

FISICA MATEMATICA (Ingegneria Civile)
III APPELLO (11.06.2018) A.A.2017/18

COGNOME E NOME N.Ro MATR.
 LUOGO E DATA DI NASCITA

Nello spazio terrestre supposto inerziale si consideri un piano verticale (x, y) fisso, con l'asse y verticale e orientato verso l'alto. Una lamina rigida omogenea pesante R , di massa \mathcal{M} , a forma di triangolo: ΩAB , rettangolo in Ω e isoscele con cateti di lunghezza a , è vincolata in $\Omega \equiv O$ a muoversi sul piano (x, y) mediante una cerniera cilindrica avente asse coincidente con l'asse z e ortogonale al piano della lamina.

Lungo l'ipotenusa della lamina è vincolato a scorrere un elemento materiale pesante E di massa m .

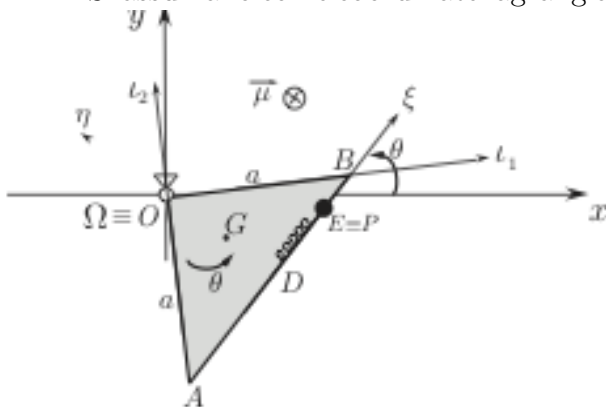
Sia (D, ξ, η, ζ) con base di versori $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ un riferimento ortogonale destro solidale alla lamina, con origine nel punto medio D del lato AB , e avente versori degli assi $\vec{e}_1 := \text{vers } \overrightarrow{DB}$ ed $\vec{e}_2 := \text{vers } \overrightarrow{D\Omega}$; e sia θ l'anomalia che il vettore \vec{e}_1 forma rispetto al versore \vec{e}_1 dell'asse x contata positivamente nel verso antiorario rispetto a $\vec{e}_3 \equiv \vec{e}_3$.

Detta P la posizione occupata dell'elemento E sia ξ la sua coordinata lungo l'asse AB : $\overrightarrow{DP} = \xi \vec{e}_1$.

Tutti i vincoli sono realizzati senza attrito.

Oltre ai pesi e alle sollecitazioni vincolari, sulla lamina agisce una coppia di momento $\vec{\mu} = -\mu^* \sin \theta \vec{e}_3$ con $\mu^* = \text{costante}$, e sull'elemento agisce una forza elastica, di costante elastica $k = \text{costante}$, avente centro nell'origine D dell'asse AB .

Si assumano come coordinate lagrangiane l'anomalia θ della lamina e l'ascissa (relativa) ξ dell'elemento.



- 1) Scrivere le espressioni delle energie cinetica e potenziale.
- 2) Determinare le eventuali posizioni di equilibrio e indicare le condizioni necessarie ai parametri perché esse esistano e perché siano stabili.
- 3) Scrivere le equazioni di Lagrange per il sistema.

- 4) Scrivere le equazioni cardinali e fondamentale della dinamica e ricavare le espressioni globali (\vec{F}^v, \vec{M}_O^v) della sollecitazione vincolare con la quale la cerniera agisce sulla lamina in un istante in cui si hanno $(\xi_0 = 0, \theta_0 = 0, \dot{\xi}_0 \neq 0, \dot{\theta}_0 \neq 0)$.
- 5) Scrivere le equazioni di moto linearizzate nell'intorno di una configurazione di equilibrio: (ξ_e, θ_e) ; determinare i periodi delle piccole oscillazioni di queste ultime nel caso particolare: $\mathcal{M} = m, ka = \sqrt{2}mg$ e $\mu^* = 7\sqrt{2}mag/6$, e scriverne l'espressione esplicita in funzione di arbitrari dati iniziali: $(\xi_0, \theta_0, \dot{\xi}_0, \dot{\theta}_0)$.
- 6) *Facoltativo* Mediante le equazioni cardinali e fondamentale della dinamica verificare le equazioni trovate nel Punto 3).

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO _____

ORALE _____