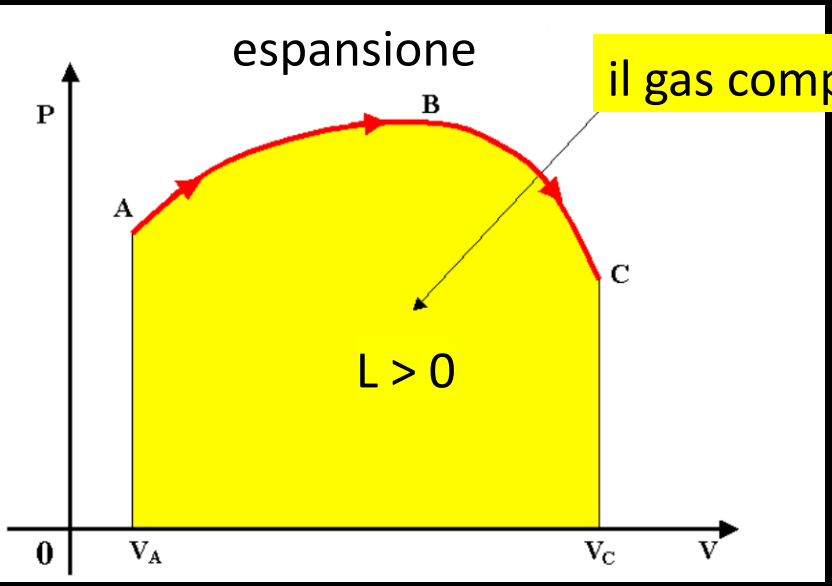
identificare:

1) X e Y
2) la temperatura minore e quella maggiore
3) i quattro tipi di trasformazione
4) il segno del calore scambiato per ognuna delle trasformazioni
5) quale trasformazione produce il lavoro minore

