Fondamenti di fisica generale - III lezione

I parte - Moto circolare uniforme e moto armonico

II & III parte - I principi della dinamica, forza peso, reazioni vincolari, attrito

Andrea Bettucci

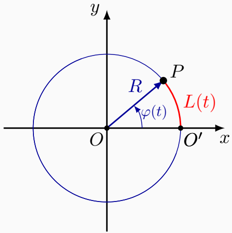
8 novembre 2023

Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria
Sapienza Università di Roma

I parte

Moto circolare uniforme

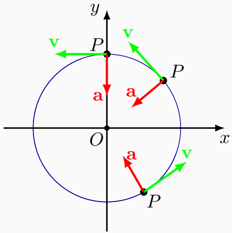
- Un punto P si muove su una traiettoria circolare di raggio R.
- Il moto è uniforme: $\boldsymbol{v}$ è costante in modulo, ma la sua direzione varia con continuità.
- L'accelerazione è centripeta e vale v^2/R.
- φ è l'angolo di fase



$$\varphi(t) = \frac{L(t)}{R} \text{ radianti.}$$

Poiché il moto è uniforme

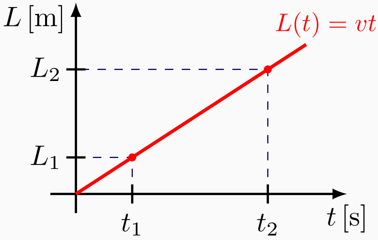
$$L(t) = vt \qquad \left(\frac{dL}{dt} = v\right).$$

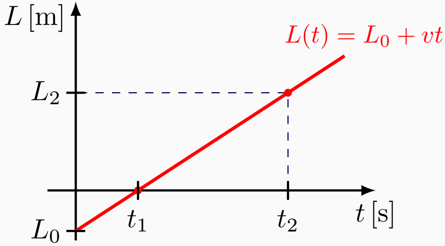


In generale, se il punto P all'istante $t = 0$ non si trova il O', sarà

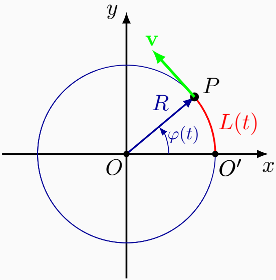
$$L(t) = L_0 + vt \qquad \left(\frac{dL}{dt} = v\right).$$

MOTO UNIFORME: LO SPAZIO CRESCE LINEARMENTE CON IL TEMPO





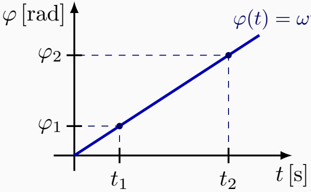
$$L(t) = vt \qquad \varphi(t) = \frac{L(t)}{R} = \frac{v}{R}t$$

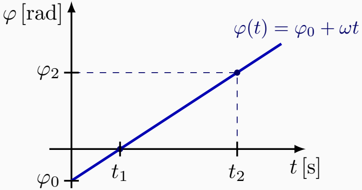


La velocità angolare del punto P esprime la rapidità con la quale viene descritto l'angolo φ:

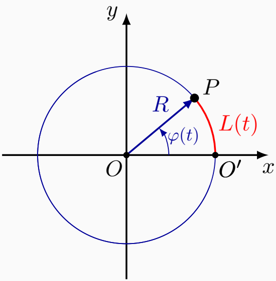
$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{R}.$$

$$\omega = \frac{v}{R} \quad \Rightarrow \quad v = \omega R \quad \Rightarrow \quad \varphi(t) = \omega t.$$





Il moto del punto P è periodico: il punto P dopo un tempo T detto periodo si ritrova nella stessa posizione con le stesse caratteristiche di moto.



$$T = \frac{2\pi R}{v} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Se il periodo T è il tempo impiegato da P per compiere un giro completo, la frequenza ν esprime il numero di giri compiuti nell'unità di tempo:

$$\nu = \frac{1}{T}$$

L'unità di misura della frequenza è l'hertz, e si indica con Hz.

$$\nu = \frac{1}{T}$$

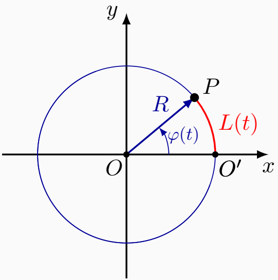
- Se $T = 1\,\text{s} \quad \Rightarrow \quad \nu = 1\,\text{Hz}$
- Se $T = 10\,\text{s} \quad \Rightarrow \quad \nu = 0{,}1\,\text{Hz}$
- Se $T = 0{,}1\,\text{s} \quad \Rightarrow \quad \nu = 10\,\text{Hz}$.

Poiché

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad \text{e} \qquad \nu = \frac{1}{T}$$

ne deriva che

$$\omega = 2\pi\nu$$

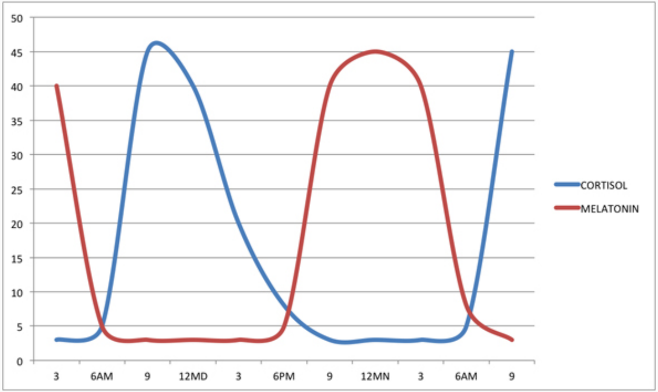


Nel corpo umano vi è un’infinità
di fenomeni periodici
sia fisiologici sia patologici