TERMODINAMICA

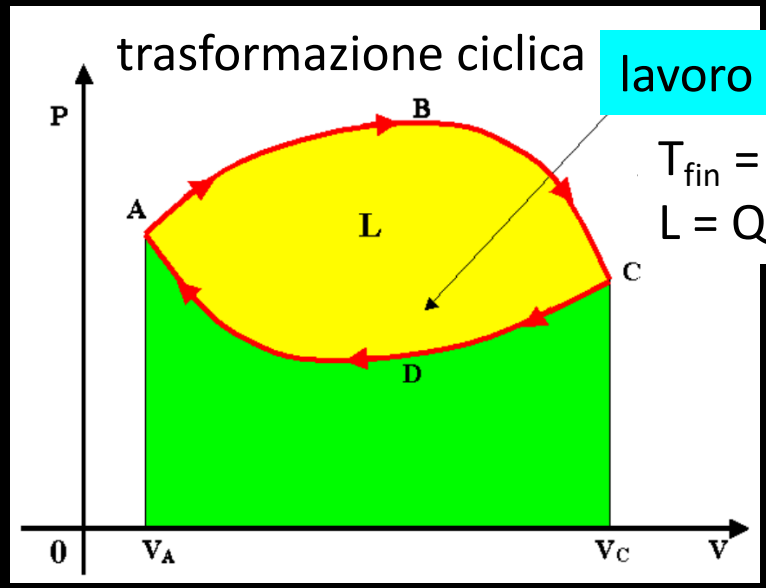
TRASFORMAZIONE CICLICA

espansione



il gas compie lavoro verso l'esterno

trasformazione ciclica

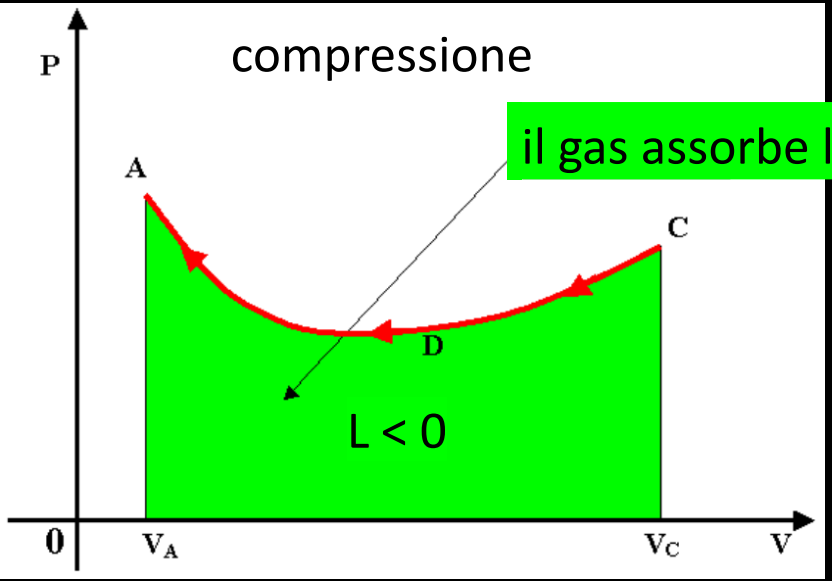


lavoro utile

$T_{fin} = T_{in} \rightarrow \Delta U = 0$

$L = Q = Q_{ass} - |Q_{ced}|$

compressione



il gas assorbe lavoro dall'esterno

in una trasformazione ciclica il gas torna allo stato iniziale

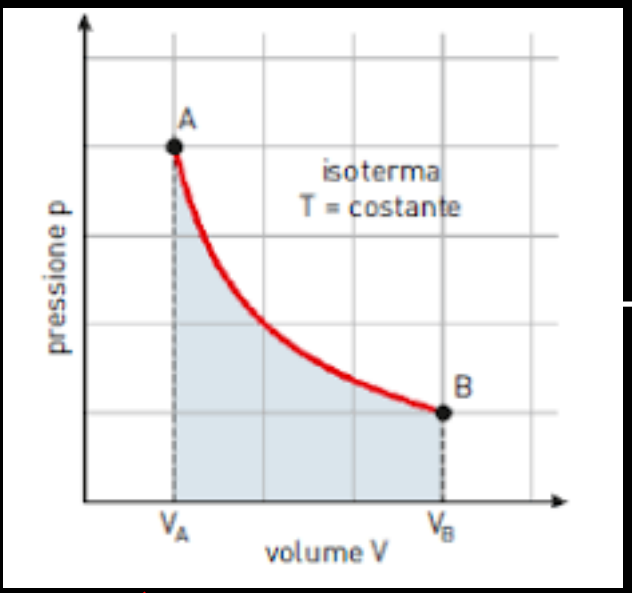
il lavoro complessivamente prodotto (lavoro utile) è pari alla differenza fra il calore assorbito e quello ceduto dal gas

TERMODINAMICA

MACCHINE TERMICHE

dispositivo in grado di trasformare calore in lavoro

rendimento: $\eta = L/Q$ va massimizzato!

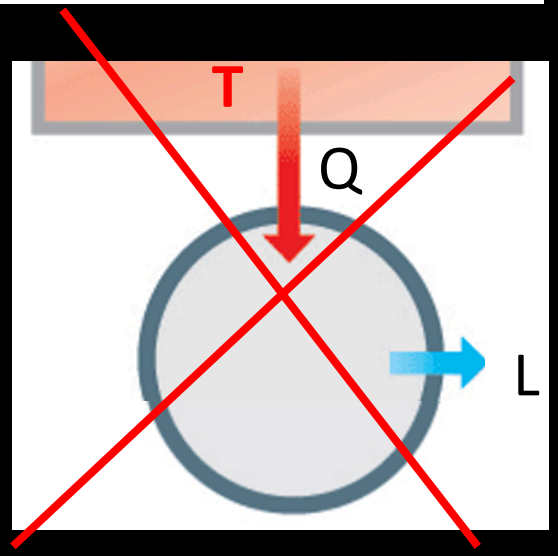


per trasformare tutto Q in L occorre che sia $\Delta U = 0$ come in una isoterma ($\eta = 100\%$)

→ ma una volta che il sistema è passato da A a B la macchina smette di funzionare!

per essere utile la macchina deve lavorare ciclicamente

per tornare da B ad A occorre esattamente lo stesso lavoro che è stato prodotto: non è sufficiente disporre di una sola sorgente termica



la macchina termica più semplice ha bisogno di due sorgenti termiche

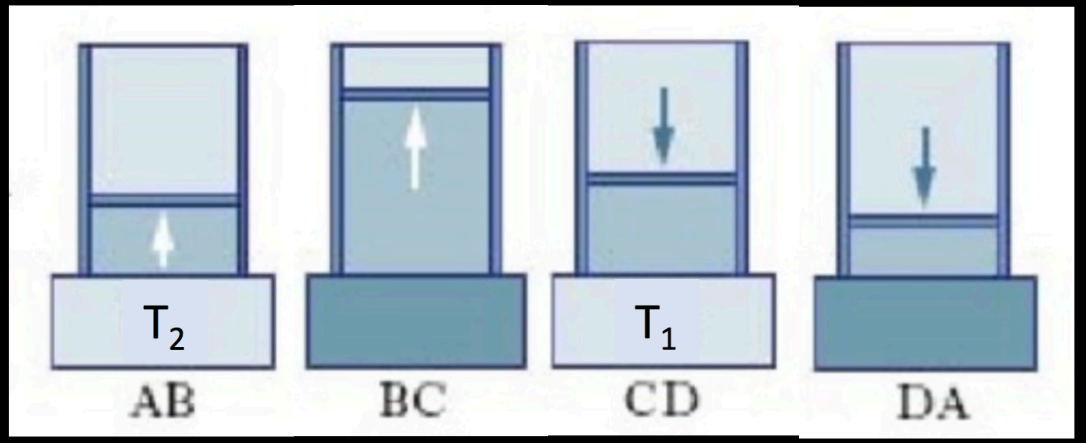
TERMODINAMICA

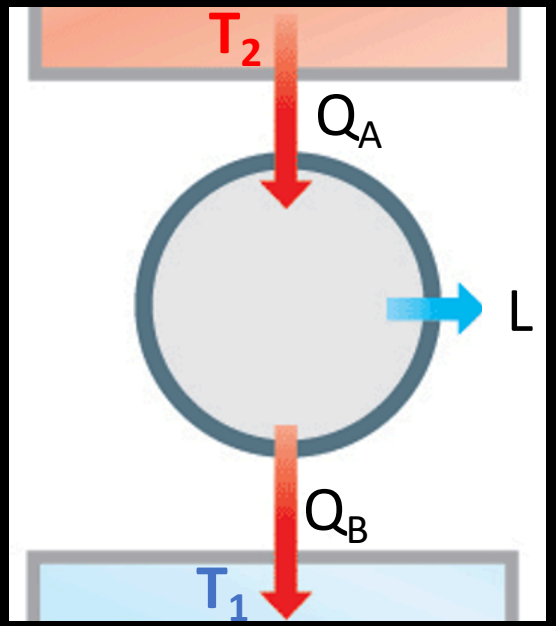
ciclo di CARNOT

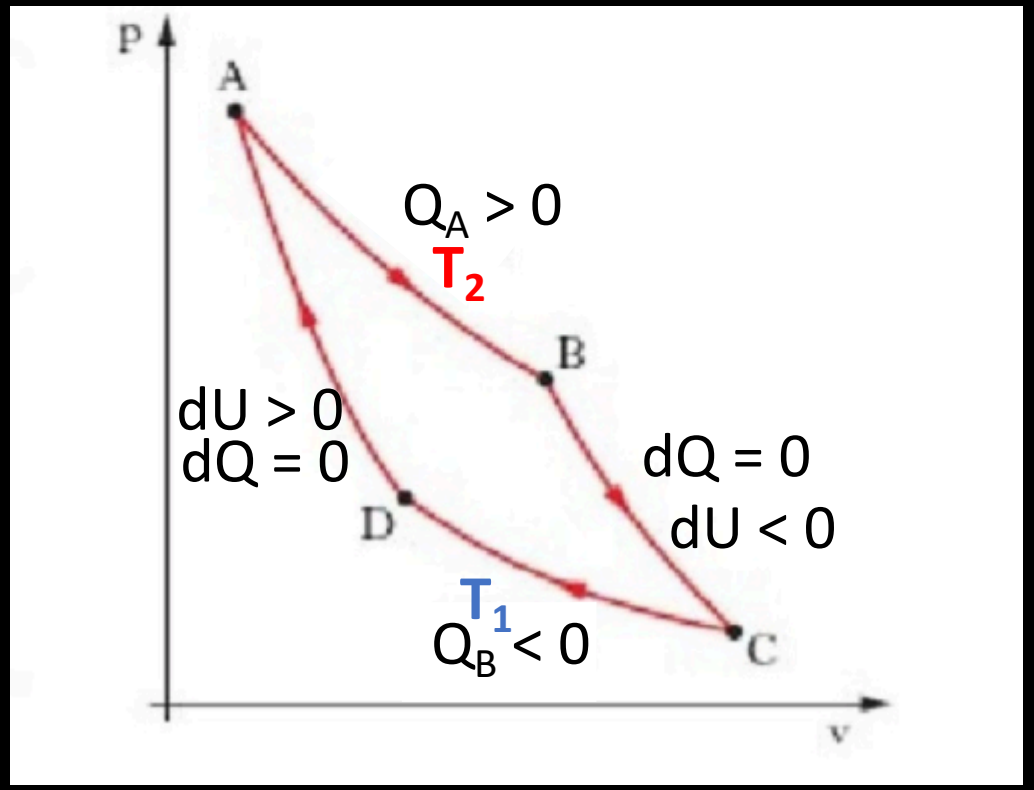
MACCHINE TERMICHE

rendimento: $\eta = L/Q$

Q_A calore a temperatura T_2 assorbito dalla macchina
Q_B calore a temperatura T_1 ceduto dalla macchina







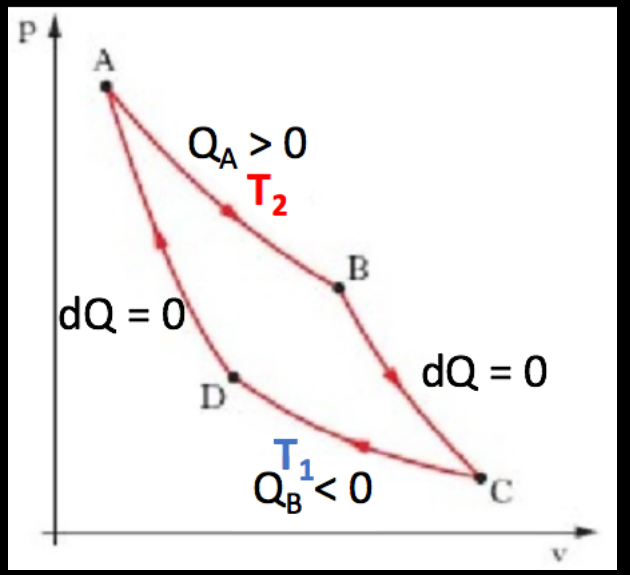
TERMODINAMICA

ciclo di CARNOT

MACCHINE TERMICHE

dispositivo in grado di trasformare calore in lavoro

rendimento: $\eta = L/Q$ va massimizzato!