BATTITO CARDIACO

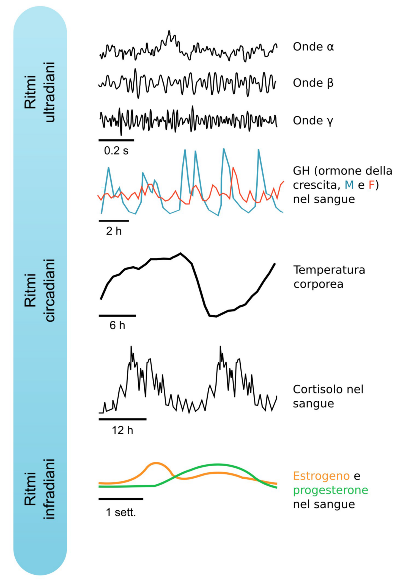
- Periodo $\simeq 1\,\mathrm{s}$
- Frequenza $\simeq 60$ battiti al minuto

ANDAMENTO CORTISOLO-MELATONINA

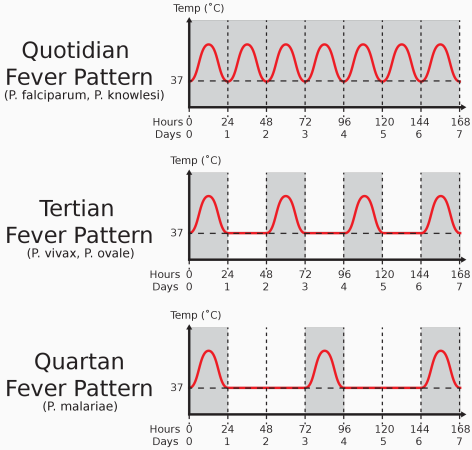


- Periodo $\simeq 24$ ore

RITMI BIOLOGICI CON PERIODICITÀ VARIA



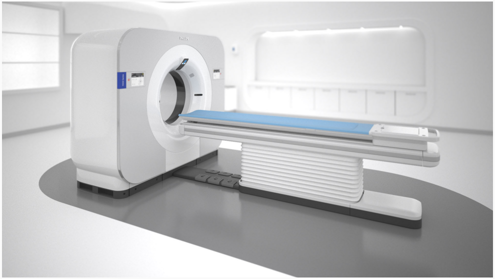
MALARIA - FEBBRE TERZANA E QUARTANA



Febbri periodiche la cui periodicità è uguale a quella del ciclo asessuale del parassita malarico.

Sistemi che ruotano di moto circolare in ambito ospedaliero

Tomografia assiale



Sistemi che ruotano di moto circolare in ambito ospedaliero

Centrifuga da laboratorio

Esercizio

In una centrifuga da laboratorio le provette si muovono di moto circolare uniforme con un'accelerazione centripeta $a_c = 1{,}4 \times 10^5$ m/s^2. Le provette distano $d = 10$ cm dal centro di rotazione. Si determini: *(a)* la velocità delle provette; *(b)* la velocità angolare delle provette; *(c)* i giri al secondo compiuti dalle provette.

(a) Dalla definizione di accelerazione centripeta si ha:

$$a_c = \frac{v^2}{d} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{a_c d} = \sqrt{(1{,}4 \times 10^5\ \mathrm{m/s^2}) \cdot (0{,}1\ \mathrm{m})} = 118{,}3\ \mathrm{m/s}.$$

(b) Poiché $v = \omega d$, ne deriva che

$$\omega = \frac{v}{d} = \frac{118{,}3\ \mathrm{m/s}}{0{,}1\ \mathrm{m}} = 1183\ \mathrm{rad/s}.$$

(c) Poiché $T = 2\pi/\omega$, si ricava

$$T = \frac{2 \cdot 3,14}{1183\ \mathrm{rad/s}} = 0{,}0053\ \mathrm{s} \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{1}{T} \simeq 189\ \mathrm{giri/s}.$$

A cosa serve e come funziona
una centrifuga da laboratorio?

- Una centrifuga da laboratorio è uno strumento utilizzato per accelerare la separazione tra corpi di diversa densità (massa) attraverso l'uso della forza, o meglio, dell'accelerazione centrifuga.
- Questo processo è definito centrifugazione e si basa sul fenomeno della sedimentazione di un corpo solido ad alta densità mescolato ad un fluido a densità più bassa.
- Particelle con massa diversa sedimentano a velocità diversa.
- La centrifugazione permette alle molecole di separarsi in base alla loro densità e, quindi, al loro comportamento in relazione al campo gravitazionale.
- La centrifugazione mira ad aumentare l'accelerazione gravitazionale applicata alla sospensione presa in esame sostituendola con la forza centrifuga.

Cos’è l’accelerazione centrifuga?

- L'accelerazione centrifuga è l'accelerazione che sperimenta un corpo che si trova solidale con un sistema di riferimento in rotazione.
- L'accelerazione centrifuga e, di conseguenza, la forza centrifuga, è diretta radialmente rispetto al centro di rotazione, con verso che tende ad allontanare il corpo dal centro di rotazione.
- Il modulo dell'accelerazione centrifuga è:

$$a_{\text{centrifuga}} = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

dove r è la distanza del punto P dove si trova corpo dal centro di rotazione, ω la velocità angolare del sistema di riferimento con $\omega = v/r$ essendo v la velocità di P.

- Una volta che la centrifuga viene azionata, la forza centrifuga spinge la parte solida del composto sul fondo della provetta (le provette sono disposte quasi orizzontalmente nella centrifuga) permettendole di separarsi dalla parte liquida e trasformandola in quello che si definisce il ”precipitato“.
- Particelle solide di diversa massa e dimensione hanno, a parità di velocità di rotazione della centrifuga, velocità di sedimentazione diverse: variando i tempi di centrifugazione è possibile separare composti solidi diversi che si trovano in un liquido.

La velocità di eritrosedimentazione (VES) è
un esame del sangue che misura,
in modo aspecifico e indiretto,
il grado di infiammazione presente
nell’organismo.

La VES è un indice aspecifico di malattia:
deve essere associata ad altri esami
per fornire al medico delle informazioni utili
per la diagnosi di eventuali affezioni.

Esercizio

Qual è la forza $\boldsymbol{F}$ che una persona deve esercitare all'estremità di una sottile fune inestensibile di lunghezza ℓ alla cui estremità opposta è attaccata una massa m se vuole farla ruotare su un piano orizzontale liscio con un periodo T? ($\ell = 0{,}60\,\text{m}$; $m = 0{,}15\,\text{kg}$; $T = 0{,}50\,\text{s}$; si trascuri la massa della fune.)

Se si applica alla massa m la seconda legge della dinamica $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ e la si proietta nella direzione radiale si ha:

$$F = ma_{\text{centripeta}} = m\omega^2\ell$$

dove

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3,14}{0{,}50\,\text{s}} = 12{,}56\,\text{rad/s}$$

e quindi si ha:

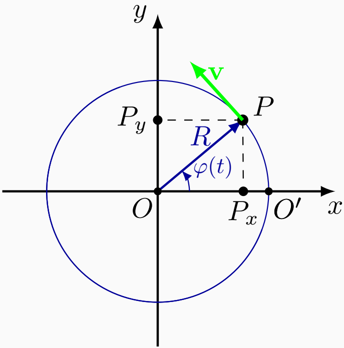
$$F = 0{,}15\,\text{kg} \cdot (12{,}57\,\text{rad/s})^2 \cdot (0{,}60\,\text{m}) \simeq 14{,}22\,\text{N}.$$

Moto armonico

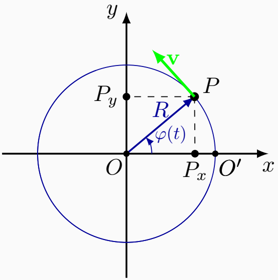
Mentre P si muove di moto circolare uniforme lungo la circonferenza di raggio R,

$$\varphi(t) = \omega t \qquad \text{o} \qquad \varphi(t) = \varphi_0 + \omega t$$

come si muovono le proiezioni P_x proiezione di P sull'asse x e P_y proiezione di P sull'asse y?



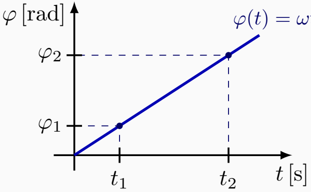
P_x sia P_y si muovono su una traiettoria rettilinea compresa tra $-R$ e $+R$ con legge oraria cosinusoidale (sinusoidale)

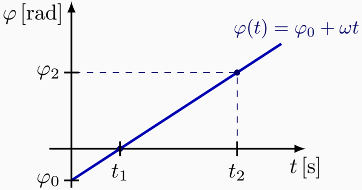


$$x(t) = OP_x = R\cos\varphi(t) = R\cos\omega t$$

$$y(t) = OP_y = R\sin\varphi(t) = R\sin\omega t$$

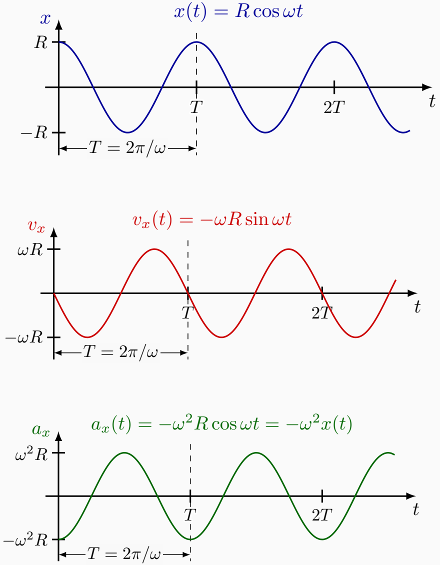
con **R ampiezza del moto**, **ω pulsazione del moto** e **ωt angolo di fase.**

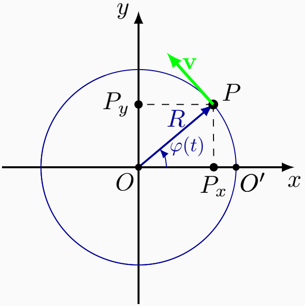




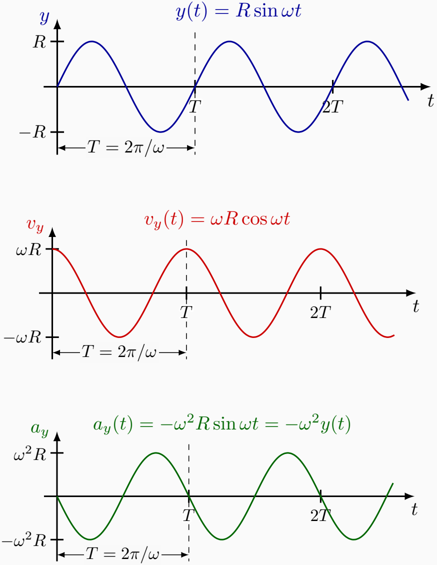
Un moto armonico è un moto
che avviene su traiettoria rettilinea
con legge oraria cosinusoidale (o sinusoidale)

Moto di P_x

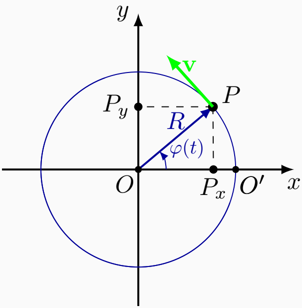

$x(t) = R\cos\omega t$
x
R
$-R$
T
$2T$
t
$T = 2\pi/\omega$
$v_x(t) = -\omega R\sin\omega t$
v_x
ωR
$-\omega R$
T
$2T$
t
$T = 2\pi/\omega$
$a_x(t) = -\omega^2 R\cos\omega t = -\omega^2 x(t)$
a_x
$\omega^2 R$
$-\omega^2 R$
T
$2T$
t
$T = 2\pi/\omega$