ISOTERMA (se A→B)

$dL = p\,dV = n\,RT\,dV/V \rightarrow L = n\,RT \ln (V_B/V_A)$

$\rightarrow Q = L + \Delta U = n\,RT \ln (V_B/V_A)$

ADIABATICA (se A→B)

$dU = n\,c_v\,dT \rightarrow \Delta U = n\,c_v\,(T_B - T_A)$

$\rightarrow Q = 0 \rightarrow L = -\Delta U = -\,n\,c_v\,(T_B - T_A)$

$p\,V^{\gamma}$ = costante

$T\,V^{\gamma-1}$ = costante

$T\,p^{1/\gamma-1}$ = costante

$\eta = L/Q = (L_{AB}+L_{BC}+L_{CD}+L_{DA})/Q_A =$

$$= \frac{nRT_2 \ln\frac{V_B}{V_A} - n\,c_V(T_1 - T_2) + nRT_1 \ln\frac{V_D}{V_C} - n\,c_V\,(T_2 - T_1)}{nRT_2 \ln\frac{V_B}{V_A}}$$

$$= \frac{nRT_2 \ln\frac{V_B}{V_A} + nRT_1 \ln\frac{V_D}{V_C}}{nRT_2 \ln\frac{V_B}{V_A}} = 1 + \frac{T_1 \ln\frac{V_D}{V_C}}{T_2 \ln\frac{V_B}{V_A}} = 1 - \frac{T_1 \ln\frac{V_D}{V_C}}{T_2 \ln\frac{V_D}{V_C}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

BC: $T_2\,V_B^{\gamma-1} = T_1\,V_C^{\gamma-1}$

AD: $T_2\,V_A^{\gamma-1} = T_1\,V_D^{\gamma-1}$

$V_B/V_A = V_C/V_D$

alto rendimento se $T_1 \rightarrow 0$ e $T_2 \rightarrow \infty$

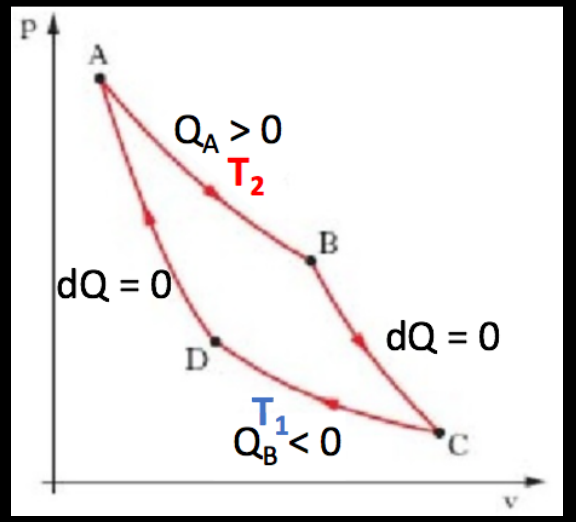
fissati T_1 (refrigerante) e T_2 (caldaia), alto lavoro utile L se $V_C >> V_A$

alta potenza se elevato numero di giri al secondo: P = f L

TERMODINAMICA

ESERCIZIO

Una macchina termica utilizza il ciclo di Carnot utilizzando una mole di aria come gas, ghiaccio fondente come refrigerante e acqua all'ebollizione a pressione atmosferica come sorgente ad alta temperatura.
Un ciclo della macchina dura 0,1 s.
Determinare il rendimento della macchina e la sua potenza.
L'espansione isoterma inizia da 300 kPa e termina a 150 kPa.



$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = \frac{100\ \mathrm{K}}{373{,}15\ \mathrm{K}} = 26{,}8\ \%$$

ISOTERMA (se A→B)
$L = n\,RT \ln (V_B/V_A)$

ADIABATICA (se A→B)
$L = -n\,c_v\,(T_B - T_A)$

BC: $T_2\,V_B^{\gamma-1} = T_1\,V_C^{\gamma-1}$
AD: $T_2\,V_A^{\gamma-1} = T_1\,V_D^{\gamma-1}$
$V_B/V_A = V_C/V_D$

$$L = L_{AB}+L_{BC}+L_{CD}+L_{DA} =$$
$$= nRT_2 \ln\frac{V_B}{V_A} - n\,c_V(T_1 - T_2) + nRT_1 \ln\frac{V_D}{V_C} - n\,c_V\,(T_2 - T_1)$$
$$= nRT_2 \ln\frac{V_B}{V_A} + nRT_1 \ln\frac{V_D}{V_C}$$
$$= R\left(T_2 \ln\frac{V_B}{V_A} + T_1 \ln\frac{V_D}{V_C}\right)$$
$$= R(T_2 - T_1)\ln\frac{V_B}{V_A}$$
$$= 8{,}31 \times 100\ \ln 2 = 576\ \mathrm{J}$$

$pV = nRT$

$p_A\,V_A = p_B\,V_B$

$V_B/V_A = p_A/p_B = 300\ \mathrm{kPa}/150\ \mathrm{kPa} = 2$

$$R = 8{,}3145\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}\cdot\mathrm{K}}$$

→ $P = f\,L = 5760\ \mathrm{W}$

Queste sono le date della prova scritta. Su richiesta del singolo studente fisserò un orale prima del giorno previsto per la verbalizzazione congiunta con Fondamenti di fisica medica:

martedì 1 febbraio (verbalizzazione martedì 8 febbraio)
martedì 15 febbraio (verbalizzazione martedì 22 febbraio)
mercoledì 1 giugno (verbalizzazione giovedì 9 giugno)
giovedì 16 giugno (verbalizzazione giovedì 23 giugno)
martedì 5 luglio (verbalizzazione martedì 12 luglio)
lunedì 5 settembre (verbalizzazione martedì 6 settembre)
martedì 13 settembre (verbalizzazione martedì 20 settembre)