y
$\mathbf{v}$
P
P_y
R
$\varphi(t)$
O
P_x
O'
x

Moto di P_y

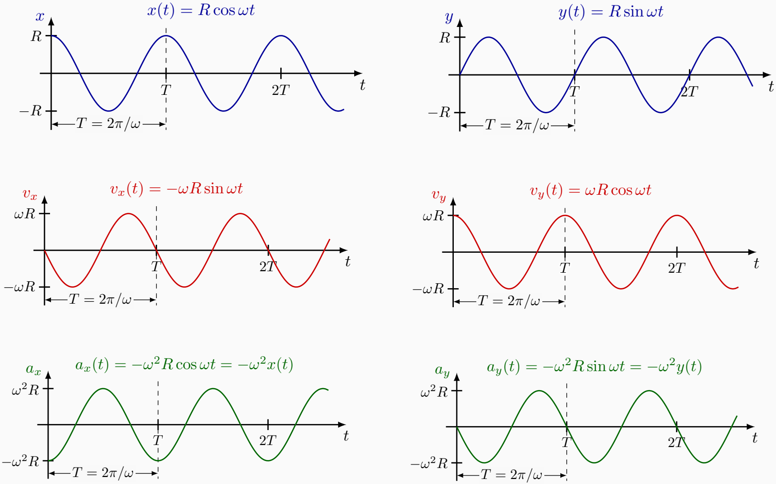


$y(t) = R\sin\omega t$
y
R
$-R$
T
$2T$
t
$T = 2\pi/\omega$
$v_y(t) = \omega R\cos\omega t$
v_y
ωR
$-\omega R$
T
$2T$
t
$T = 2\pi/\omega$
$a_y(t) = -\omega^2 R\sin\omega t = -\omega^2 y(t)$
a_y
$\omega^2 R$
$-\omega^2 R$
T
$2T$
t
$T = 2\pi/\omega$



y
$\mathbf{v}$
P
P_y
R
$\varphi(t)$
O
P_x
O'
x

Moto di P_x — Moto di P_y



- P_x e P_y si muovono di moto armonico con la medesima ampiezza e periodo. Il moto di P_y è sfasato in ritardo $T/4$ rispetto a quello di P_x.

Esercizio

Una massa puntiforme esegue un moto armonico lungo l'asse x con una frequenza $\nu = 5\,\text{Hz}$. All'istante $t = 0\,\text{s}$ il suo spostamento è $x(0) = 10{,}0\,\text{cm}$ e la sua velocità è $v(0) = -314\,\text{cm/s}$. (a) Si determini l'espressione della legge oraria del moto $x(t)$, della velocità $v(t)$ e dell'accelerazione $a(t)$; (b) si determini il valore massimo dello spostamento, della velocità e dell'accelerazione.

Esercizio

Una massa puntiforme esegue un moto armonico lungo l'asse x con una frequenza $\nu = 5\,\text{Hz}$. All'istante $t = 0\,\text{s}$ il suo spostamento è $x(0) = 10{,}0\,\text{cm}$ e la sua velocità è $v(0) = -314\,\text{cm/s}$. (*a*) Si determini l'espressione della legge oraria del moto $x(t)$, della velocità $v(t)$ e dell'accelerazione $a(t)$; (*b*) si determini il valore massimo dello spostamento, della velocità e dell'accelerazione.

Un generico moto armonico lungo l'asse x si ha:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0) \qquad v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

dove la pulsazione ω è legata alla frequenza ν del moto dalla relazione $\omega = 2\pi\nu$ e quindi

$$\omega = 2\pi\nu = 10\pi \text{ rad/s}.$$

(a) Per le condizioni date deve essere:

$$\begin{cases} x(0) &= A\cos\varphi_0 \\ \\ v(0) &= -2\pi\nu A\sin\varphi_0. \end{cases}$$

Per risolvere il sistema rispetto alle due incognite A (ampiezza del moto) e φ_0 (fase iniziale del moto), si osservi che:

$$\begin{cases} \cos\varphi_0 &= \dfrac{x(0)}{A} \\ \\ \sin\varphi_0 &= -\dfrac{v(0)}{2\pi\nu A} \end{cases} \tag{1}$$

Quadrando e sommando membro a membro le due equazioni del sistema (1), tenendo presente che $\cos^2\varphi_0 + \sin^2\varphi_0 = 1$, si ottiene per A l'espressione

$$A = \frac{\sqrt{[2\pi\nu x(0)]^2 + [v(0)]^2}}{2\pi\nu}$$

Sostituendo i valori numerici $x(0) = 10{,}0\,\text{cm}$ e $v(0) = -314\,\text{cm/s}$ si ottiene:

$$A = 14{,}1\,\text{cm}.$$

Per determinare il valore di φ_0 è sufficiente fare il rapporto membro a membro delle equazioni del sistema (1), si ricava:

$$\varphi_0 = \arctan\left[-\frac{v(0)}{2\pi\nu x(0)}\right] \quad \Rightarrow \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{4}\,\text{rad} = 45°.$$

In conclusione si ha:

$$x(t) = (14{,}1\,\text{cm})\cos(10\pi t + \pi/4) \qquad v(t) = -(141\pi\ \text{cm/s})\sin(10\pi t + \pi/4)$$

$$a(t) = -\omega^2 x(t) = -(10\pi)^2(14{,}1\,\text{cm/s}^2)\cos(10\pi t + \pi/4)$$

(*b*) Prendendo le espressioni ora trovate per lo spostamento, la velocità e l'accelerazione, si trova:

$$x(t) = (14{,}1\,\mathrm{cm})\cos(10\pi t + \pi/4) \quad \Rightarrow \quad x_{\max} = 14{,}1\,\mathrm{cm}$$

$$v(t) = -(141\pi\ \mathrm{cm/s})\sin(10\pi t + \pi/4) \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = 444\,\mathrm{cm/s}$$

$$a(t) = -(10\pi)^2(14{,}1\,\mathrm{cm/s^2})\cos(10\pi t + \pi/4) \quad \Rightarrow \quad a_{\max} = 1{,}40\times10^4\,\mathrm{cm/s^2}$$

II parte

I principi della dinamica

- Ogni causa che determina una variazione di velocità è detta **forza**.
- Le forze sono causa di accelerazione.
- Le forze sono grandezze fisiche vettoriali.

PRINCIPI DELLA DINAMICA

1. Un corpo non sottoposto a forze ha accelerazione nulla (Principio di inerzia).
2. Un corpo di massa m sottoposto a una forza (o a un risultante di forze) $\mathbf{F}$ subisce un'accelerazione $\mathbf{a}$ eguale a:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m}.$$

3. Se una corpo A esercita una forza $\mathbf{F}$ su un corpo B, allora il corpo B esercita sul corpo A una forza pari a $-\mathbf{F}$ (Principio di azione e reazione).

FORZA PESO

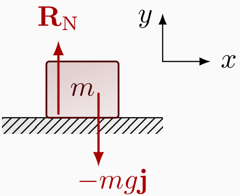
- È la forza con la quale la Terra attrae tutti i corpi dotati di massa m che si trovano sulla sua superficie.
- In prossimità della Terra, tutti i corpi dotati di massa sono sottoposti a un'accelerazione costante $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ diretta verso il terreno perpendicolarmente a esso.
- Per la seconda legge della dinamica si può allora scrivere:

$$\mathbf{F}_{\mathrm{peso}} = m\mathbf{g}$$

  dove $\mathbf{g}$ è un vettore di modulo pari a $9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ diretto verso il terreno perpendicolarmente a esso.
- $\mathbf{g}$ è detta accelerazione di gravità.

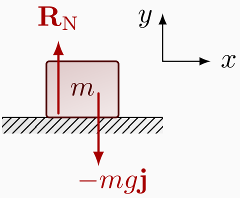
REAZIONI VINCOLARI

- Sono forze che si originano in relazione a limitazioni (vincoli) imposte al movimento di un corpo da corpi circostanti.
- Ad esempio: se corpo è vincolato a non attraversare un piano, le reazioni vincolari si originano per resistere ad azioni tendenti a spingere il corpo oltre il piano, mentre nessuna forza avviene se il moto avviene nel semispazio consentito.



REAZIONI VINCOLARI

- Sono forze che si originano in relazione a limitazioni (vincoli) imposte al movimento di un corpo da corpi circostanti.
- Ad esempio: se corpo è vincolato a non attraversare un piano, le reazioni vincolari si originano per resistere ad azioni tendenti a spingere il corpo oltre il piano, mentre nessuna forza avviene se il moto avviene nel semispazio consentito.

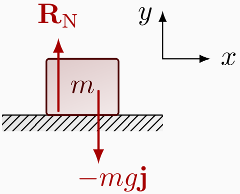


$$\mathbf{R}_\mathrm{N} - mg\mathbf{j} = m\mathbf{a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{R}_\mathrm{N} = mg\mathbf{j}$$

ovvero, proiettando la seconda legge della dinamica lungo l'asse y si ha:

$$R_\mathrm{N} - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad R_\mathrm{N} = mg.$$

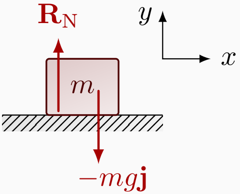
LE REAZIONI VINCOLARI SONO GRANDI QUANTO SI VUOLE IN DIREZIONE NORMALE AL VINCOLO



$$\mathbf{R}_\mathrm{N} - mg\mathbf{j} = m\mathbf{a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{R}_\mathrm{N} = mg\mathbf{j}$$

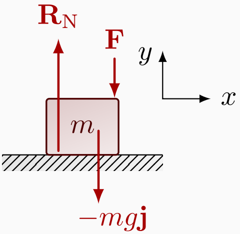
$$y) \;\; R_\mathrm{N} - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad R_\mathrm{N} = mg.$$

LE REAZIONI VINCOLARI SONO GRANDI QUANTO SI VUOLE IN DIREZIONE NORMALE AL VINCOLO



$$\mathbf{R}_\mathrm{N} - mg\mathbf{j} = m\mathbf{a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{R}_\mathrm{N} = mg\mathbf{j}$$

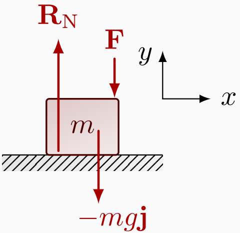
$$y) \;\; R_\mathrm{N} - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad R_\mathrm{N} = mg.$$



$$\mathbf{R}_\mathrm{N} - mg\mathbf{j} + \mathbf{F} = m\mathbf{a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{R}_\mathrm{N} = mg\mathbf{j} - \mathbf{F}$$

$$y) \;\; R_\mathrm{N} - mg - F = 0 \quad \Rightarrow \quad R_\mathrm{N} = mg + F.$$

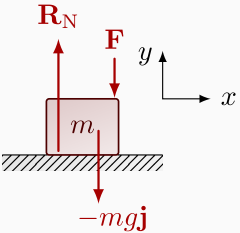
LE REAZIONI VINCOLARI CAMBIANO AL VARIARE DELLA FORZA CHE PREME PERPENDICOLARMENTE AL VINCOLO



$$\mathbf{R}_\mathrm{N} - mg\mathbf{j} + \mathbf{F} = m\mathbf{a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{R}_\mathrm{N} = mg\mathbf{j} - \mathbf{F}$$

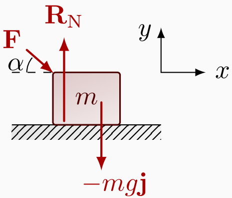
$$y) \;\; R_\mathrm{N} - mg - F = 0 \quad \Rightarrow \quad R_\mathrm{N} = mg + F.$$

LE REAZIONI VINCOLARI CAMBIANO AL VARIARE DELLA FORZA CHE PREME PERPENDICOLARMENTE AL VINCOLO



$$\mathbf{R}_\mathrm{N} - mg\mathbf{j} + \mathbf{F} = m\mathbf{a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{R}_\mathrm{N} = mg\mathbf{j} - \mathbf{F}$$

$$y) \;\; R_\mathrm{N} - mg - F = 0 \quad \Rightarrow \quad R_\mathrm{N} = mg + F.$$



$$\mathbf{R}_\mathrm{N} - mg\mathbf{j} + \mathbf{F} = m\mathbf{a} = 0$$

$$\begin{cases} y) & R_\mathrm{N} - mg - F\sin\alpha = 0 \\ x) & F\cos\alpha = ma_x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y) & R_\mathrm{N} = mg + F\sin\alpha \\ x) & a_x = \dfrac{F\cos\alpha}{m}. \end{cases}$$

Esercizio

Un oggetto di massa m si trova poggiato sul pavimento di un ascensore. Si determini la reazione vincolare esercitata dal pavimento sull'oggetto nei due seguenti casi: (*a*) l'ascensore sale con accelerazione costante $\mathbf{a}$; (*b*) l'ascensore scende con accelerazione costante $\mathbf{a}$.