	24	**27**	**30**
18	20	20	21
20	21	22	23
22	23	23	24
24	24	25	26
26	26	26	27
28	27	28	29
30	29	29	30

Prossime lezioni (gennaio): Lun 17 Merc 19 x 2 Lun 24 x 2

4 esercizi di meccanica + 2 di termodinamica in 2 ore

DILATAZIONE TERMICA

$l(T) = l(T_0)\,[1+ \alpha\,(T-T_0)]$

$$\frac{\Delta \ell}{\ell_o} = \alpha\,\Delta T$$

$$\frac{\Delta V}{V_o} = \gamma\,\Delta T = 3\alpha\,\Delta T$$

TRASMISSIONE DEL CALORE

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda\,S\,\frac{\Delta T}{d}$$

$$\frac{dQ}{dt} = h\,S\,\Delta T$$

$$\frac{dQ}{dt} = \varepsilon\sigma\,S\,T^4$$

costante di Stefan-Boltzmann

$\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ W/m^2K^4$

TRASFORMAZIONI

$$R = 8{,}3145 \ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol \cdot K}}$$

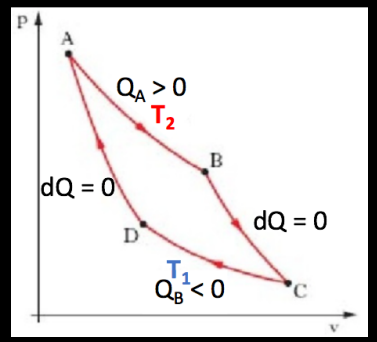
FORMULARIO

$dQ = dL + dU$ 1° principio della termodinamica

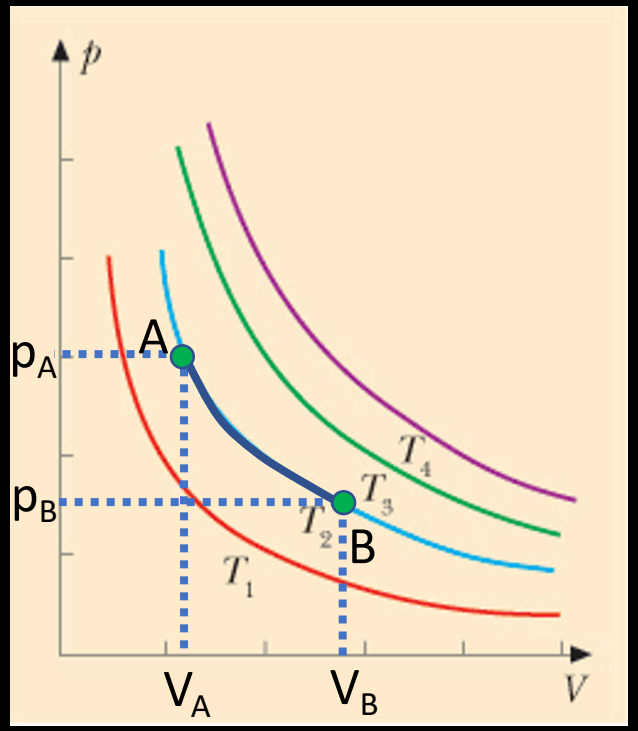
$p\,V = n\,R\,T$ equazione di stato dei gas perfetti

$dU = n\,c_v\,dT$ energia interna di un gas perfetto

$\eta = L/Q_A = 1 - \frac{T_1}{T_2}$



ISOTERMA



$dL = p\,dV = n\,RT\,dV/V \rightarrow$

$\rightarrow L_{A\rightarrow B} = n\,RT\,\ln(V_B/V_A)$

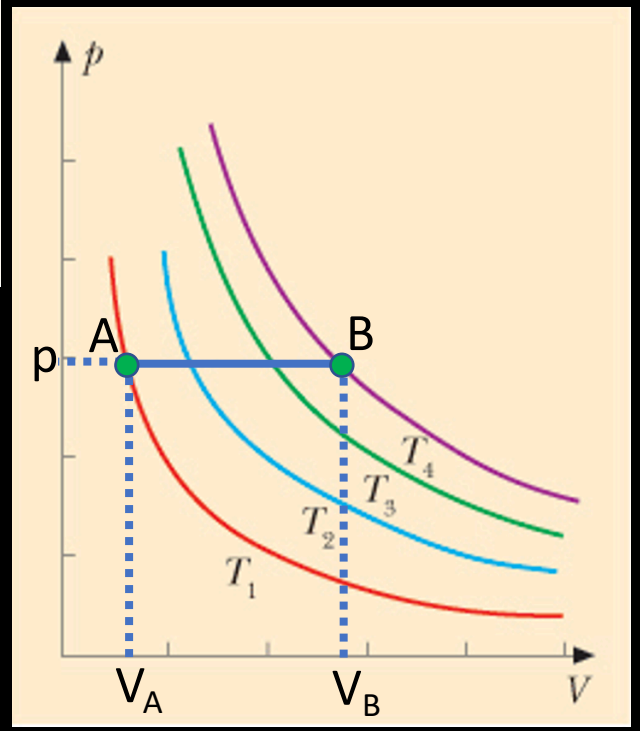
$p\,V^{\gamma}$ = costante

monoatomici $\gamma = 5/3 = 1{,}67$

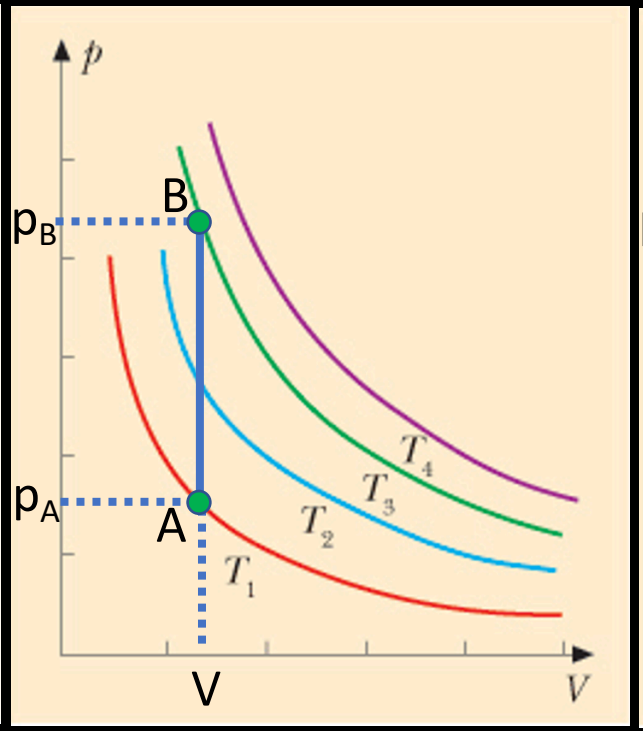
biatomici $\gamma = 7/5 = 1{,}40$

poliatomici $\gamma = 4/3 = 1{,}33$

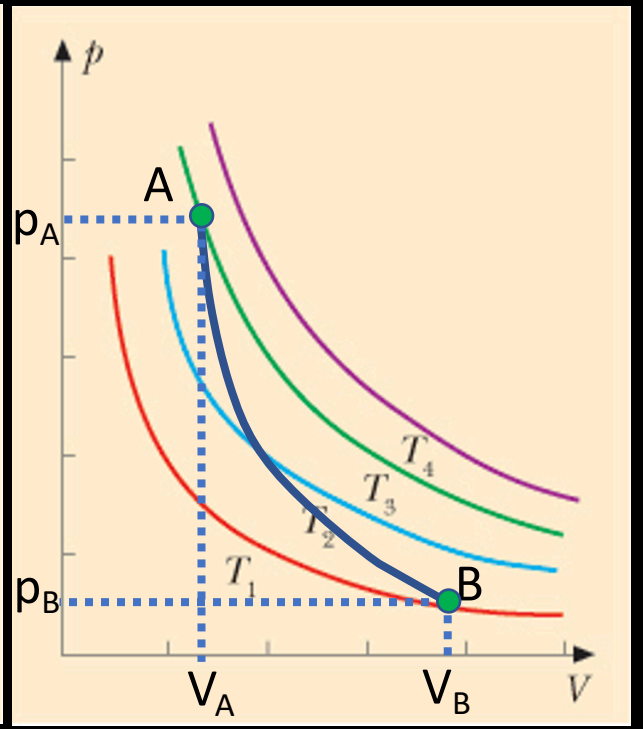
ISOBARA



ISOCORA



ADIABATICA



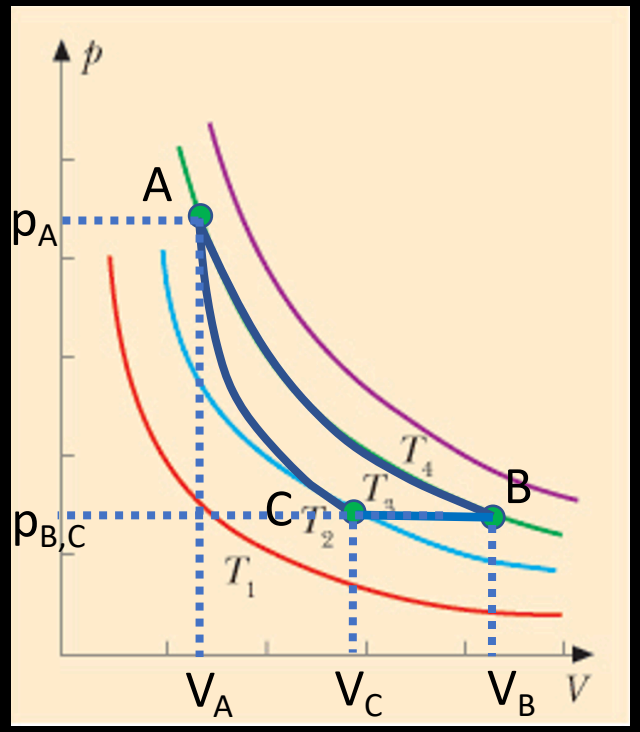
TERMODINAMICA

ESERCIZIO

Una macchina termica utilizza una mole di gas perfetto biatomico e compie il ciclo A->B->C->A dove la trasformazione A->B è isoterma, la trasformazione B->C è isobara e la trasformazione C->A è adiabatica. Sapendo che p_A = 200 kPa, p_B = 100 kPa e $V_A = 20 \times 10^{-3}$ m^3 ricavare, dopo aver disegnato la trasformazione:

a) i valori di pressione, volume e temperatura in A, B, C

b) il rendimento della macchina termica.