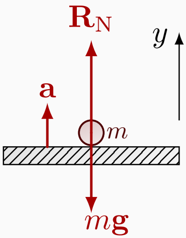
Esercizio

Un oggetto di massa m si trova poggiato sul pavimento di un ascensore. Si determini la reazione vincolare esercitata dal pavimento sull'oggetto nei due seguenti casi: (*a*) l'ascensore sale con accelerazione costante $\mathbf{a}$; (*b*) l'ascensore scende con accelerazione costante $\mathbf{a}$.

(*a*) Se l'ascensore sale con accelerazione costante $\mathbf{a}$, un osservatore a terra vedrà salire la massa m con accelerazione $\mathbf{a}$; di conseguenza la seconda legge della dinamica applicata alla massa m si scriverà:

$$\mathbf{R}_{\mathrm{N}} + m\mathbf{g} = m\mathbf{a}$$

$$y) \quad R_{\mathrm{N}} - mg = ma \quad \Rightarrow \quad R_{\mathrm{N}} = m(g+a).$$



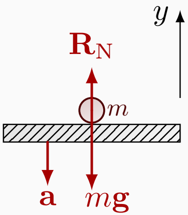
La reazione vincolare oltre a equilibrare la forza peso deve fornire la forza per imprimere l'accelerazione $\mathbf{a}$ alla massa m.

(b) Se l'ascensore scende con accelerazione costante $\mathbf{a}$, un osservatore a terra vedrà scendere la massa m con accelerazione $\mathbf{a}$; di conseguenza la seconda legge della dinamica applicata alla massa m si scriverà:

$$\mathbf{R}_\mathrm{N} + m\mathbf{g} = m\mathbf{a}$$

$$y) \quad R_\mathrm{N} - mg = -ma \quad \Rightarrow \quad R_\mathrm{N} = m(g - a).$$

La reazione vincolare equilibra solo parzialmente la forza peso la cui parte non equilibrata dà la forza per imprimere l'accelerazione $\mathbf{a}$ alla massa m.

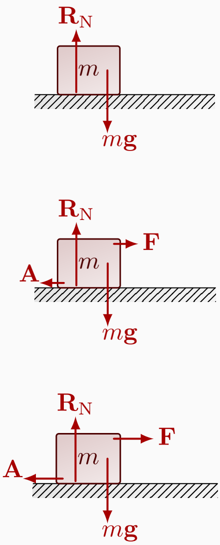


Se si applica una forza $\mathbf{F}$ parallelamente alla superficie di appoggio si vedrà che il corpo rimane in quite fino a che l'intensità della forza non superi un valore proporzionale all'intensità della reazione normale R_N.

$$F \leq \mu_s R_\mathrm{N}$$

Il vincolo può quindi generare una reazione che oltre ad avere la componente normale $\mathbf{R}_\mathrm{N}$ ha la componente tangenziale $\mathbf{A}$ costituente la forza d'attrito statico di intensità proporzionale a R_N:

$$A \leq \mu_s R_\mathrm{N}.$$

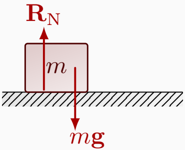


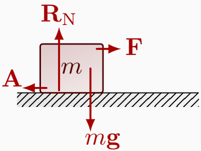
La forza di attrito statico $\mathbf{A}$ cresce con $\mathbf{F}$ e la equilibra fino a che F non supera il valore $\mu_s R_\mathrm{N}$, nel qual caso essa assume il valore massimo

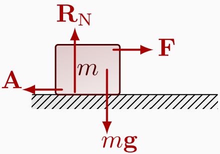
$$A_\mathrm{max} = \mu_s R_\mathrm{N}.$$

Il coefficiente μ_s è una grandezza adimensionata e prende il nome di **coefficiente di attrito statico** o **di primo distacco.**

$$A \leq \mu_s R_\mathrm{N}.$$



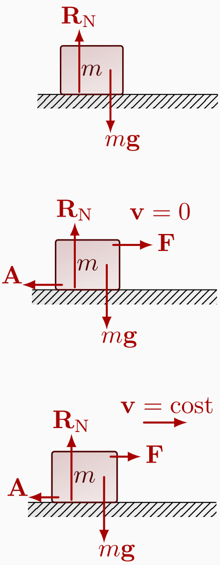




Una volta che il blocco si è messo in moto ($F \geq \mu_s R_\mathrm{N}$), si riscontra sperimentalmente che per mantenerlo in moto rettilineo uniforme è sufficiente una forza di intensità minore di $\mu_s R_\mathrm{N}$, ovvero si ha

$$F = \mu_d R_\mathrm{N}.$$

con $\mu_d < \mu_s$. μ_d prende il nome di **coefficiente di attrito dinamico** o **attrito radente.**

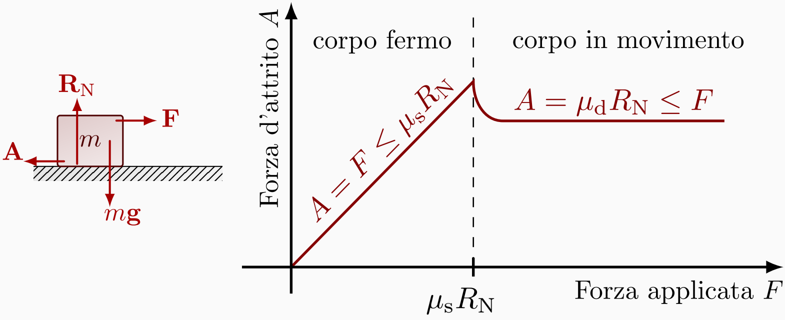


I coefficienti di attrito statico e dinamico decrescono rapidamente al diminuire della rugosità delle superfici a contatto, dipendono fortemente dai materiali a contatto, dalla temperatura, dalla presenza di materiali estranei e in particolare dalla presenza di pellicole liquide.