A:(200 kPa; 20 x 10^{-3} m^3; 481,3 K)

B:(100 kPa; 40 x 10^{-3} m^3; 481,3 K)

C:(100 kPa; 32,8 x 10^{-3} m^3; 394,7 K)

$pV = n RT \rightarrow T = pV/R$

$pV = n RT \rightarrow V = RT/p$

$pV = cost$

$pV^\gamma = cost$

$p_A V_A^\gamma = p_C V_C^\gamma$

$200 \times 20^{1,4} = 100 \times V_C^{1,4}$

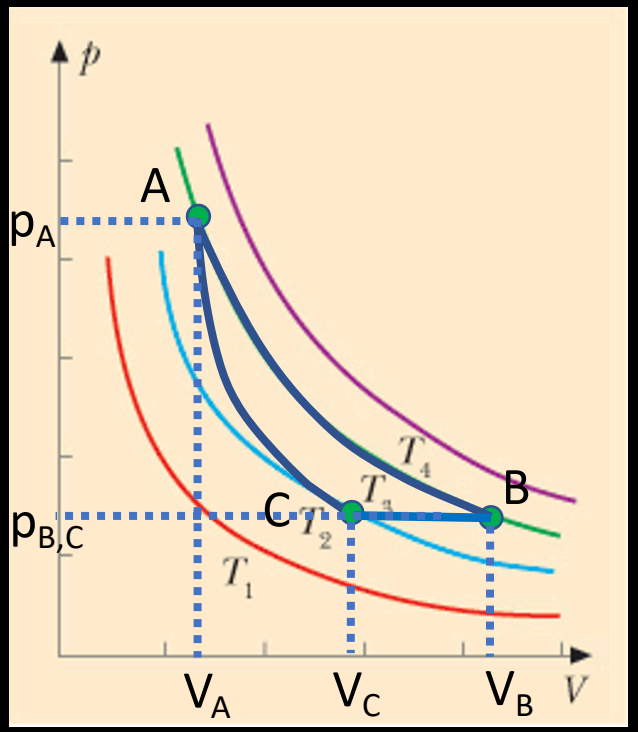
$pV = n RT \rightarrow T = pV/R$

TERMODINAMICA

Una macchina termica utilizza una mole di gas perfetto biatomico e compie il ciclo A->B->C->A dove la trasformazione A->B è isoterma, la trasformazione B->C è isobara e la trasformazione C->A è adiabatica. Sapendo che p_A = 200 kPa, p_B = 100 kPa e $V_A = 20 \times 10^{-3}$ m^3 ricavare, dopo aver disegnato la trasformazione:

a) i valori di pressione, volume e temperatura in A, B, C

b) il rendimento della macchina termica.



A:(200 kPa; 20 x 10^{-3} m^3; 481,3 K)

B:(100 kPa; 40 x 10^{-3} m^3; 481,3 K)

C:(100 kPa; 32,8 x 10^{-3} m^3; 394,7 K)

$\eta = L/Q_A = (L_{A\to B}+L_{B\to C}+L_{C\to A})/Q_{ASS}$ = 9,1 %

$L_{A\to B} = n\,RT \ln (V_B/V_A) = R\ 481{,}3 \ln(40/20)$

$L_{B\to C} = p\,(V_C-V_B) = 100\ k\ (32{,}8-40) \times 10^{-3}$

$L_{C\to A} = -\,n\,c_v\,(T_A-T_C) = -\,5/2\ R\ (481{,}3 - 394{,}7)$

$\eta_{Carnot} = 1 - 394{,}7/481{,}3 = 18\%$

$Q_{ASS} = L_{A\to B} = n\,RT \ln (V_B/V_A) = R\ 481{,}3 \ln(40/20)$

TERMODINAMICA

$\eta = L/Q_A = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$

$Q_A = L + Q_B$

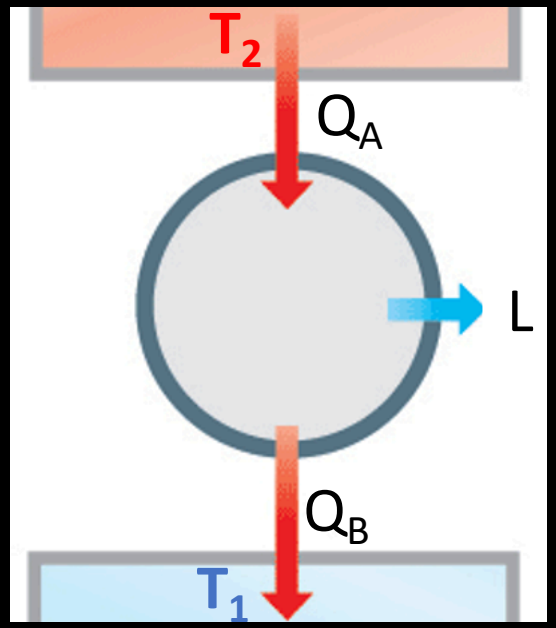
$Q_B = Q_A - L = L/\eta - L = L(1/\eta - 1)$

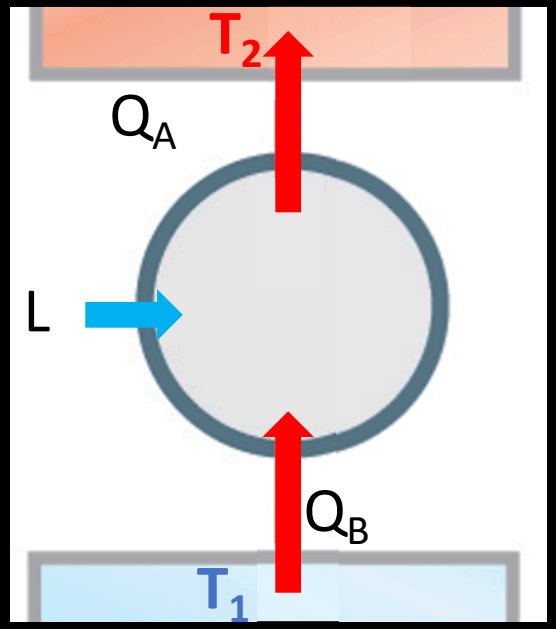
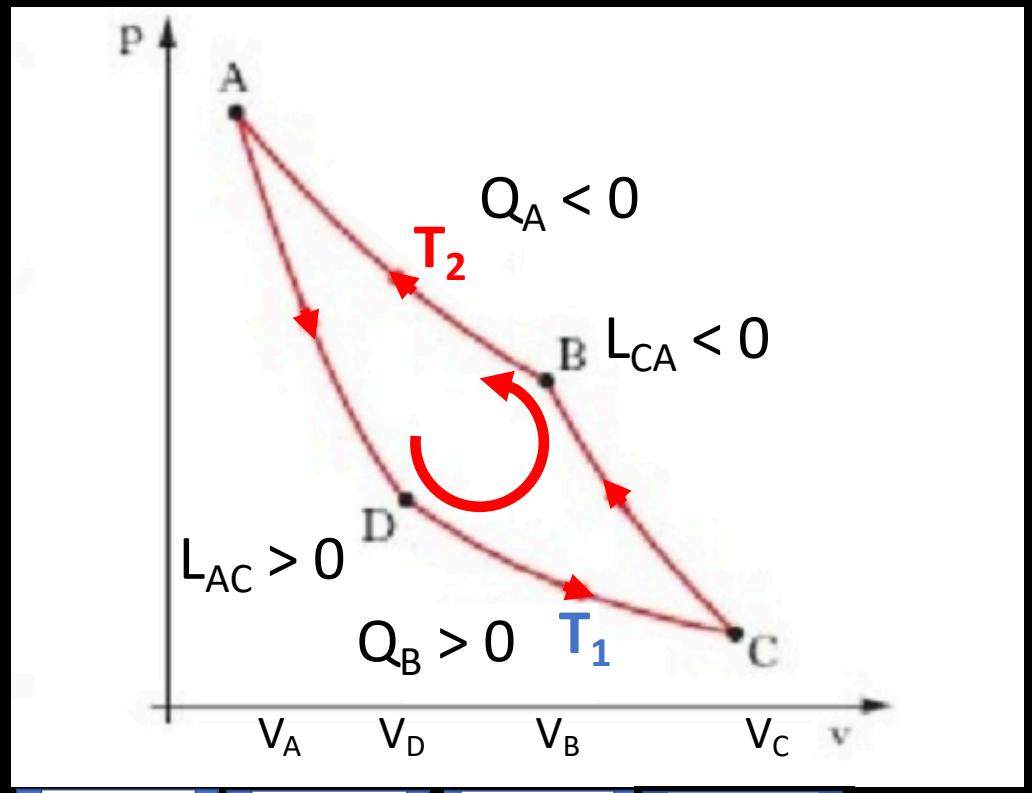
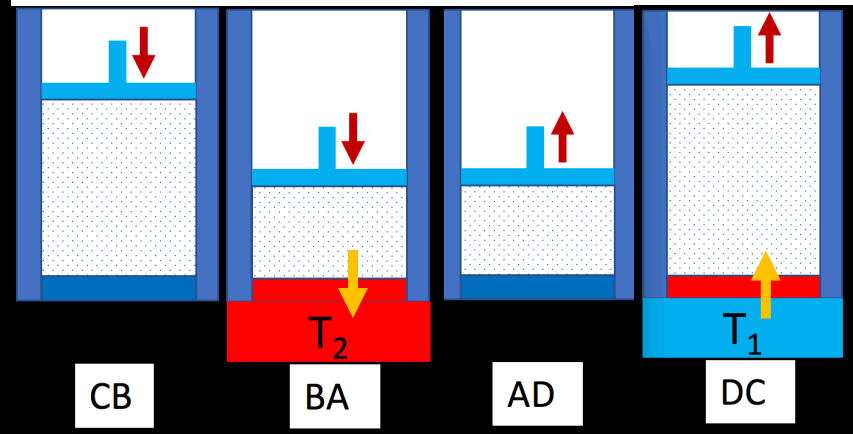
$COP = Q_B/L = 1/\eta - 1 = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$

coefficiente di prestazione

$Q_A = n\,RT_2 \ln(V_A/V_B) < 0$

$Q_B = n\,RT_1 \ln(V_C/V_D) > 0$





MACCHINA FRIGORIFERA