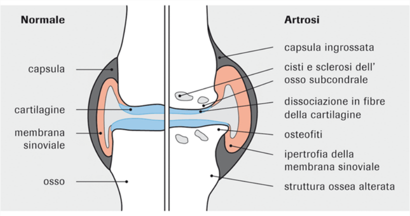
Materiali a contatto	Stato della superficie	μ_s	μ_d
Legno su legno	secco	$0,52$	$0,50 \div 0,25$
	saponato	$0,30$	$0,20$
Acciaio su legno	secco	$0,62$	$0,60 \div 0,50$
	saponato		$0,15$
Vetro su vetro	secco	$1,1$	
Ghisa su ghisa	secco	$0,94$	

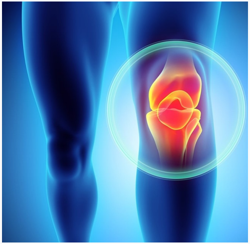
III Parte

Modulo della forza di attrito in funzione della forza applicata a un oggetto di massa m inizialmente in quiete



NELLE ARTICOLAZIONI DEL CORPO UMANO L'ATTRITO TRA LE OSSA È RIDOTTO DALLE CARTILAGINI

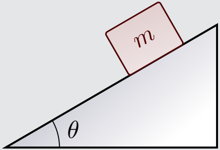




L'attrito tra le suole delle nostre scarpe e il suolo permette di camminare.

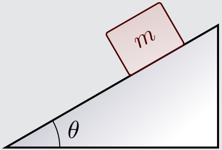
Esercizio

Un blocco di massa m si trova fermo sopra un piano inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale. Si determini il massimo valore di θ per il quale il corpo rimane fermo, supponendo noto il coefficiente di attrito statico μ_s tra blocco e piano.



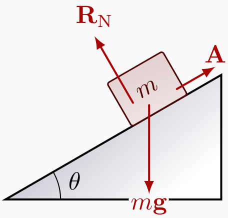
Esercizio

Un blocco di massa m si trova fermo sopra un piano inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale. Si determini il massimo valore di θ per il quale il corpo rimane fermo, supponendo noto il coefficiente di attrito statico μ_s tra blocco e piano.



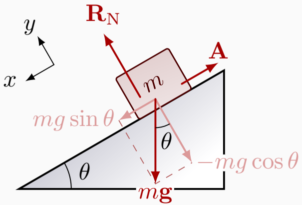
Se il corpo è fermo e deve rimanere fermo, il valore massimo di θ è quello per il quale è nullo il risultante delle forze ad esso applicate:

$$m\mathbf{g} + \mathbf{R}_\mathrm{N} + \mathbf{A} = 0$$



Perché la forza di attrito è diretta come in figura? Come si fa, in generale, a capire come è diretta la forza di attrito?

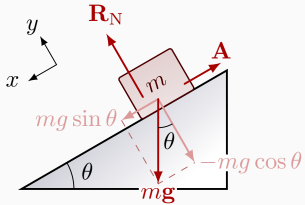
Se non ci fosse l'attrito, la componente della forza peso parallela al piano farebbe scivolare il corpo: la forza di attrito deve opporsi a tale movimento.



$$m\mathbf{g} + \mathbf{R}_{\mathrm{N}} + \mathbf{A} = 0$$

$$\begin{cases} x) \quad mg\sin\theta - A = 0 \\ y) \quad R_{\mathrm{N}} - mg\cos\theta = 0. \end{cases}$$

Se non ci fosse l'attrito, la componente della forza peso parallela al piano farebbe scivolare il corpo: la forza di attrito deve opporsi a tale movimento.

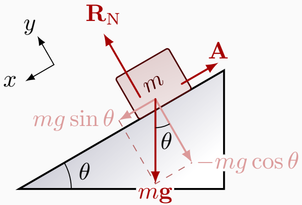


$$m\mathbf{g} + \mathbf{R}_{\mathrm{N}} + \mathbf{A} = 0$$

$$\begin{cases} x) \quad mg\sin\theta - A = 0 \\ y) \quad R_{\mathrm{N}} - mg\cos\theta = 0. \end{cases}$$

$$R_{\mathrm{N}} - mg\cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{\mathrm{N}} = mg\cos\theta$$

Se non ci fosse l'attrito, la componente della forza peso parallela al piano farebbe scivolare il corpo: la forza di attrito deve opporsi a tale movimento.



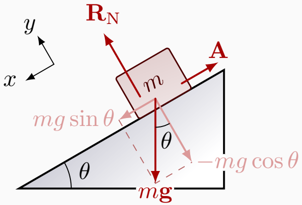
$$m\mathbf{g} + \mathbf{R}_\mathrm{N} + \mathbf{A} = 0$$

$$\begin{cases} x) \quad mg\sin\theta - A = 0 \\ y) \quad R_\mathrm{N} - mg\cos\theta = 0. \end{cases}$$

$$R_\mathrm{N} - mg\cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad R_\mathrm{N} = mg\cos\theta$$

Il valore massimo dell'angolo di inclinazione del piano $\theta_{\max}$ per il quale la massa m non si muove è quello per il quale l'attrito statico assume il valore massimo

$$A_{\max} = \mu_s R_\mathrm{N} \quad \Rightarrow \quad A_{\max} = \mu_s mg\cos\theta.$$



Deve quindi essere

$$mg\sin\theta_{\max} - A_{\max} = 0 \quad \Rightarrow \quad mg\sin\theta_{\max} = \mu_s mg\cos\theta_{\max}$$

da cui si ricava

$$\tan\theta_{\max} = \mu_s \quad \Rightarrow \quad \theta_{\max} = \arctan\mu_s .$$

Per $\theta \leq \theta_{\max}$ il corpo non scivola lungo il piano.

Esercizio

Una mosca si massa $m = 0{,}2\,\mathrm{g}$ si trova ferma a una distanza $d = 12\,\mathrm{cm}$ dal centro di un piatto di giradischi che ruota eseguendo 33 giri al minuto. (*a*) Qual è l'intensità della forza centripeta agente sulla mosca? (*b*) Quale deve essere il minimo coefficiente di attrito statico tra il piatto del giradischi e la mosca affinché quest'ultima non scivoli?

Esercizio

Una mosca si massa $m = 0{,}2\,\text{g}$ si trova ferma a una distanza $d = 12\,\text{cm}$ dal centro di un piatto di giradischi che ruota eseguendo 33 giri al minuto. (*a*) Qual è l'intensità della forza centripeta agente sulla mosca? (*b*) Quale deve essere il minimo coefficiente di attrito statico tra il piatto del giradischi e la mosca affinché quest'ultima non scivoli?

(*a*) Se la mosca esegue una traiettoria circolare 33 volte in un minuto, la frequenza del moto è:

$$\nu = \frac{33\,\text{giri}}{60\,\text{secondi}} = 0{,}55\,\text{Hz}.$$

Il periodo del moto e la velocità angolare della mosca sono:

$$T = \frac{1}{\nu} \simeq 1{,}82\,\text{s} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \simeq 3{,}45\,\text{rad/s}.$$

Il moto della mosca è circolare uniforme perché la velocità angolare è costante. L'accelerazione centripeta della mosca è

$$a_c = \omega^2 d = (3{,}45\,\mathrm{rad/s})^2 \cdot (0{,}12\,\mathrm{m}) \simeq 1{,}43\,\mathrm{m/s^2}.$$

La forza centripeta cui è soggetta la mosca è:

$$F_c = m a_c = (0{,}2 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}) \cdot (1{,}43\,\mathrm{m/s^2}) \simeq 2{,}86 \times 10^{-4}\,\mathrm{N}.$$

Il moto della mosca è circolare uniforme perché la velocità angolare è costante. L'accelerazione centripeta della mosca è

$$a_c = \omega^2 d = (3{,}45\,\mathrm{rad/s})^2 \cdot (0{,}12\,\mathrm{m}) \simeq 1{,}43\,\mathrm{m/s^2}.$$

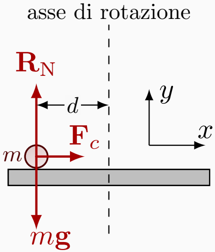
La forza centripeta cui è soggetta la mosca è:

$$F_c = m a_c = (0{,}2 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}) \cdot (1{,}43\,\mathrm{m/s^2}) \simeq 2{,}86 \times 10^{-4}\,\mathrm{N}.$$

(*b*) Dal punto di vista di un osservatore solidale con il pavimento (riferimento xy), le forze che agiscono sulla mosca, oltre al peso $m\mathbf{g}$ e a $\mathbf{R}_\mathrm{N}$, sono la forza centripeta $\mathbf{F}_c$. Tale osservatore scriverà:

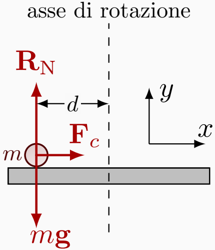
$$m\mathbf{g} + \mathbf{R}_\mathrm{N} + \mathbf{F}_c = m\mathbf{a}$$

dove l'accelerazione $\mathbf{a}$ è centripeta muovendosi la mosca di moto circolare uniforme.



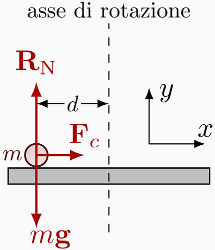
$$m\mathbf{g} + \mathbf{R}_\mathrm{N} + \mathbf{F}_c = m\mathbf{a}$$

$$\begin{cases} x) \quad F_c = ma_c \\ y) \quad R_\mathrm{N} - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad R_N = mg \end{cases}$$



$$m\mathbf{g} + \mathbf{R}_\mathrm{N} + \mathbf{F}_c = m\mathbf{a}$$

$$\begin{cases} x) \quad F_c = ma_c \\ y) \quad R_\mathrm{N} - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad R_N = mg \end{cases}$$



La forza centripeta è fornita dall'attrito statico. È l'attrito statico l'invisibile filo che vincola la mosca a ruotare attorno alla circonferenza di raggio d generando l'accelerazione centripeta. Poichè l'attrito statico ha un valore massimo allora deve essere:

$$F_c \leq A_\mathrm{max} = \mu_s mg \quad \Rightarrow \quad \mu_s mg \geq ma_c$$

e quindi si ha

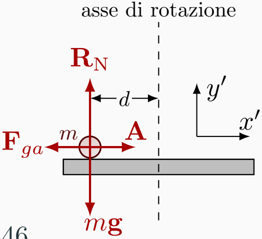
$$\mu_s \geq \frac{a_c}{g} \simeq 0,146.$$

Se il coefficiente di attrito statico è inferiore a $0,146$ la mosca slitterà sul piatto del giradischi.

L'esercizio può anche essere risolto rispetto a un osservatore solidale con il piatto del giradischi (riferimento $x'y'$), ovvero dal punto di vista della mosca. Dal punto di vista della mosca, che si trova su una piattaforma che ruota, il suo essere ferma implica che sia nullo il risultante delle forze su di essa agenti. Le forze, oltre al peso $m\mathbf{g}$ e a $\mathbf{R}_\mathrm{N}$, sono la forza centrifuga $\mathbf{F}_{ga}$ e l'attrito statico $\mathbf{A}$ che a essa si oppone. Si scriverà quindi

$$m\mathbf{g} + \mathbf{R}_\mathrm{N} + \mathbf{F}_{ga} + \mathbf{A} = 0$$

$$\begin{cases} x') \quad -F_{ga} + A = 0 \\ y') \quad R_\mathrm{N} - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad R_N = mg \end{cases}$$



Ma la forza centrifuga non può superare il valore massimo dell'attrito statico:

$$F_{ga} = m\omega^2 d \le \mu_s mg \quad \Rightarrow \quad \mu_s \ge \frac{\omega^2 d}{g} \simeq 0,146.$$